



TITLE:

箱型断面を有する土木構造物の耐  
風性に関する基礎的研究(  
Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

松本, 勝

---

CITATION:

松本, 勝. 箱型断面を有する土木構造物の耐風性に関する基礎的研究. 京都大学, 1973, 工学博士

ISSUE DATE:

1973-03-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k1328>

RIGHT:

箱型断面を有する土木構造物の  
耐風性に関する基礎的研究

昭和47年10月

---

松 本 勝

# 箱型断面を有する土木構造物の 耐風性に関する基礎的研究

昭和47年10月

松 本 勝

# 目 次

緒 論 .....	1
第 1 編 正方形断面の空気力学特性に関する研究 .....	3
第 1 章 概 論 .....	3
1. 1. 概 説 .....	3
1. 2. 正方形断面と他断面における空気力学性状の差異 .....	5
1. 静的空気力係数 .....	5
2. 動的応答特性 .....	6
1. 3. 正方形断面の空気力学性状に関する問題点 .....	7
1. 安定領域における振動特性 .....	8
2. 静的空気力係数 .....	8
3. 風琴振動にもとづく応答解析 .....	8
4. 質量および減衰の小さな振動系にみられる不安定現象 .....	8
5. 断面回りの流れの様子 .....	9
第 2 章 静 的 実 験 .....	13
2. 1. ま え が き .....	13
2. 2. 実験装置および考察 .....	15
2. 3. 実験結果および考察 .....	16
1. 揚力係数と迎え角 .....	18
2. 抗力係数と迎え角 .....	19
第 3 章 動 的 実 験 .....	20
3. 1. ま え が き .....	20
3. 2. 実験装置および測定器具 .....	20
3. 3. 無風時における振動系の物理量 .....	21
3. 4. 実験結果および考察 .....	22
1. 風速と振動系の振動数 .....	22
2. 風速と振動系の減衰 .....	24
3. 風速と振動振幅 .....	28
4. 迎え角と不安定現象 .....	30
3. 5. 動的空気力係数 .....	31
1. 動的抗力係数 .....	32
2. 動的揚力係数 .....	35

第 4 章	正方形断面に作用する非定常揚力	39
4. 1.	ま え が き	39
4. 2.	断面および流体系のモデル化と渦度	39
4. 3.	断面回りの循環	40
4. 4.	断面回りの流体系の有する総運動量	43
4. 5.	非定常揚力	46
第 5 章	渦励振による正方形断面の応答特性	52
5. 1.	振動系の減衰および振動数の変化	52
5. 2.	断面背後に生ずる周期渦による励振応答	55
1.	周期渦発生振動数が風速増加と共に線型的に増加する場合	55
2.	周期渦発生振動数が振動系の固有振動数と同期している場合	56
5. 3.	数 値 計 算	57
1.	振動系における振動数の変化特性	58
2.	振動系における減衰の変化特性	58
3.	振動系における位相のずれ角	61
4.	風琴振動状態における振動系の応答特性	63
5.	同期状態における振動系の応答特性	65
第 6 章	擬定常空気力理論による正方形断面の応答特性	68
6. 1.	静的空気力の高次奇関数化	69
6. 2.	擬定常空気力理論による応答	71
6. 3.	数値計算例	73
1.	限界風速	74
2.	応答特性	75
第 7 章	計算結果と実験結果の比較・検討	78
7. 1.	振動系の振動数変化特性	78
7. 2.	振動系の減衰変化特性	80
7. 3.	風琴振動による最大振幅	81
7. 4.	振動系の応答振幅	82
第 8 章	結 語	88
第 2 編	南港連絡橋の耐風安定性に対する評価	91
第 1 章	長大トラス橋の耐風性	91
1. 1.	吊橋、斜張橋との違い	91
1. 2.	長大トラス橋の耐風性に関する従来の研究	92

第 2 章	南港連絡橋の耐風性に関する問題点 .....	96
2. 1.	南港連絡橋の耐風上の問題点の提起 .....	96
2. 2.	強風時に受ける静的空気力 .....	96
2. 3.	南港連絡橋に作用する静的空気力と水平迎え角の関係 .....	96
2. 4.	南港連絡橋に作用する静的空気力と充実率 .....	97
2. 5.	上流および下流の 2 つのトラス面の受け持つ抗力の分担率 .....	97
2. 6.	建設地点における風速および乱れの強さの鉛直分布 .....	97
2. 7.	南港連絡橋に作用する静的空気力と迎え角の関係 .....	98
2. 8.	南港連絡橋の動的安定性 .....	99
2. 9.	南港連絡橋の各部材の動的特性 .....	99
2.10.	建設地点での自然風の空間的な特性 .....	99
第 3 章	静 的 実 験 .....	101
3. 1.	実験装置および測定器具 .....	101
3. 2.	平板上の乱流境界層 .....	102
3. 3.	乱流境界層発生平板装置の形状決定 .....	103
3. 4.	境界層発生装置 .....	105
3. 5.	境界層実験結果および考察 .....	107
3. 6.	南港連絡橋模型 .....	125
3. 7.	充実率 (solidity ratio) .....	127
3. 8.	せん断流れの中の南港連絡橋の抗力係数 .....	138
3. 9.	静的空気力実験結果 .....	140
1.	抗力係数と水平迎え角 .....	140
2.	横力係数と水平迎え角 .....	147
3.	空気流れ方向の空気力係数 .....	153
4.	空気力係数 $C_F$ と抗力係数 $C_D$ および横力係数 $C_S$ .....	157
5.	吊部部分模型に作用する静的空気力と迎え角 (angle of attack) .....	166
3.10.	上流、下流トラス面に作用する抗力の分担率 .....	172
第 4 章	動 的 実 験 .....	176
4. 1.	実験装置 .....	176
4. 2.	格子による乱流 .....	178
4. 3.	南港連絡橋吊部部分模型の動的応答特性 .....	182
4. 4.	南港連絡橋吊部部分模型の動的応答スペクトル解析 .....	187
4. 5.	南港連絡橋吊部部分模型の動的応答確率密度 .....	190
4. 6.	南港連絡橋吊部部分模型の限界フラッター風速 .....	193

第 5 章	実橋の空気力学特性 .....	197
5. 1.	実橋に作用する静的空気力 .....	197
5. 2.	南港連絡橋（実橋）の限界フラッター風速 .....	206
5. 3.	南港連絡橋の各部材の動的安定性 .....	212
第 6 章	結 び .....	218
結 論	.....	220

# 緒 論

近年、産業・経済の発展に伴い、交通機関の発達、交通量、輸送量の増大、周辺部の都市化、地域開発といった傾向が進むにつれて、橋梁を含めた土木構造物は次第に長大化、巨大化の傾向にある。わが国においても、世界最長の経間を有する長大吊橋が本州・四国間の連絡橋として計画されている。このような土木構造物の長大化の世界的な傾向に伴って、材料強度の問題、外力の問題、架設時の問題等、従来よりあまり考慮されていない種々の問題点がクローズアップされてきた。これらの問題点の中で、長大構造物が強風の作用を受けたときにどのような空気力を受け、それによって振動が生じるか否かといった耐風性状の問題は極めて重要な因子である。

1940年に、当時世界第3位の長径間吊橋であったタコマ橋がわずか19 m/secの風によって完成後4ヶ月にして落橋という事故以来、世界各国で、長大橋梁を含む長大構造物の耐風性に関する研究が数多く行なわれその成果が報告されている。また、1971年東京で開催された第3回構造物の耐風性に関する国際シンポジウムでも多くの貴重な研究成果が報告されており、次第にその問題点が究明されつつある。しかしながら、土木構造物の耐風性状を明らかにする上で、構造断面の複雑さ、風の地域性、風速の時間的な変化特性等多くの理由によって、現在、多くの未解決な問題点が残されている。特に、土木構造物の空気力学特性は断面形状および風の性質により大きく影響を受けるため、これらの特性を総括するような絶対的な解析方法の確立は不可能であり、これらさまざまな影響因子に対応してその特性を明らかにしなければならないところに問題解決の難しさがあるものと思われる。

このような事情を考慮して、本研究では土木構造物の断面によく用いられる正方形断面部材の空気力学的特性を明らかにすると共に、長大トラス橋として大阪湾の南港に現在建設が進められているゲルバートラス型式橋梁を1例にとってその空気力学性状を実験的に評価するために考究されたものであり、その内容を簡単に述べれば以下のである。

まず第1編では、土木構造物の部材断面に多く用いられる正方形断面の空気力学静的特性および動的特性を解析する。すなわち、第1章では他断面との空気力学特性の比較を行ない、正方形断面の空気力学性状に関する問題点について述べる。

第2章では、風洞実験によって得られる正方形断面に作用する静的空気力の特性を述べ、従来の成果と比較・検討を行なう。

第3章では、動の実験を行ない、正方形断面振動系が風速の変化によってどのような動的挙動を示すかを明らかにする。

第4章では、正方形断面を含む流体系にモデル化を行ない、Karman & Searsの薄翼に関する理論を応用して、正方形断面に作用する非定常揚力を誘導する。

第5章では、第4章で誘導された非定常揚力が作用するときの正方形断面振動系の動的挙動（減衰、振動数、振動振幅）を明らかにし、断面背後に生ずる周期渦の発生振動数が振動系の振動系と一致する状態



(周期状態)を想定し、これらの周期渦による振動特性を求めると共に数値計算を行なう。

第6章では、G.V. Parkinson によって提案されている擬定常空気力理論を用いて、本研究で得られた実験結果を適用し、その動的応答特性を数値計算により明らかにする。

第7章では、上記の数値計算より得られる結果と実験より得られる結果を比較し検討を加えることにより、正方形断面の動的挙動に対して考察を加え、今後の研究課題について述べる。

つぎに、第2編では具体的な構造物の1例として、現在、大阪湾南港に建設中のゲルバートラス形式の橋梁（総径間長980 m であり、各部材は正方形断面に近い断面形状を有する。）の耐風性状を調べるために実験を主体として、その空気力学上の安定性に対して総合的な評価を加える。

第1章では、長大トラス橋の耐風性に関して従来の研究および他形式橋梁（吊橋、斜張橋）との空気力学特性の違いについて述べる。

第2章では、南港連絡橋の耐風性に関する問題点を指摘し、本編の研究の方向づけを行なう。

第3章では、静的実験について説明する。すなわち、まず実験装置、測定器具および縮尺模型について述べ、つぎに模型形状の特性を充実率（実質面積/外形面積）で表わす。つづいて模型に作用する空気力が水平迎え角、迎え角あるいはまたせん断流れでの風速および乱れの強さ（変動成分の2乗平均/平均風速）の鉛直分布特性等によってどのような影響を受けるかを調べ、その特性を列記する。

第4章では、動的実験について述べる。すなわち、風洞内に作り出される乱された風の特性を述べると共に、その乱された風の中での吊部模型の動的挙動を調べると共に、統計的にその特性を把握する。

第5章では、模型実験より得られる各種の結果を用いて実橋の耐風性状に評価を加えると共に各部材の空気力学動的特性を第1編の解析結果を利用して明らかにすることにより、実橋の架設時ならびに完成時の耐風安定性を総合的に検討する。

# 第1編 正方形断面の空気力学特性に関する研究

## 第1章 概 論

### 1.1. 概 説

最近の土木構造物の長大化および巨大化の傾向に伴って、風の作用により生ずる空気力の大きさや、動的にどのような挙動を示すかといった、いわゆる空気力学性状に関する研究がさかに行なわれており、その成果が数多く報告されている。しかしながら、一般の土木構造物の断面形状は非流線型であり、また、風自身においても場所的および時間的にその風速が変動しているため、これら構造物の空気力学性状を適確に把握するには、未だ多くの未解決の問題点がある。これら多くの研究課題のうち、箱型断面に関する空気力学性状の解析もその一つのテーマと考えられる。

一般に、正方形断面に関する空気力学動的特性として、空気流と直角方向に応答を示す風琴振動(Aeolian Oscillation)および跳躍振動(Galloping Oscillation)、といった各振動現象が実験的に確認されている。すなわち二次元一様な空気流中に置れた正方形断面の応答特性としては、従来より風琴振動とギャロッピング振動によって代表されており、前者は断面背後に生ずる周期渦による強制振動であり、後者は断面が流体中において振動することによって、より不安定な振動系となる自励振動であることが知られている。従って、正方形断面を有する構造物の耐風安定性を議論するとき、これらの各振動現象の諸特性を適確に把握することは、極めて重要な課題であり、従来よりつぎのような研究が行なわれている。ギャロッピング振動については、G.V. Parkinsonによって静的空気力に、流体中において断面が振動することによって生ずる相対迎え角を導入し、非線型動的空気力による非線型応答として説明づけられている<sup>1)</sup>。この解析手法は、一般には擬定常空気力理論として知られており、その後、M. Novak<sup>2)</sup>を始め数多くの研究者によって、矩形断面の応答解析の一つの手段としてさかんに用いられている。一方、風琴振動については、断面背後に生ずる wake および周期渦の機構を調べるのが極めて重要な課題であり、これらの断面背後に生ずる渦列については、Fage & Johansen<sup>3)</sup>、Bishop & Hassen<sup>4)</sup>の研究以来、多くの研究があり、近年 Silvio は、Feruguson & Parkinsonの研究のもとに、円柱断面についての風琴振動現象に一考察を加える<sup>5)</sup>と共に、Hartlen & Currieも、円柱断面についての風琴振動現象に回答と空気力の連成現象とする独自の非線型モデルを用いて考察を加えている<sup>6)</sup>。また Sarpkaya は、円柱断面回りの渦の発生機構すなわち湧出渦(nascent vortices)について解析的解明を試みている点で注目される<sup>7)</sup>。しかしながら、これらの解析はいずれも円柱断面を対象として行なわれたものであり、正方形断面についての風琴振動に対する解析は、ほとんど無く、実験結果もごく少数しか報告されていないのが現状である。なお最近、田中・森光<sup>8)</sup>によって、矩形断面が流体中において捩れ振動を強制的に加えたとき、断面背後に生ずる周期渦の発生振動数が静止時に比べてどのように変化するかといった問題に実験的考察が加えられており、風琴振動の一つの手掛りを与える点で非常に興味深い。

この他に、角状構造物の動的応答に関して、中村<sup>9)</sup>、伊藤・田中<sup>10)</sup>、山口<sup>11)</sup>、鷺津<sup>12)</sup>、C. Scruton<sup>13)</sup>等により研究成果が報告されているが、特に Scruton は、正方形断面振動系の質量および減衰が、風琴振動やギャロッピング振動といった不安定現象にどのような影響をもたらすかを実験的に調べ Fig. 1.1 に示すような結果を報告している。この図に示されるように、風琴振動およびギャロッピング振動が生ずるそれぞれの限界風速は、振動系の質量減衰パラメータ ( $2M\delta/\rho D^2$ ,  $M$  ; 振動系の単位長さ当りの質量,  $\delta$  ; 無風時における振動系の対数減衰率,  $\rho$  ; 空気密度,  $D$  ; 断面一辺の長さ) に対してつぎのような特性を有している。すなわち、ギャロッピング限界風速は、上記の質量減衰パラメータの増加とともに、ほぼ線型的に増大しているのに対して、風琴限界風速は、質量減衰パラメータの増減に関係なくほぼ一定の値を示している。また振動系の質量減衰パラメータが大きい場合には、風速増加に伴って、正方形断面振動系は順次、安定領域、風琴振動不安定領域、安定領域、ギャロッピング振動不安定領域といった特性を示すのに対し、質量減衰パラメータが小さい場合には、風速増加に伴って、安定領域、不安定領域という特性を示す。こ

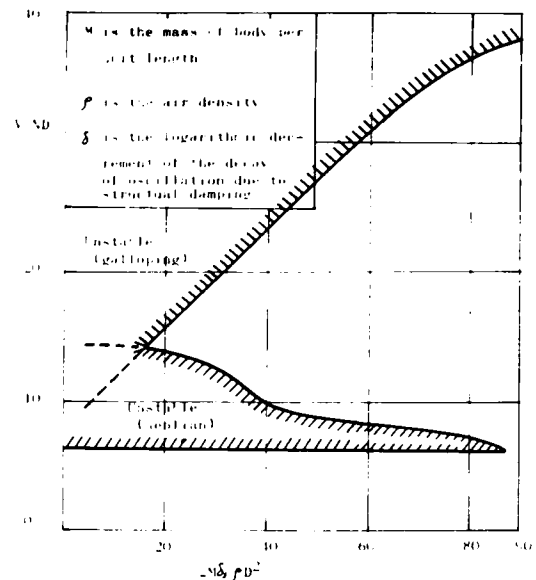


Fig. 1.1 Aerodynamic Stability of a Long Prism of Square Section with a Face normal to the Wind Direction

の場合の不安定領域は、風琴振動とギャロッピング振動のタイプの異なった２種類の振動現象が混在した領域と考えられる。ところで最近の土木構造物の長大化および巨大化、材料の軽量化、構造形式の単純化といった傾向を考慮したとき、構造物の質量減衰パラメータ ( $2M\delta/\rho D^2$ ) は減少する傾向にあり、また Scruton の結果は、必ずしも振動現象に対して十分な定量的な把握はなされていないため、質量減衰パラメータの小さな振動系に対する空気力学的特性の十分な考察は重要な課題であると思われる。さらに、最近になって Parkinson<sup>14)</sup> や Novak<sup>15)</sup> 等によって、空気流れの中に乱れを含んでいる場合に、一様流の場合に比べて、ギャロッピング振動特性にどのような変化が生ずるかといったテーマに関する報告がなされており、以上の各テーマと併せて、構造物の耐風問題に対する今後の重要な研究課題であろう。

以上、簡単ではあるが、正方形断面を有する構造物の耐風性状に関する従来の研究および若干の考察について述べたが、さらにつぎの節で他断面と比較して、正方形断面の空気力学特性がどのように違っているかといった点に触れるとともに、現在早急に解決しなければならないと考えられる空気力学上の問題点を指摘する。

## 1.2. 正方形断面と他断面における空気力学性状の差異

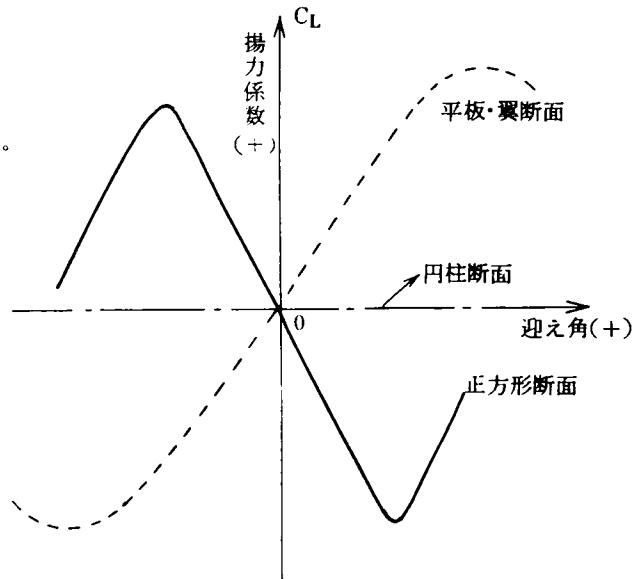
正方形断面は、平板や翼断面のような流線型でなく、また円柱断面のように滑らかではなく鋭い角を有する独特の断面であるため、その空気力学性状は、これらの他断面の場合とは当然違ったものになる。本節では、他断面として、平板・翼断面および円柱断面を対象として、断面特有の静的空気力係数および動的応答特性について比較・検討を加える。

### 1.2.1. 静的空気力係数

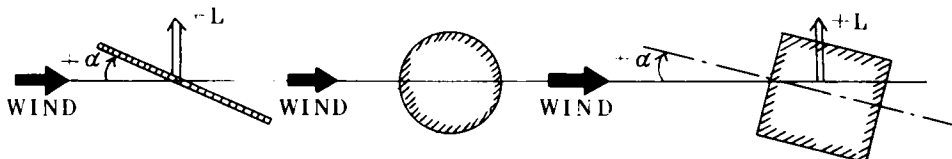
断面が流体中で静止している場合に、物体が流体より受ける空気力（静的空気力）は、一般に風速、空気密度、受風面積および係数によって、つぎのように関係づけることができる。

$$F = \frac{1}{2} \rho U^2 A \cdot C_F$$

ただし、記号  $F, \rho, U, A$  および  $C_F$  は、それぞれ空気力、空気密度、風速、受風面積および係数を表わすものとする。特に上式において記号  $C_F$  で表わされる係数は一般には静的空気力係数と呼ばれ、断面形状によって決まる断面特有の値であることが知られている。いま上記の3



断面（正方形、円柱、平板・翼）について、空気力係数のうち、揚力係数と迎え角（angle of attack）の関係をごく簡単に傾向のみを示せば右上図のようになる。この図に示されるように、平板・翼断面については、迎え角が増加するに従って揚力係数  $C_L$  も増加し、また迎え角が  $0^\circ$  で揚力係数曲線の勾配は正值となる。（理論的には  $2\pi$  となるが、実験によれば  $2\pi$  よりやや小さな値を示す。）一方、円柱断面については迎え角（もし定義できるものとすれば）の変化によらず、常に断面が対称形になるという特殊性より、静的揚力係数  $C_L$  は 0 となる。（ただし円柱断面の場合には、断面背後に生じる周期渦による交播揚力が作用する。）ところが正方形断面については、上記の2種類の断面の場合と全く違った性状を示す。すなわち、迎え角が増加するに伴って揚力係数  $C_L$  は減少し、迎え角が  $0^\circ$  付近では、揚力係数曲線の勾配は負となる。（ $\partial C_L / \partial \alpha < 0$ ）特にこの特性は、ギャロッピング振動の直接の原因と考えられ、極めて重要なものである。なお、これら3断面について迎え角と揚力の正方向を図示すればつぎのようになる。



一方、抗力係数  $C_D$  については、レイノルズ数すなわち断面寸法と風速によって変化し、垂直板や平板、円柱等の各断面については Fig. 1.2 に示される結果が報告されている。<sup>16)</sup>

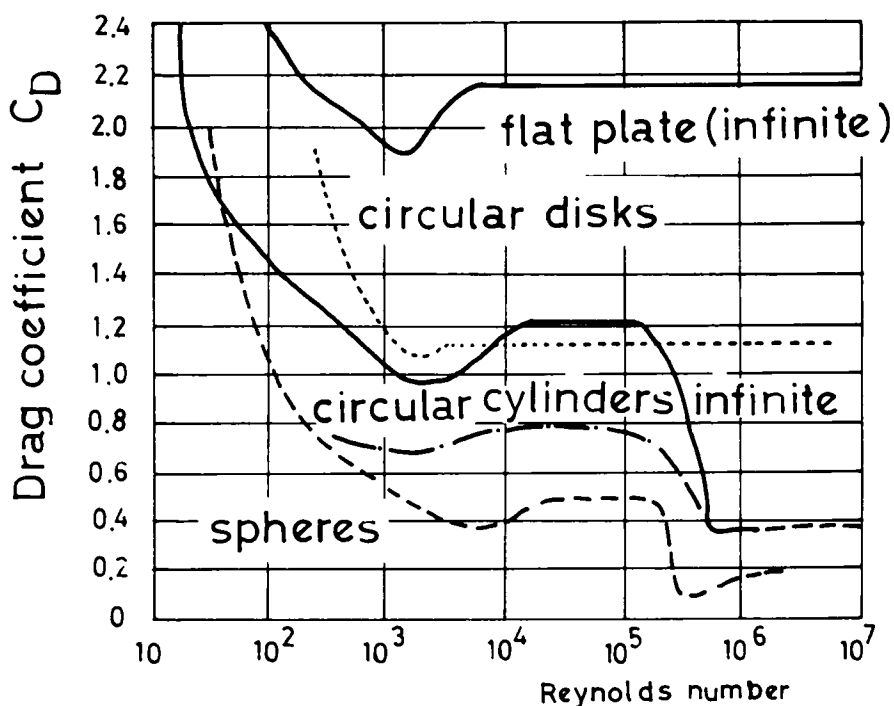


Fig. 1.2

### 1.2.2. 動的応答特性

平板・翼、円柱および正方形断面が迎え角  $0^\circ$  の状態で風の作用を受けたとき、これらの各断面が示す応答特性には著しい差異がみられる。すなわち、平板・翼断面のような流線型断面では断面背後に周期渦（カルマン渦）は発生せず、従って、周期渦に起因する風琴振動は起らない。ところが、これらの平板・翼断面が振動する場合には断面背後の wake に起因する循環が断面回りに生じ、そのため振動系の振動数と同期した周期的な揚力およびピッチングモーメントが作用し、いわゆる曲げ振れ 2 自由度連成振動（クラシカル・フラッター振動）が生じ、自励振動型の応答を示す。これらの現象については、古くから T. Theodorsen<sup>17)</sup> や Karman<sup>18)</sup> によって理論的な解析が行なわれており、また、Scanlan<sup>19)</sup> や白石<sup>20)</sup> 等によって実験的に確められている。その他の応答特性として、振動系を曲げあるいは振れ 1 自由度振動系の場合（すなわち 2 自由度連成振動が生じないように、一方の自由度を拘束した場合）には、風速の増加に伴って振動系の減衰が大きくなる現象を挙げることができよう。この現象については白石<sup>20)</sup> によって実験的に確認されている。

一方、円柱断面については、断面背後に規則的な交播周期渦（カルマン渦）が発生するが、この周期渦の発生振動数が振動系の固有振動数に一致するときに生ずる風琴振動現象によってその動的応答特性を特徴づけることができる。これらの現象については、すでに述べたように Sarpkaya<sup>7)</sup>、Silvio<sup>5)</sup>、Hartlen<sup>6)</sup>、Parkinson<sup>21)</sup>、中村<sup>22)</sup>、釜口<sup>23)</sup>等により実験的あるいは理論的な解析が試みられている。また、この風琴振動現象以外に円柱断面の動的挙動特性として注目されるのは、中村<sup>22)</sup>、釜口<sup>23)</sup>等によって実験的に確かめられているように、風琴振動を生ずるまでの風速領域においては、風速の増加に伴って、振動系の減衰が増大している点である。

ところで、正方形断面の動的応答特性としては、すでに述べたように断面背後に生ずる周期渦（カルマン渦）に起因する風琴振動と自励振動型のギャロッピング振動によって特徴づけることができる。その他の特性としては、Scrutonによって報告されている<sup>14)</sup>ように、振動系の振動数は風速増加にかかわらず、また安定領域・不安定領域にかかわらずほとんど変化しないことが挙げられよう。

以上の平板・翼断面、円柱断面および正方形断面の有するそれぞれの空気力学動的応答特性を総合して表示すればつぎのように表わせる。

断面	振動系の自由度	不安定振動	風速増加に伴う振動系の減衰の変化	振動系の振動数の変化
平板・翼	曲げ振れ 2 自由度	2 自由度連成フラッター振動	2 自由度とも減少	共にある値に近づく。 (特にたわみ振動数の変化大)
	曲げ 1 自由度	なし	増加	
	振れ 1 自由度	なし	増加	
円柱	たわみ 1 自由度	風琴振動	増加（ただし安定領域において）	変化なし
正方形	たわみ 1 自由度	風琴振動 ギャロッピング振動		変化なし

### 1.3. 正方形断面の空気力学性状に関する問題点

従来より正方形断面を有する構造物の空気力学性状に関する研究は、すでに述べたように、さかに行なわれており、その特性はかなり明確にされてきた。しかしながら、正方形断面の空気力学上の諸特性をより正確に把握するためには未解決あるいは不明瞭な点も多く残されており、今後これらの問題点について解析あるいは考察を加えることは非常に重要であり本節では、これらの問題点をいくつか指摘し、今後の研究課題の目安としたい。

### 1.3.1. 安定領域における振動特性

前節 1.2.2. で述べたように、円柱断面振動系や平板・翼断面 1 自由度振動系においては、風速の増加に伴って振動系の減衰は増加する傾向を示している。また、中村等によって、長方形断面振動系において、低風速時に同様の特性が実験的に確認されている。しかしながら正方形断面については、低風速時における安定領域での減衰の変化特性については著者の知る限りでは報告されておらず、果して正方形断面の場合にも、円柱や長方形断面と同様の特性を有するか否かという問題は興味ある課題であると同時に、他の振動特性の解析上極めて重要な問題であろう。

### 1.3.2. 静的空気力係数

正方形断面の静的空気力係数のうち、揚力係数および抗力係数は、ギャロッピング振動現象に対する一解析法である擬定常空気力理論においては、最も重要な要素でありそのため迎え角とこれらの空気力係数の関係を正確に求めておく必要がある。ところが、従来よりこれらの関係は、2 inch × 2 inch の比較的小さな断面を対象とした場合の実験結果が G.V. Parkinson によって報告されている<sup>1)</sup>に過ず、前にも述べたように、空気力係数は一般にレイノルズ数によって変化することを考えたとき、この報告結果がどのような場合にも妥当であるか否かという点に多少の問題点が残っているように思われる。なおこれらの実験的な研究とは別に、白石・小川<sup>24)</sup>は、自由流線理論を用いて、静的空気力係数を理論的に算定しており、今後の一つの方針を与える点で注目される。

### 1.3.3. 風琴振動にもとづく応答解析

円柱断面については、すでに述べたように Silvio<sup>5)</sup> や Hartlen & Currie<sup>6)</sup> 等によって風琴振動にもとづく応答解析が行なわれており、振動、振動数および外力と応答との間の位相のずれ角等の各物理量に定量的な考察がなされている。しかしながら、正方形断面については現象としてのみ実験的に把握されるに留まっており、風琴振動現象を定量的に説明する研究は極めて少ない。その理由としては、断面背後の wake や周期渦に対して十分な解析が行なわれていないことが挙げられよう。現段階では断面背後の流れの様子を正確に表現することは、まず不可能であり、そのためなんらかの方法で断面背後の流れの様子をその特性を損じないように注意してモデル化を行ない、このような単純化された流体モデルを用いての風琴振動現象の解析が必要であろう。

### 1.3.4. 質量および減衰の小さな振動系にみられる不安定現象

前にも述べたように、最近の土木構造物の長大化・巨大化の傾向に伴って構造物の単位長さ当りの質量および減衰の減少化および断面寸法の増大化は著しく、そのため、これら構造物の質量減衰パラメータ ( $2M\delta/\rho D^2$ ) は次第に減少する傾向にあることは否めない。従って正方形断面を有する構造物についての耐風安定問題を論ずる場合には、以前にも増して質量減衰パラメータが小さい場合についての動的応答特性を明らかにすることが極めて重要となる。ところが質量減衰パラメータが小さい場合の応答特性としては、C. Scruton によって報告されているように、風琴振動とギャロッピング振動の 2 種類の振動現象が区別

されることなく、混在した不安定現象としてとらえられているに留まっており、これらの不安定現象に対して何ら定量的な考察は加えられていない。そのためこれらの不安定現象においてどのようにして、風琴振動からギャロッピング振動へ移行していくのか、あるいはその間に振動振幅がどのように変化するかといった特性に解析を加えることは不可欠の課題であると考えられる。

### 1.3.5. 断面回りの流れの様子

一般に物体回りの流れの様子を知ることは、物体に作用する空気力の機構を調べる上で、また特に充実物体では渦による振動を解析する上で極めて重要な課題である。

従来より、円柱断面回りの流れの様子については、多くの研究が行なわれており、レイノルズ数 ( $R$ ) によって、つぎのように変化することが知られている。<sup>25)</sup>

- I)  $0 < R < 0.1$  : 流線は円柱断面前後で対称となる。(creeping flow)
- II)  $0.1 < R < 5$  : 円柱断面背後の流線が少しずつ開き、断面前後での流線の対称性が失なわれる。
- III)  $5 < R < 25$  : 円柱断面背後に2個の対称渦が生じると共に円柱表面に明確な層流境界層が生じる。
- IV)  $30 < R < 1500$  : 円柱断面背後に交播渦が周期的に発生する。
- V)  $1500 < R < 10^5$  : 円柱断面背後の wake は次第に乱され、上記の渦の周期性が失われていく。
- VI)  $10^5 \sim 10^6 < R$  : 円柱断面背後に死水領域 (cavity) が生じる。

これらの特性は、いずれも実験によって確認されたものであるが、この他に Hamielec<sup>26)</sup> や Thoman<sup>27)</sup> をはじめ多くの研究者によって、Navier-Stokes 方程式による数値解析も行なわれている。

一方、正方形断面については、流れはレイノルズ数に無関係に前面での2箇所の角で常に剝離するため、断面回りの様子は、円柱断面とは多少違った特性を示すものと推定される。しかしながら、正方形断面回りの流れの様子についての研究は極めて少なく、中村<sup>9)</sup>、中口<sup>28)</sup> 等によって観察されている程度である。なお著者は試みに低レイノルズ数 ( $R=40$ ) における正方形断面回りの流れの様子を Navier-Stokes 程式を差分化して数値計算により求めた。その結果を流れ関数については Fig. 1.3 に、渦度については Fig. 1.4 に示す。なお数値計算については、断面一辺の長さを2とし、断面中心に座標原点をとり、流

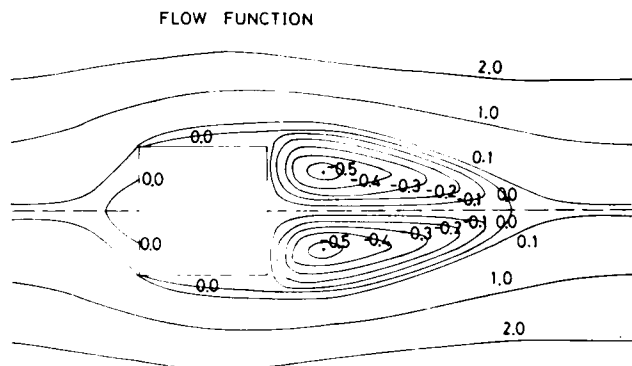


Fig. 1.3



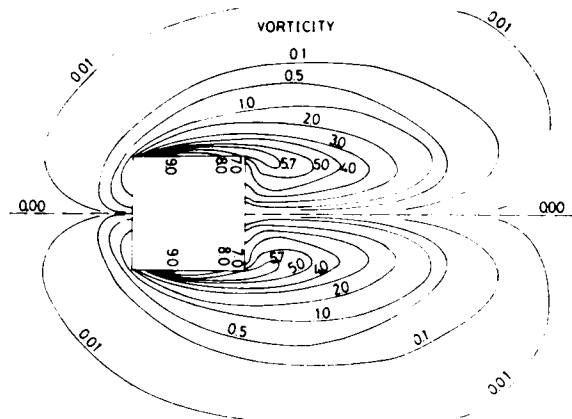


Fig. 1.4

れ方向に  $x$ ，それと直角方向に  $y$  軸をとり，それぞれ  $[-5, 7.5]$  および  $[0, 5]$  で囲まれる上半面領域に間隔  $0.1 \times 0.1$  の合計 6236 個の格子点を設け，適当な初期値を与え，くり返し計算によって境界条件（断面表面および  $x$  軸上で流れ関数は 0， $x$  軸上および断面より無限遠点で渦度は 0，無限遠点での流れ関数は  $y$  座標の値に等しい）を満足するような，全格子点での収束値を得た。計算は京都大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を使用した。これらの図より，低レイノルズ数における正方形断面回りの流れの様子は一応知ることができようが，Navier-Stokes 方程式の解の唯一性が証明されていない現在，このような解析手法に若干の疑問が残ると共に，構造物の耐風性を調べるためには，余りにもレイノルズ数が小さいため，ほとんど有効な情報は得られていない。そのため，今後はより現実に近い状況のもとでの流れの解析が必要であり，特に断面背後に生ずる周期渦のもつ物理的な諸性質に注目し，断面が振動する場合あるいは乱れを含んだ流れが作用する場合といった各種の状況変化によってどのように影響を受けるかといった課題は，極めて重要なものと考えられるが，これらについては今後の研究に待ちたい。

## 参 考 文 献

- 1) Parkinson, G.V. & Brooks, N.P.H., "On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders", Transactions, Journal of Applied Mechanics, ASME. Vol.83, 1961.
- 2) Novak, M., "Aeroelastic Galloping of Prismatic Bodies", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. of ASCE. Feb., 1969.
- 3) Fage, A. & Johansen, F.C., "The Structure of Vortex Sheets", Phil. Mag. S.7, Vol.28, Feb., 1928.
- 4) Bishop, R.E.D. & Hassen, A.Y., "The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder Oscillating in a Flowing Fluid", Proc. Roy. Soc., London, Ser. A., Vol.277, 1964.
- 5) Di Silvio, G., "Self-controlled Vibration of Cylinder in Fluid Stream", Journal of Engineering Mechanics Division, Proc. of ASCE, EM2, April, 1969.

- 6) Hartlen, R.T. & Currie, I. G., "Lift Oscillator Model of Vortex-Induced Vibration", *Journal of Engineering Mechanics Division, Proc. of ASCE, EM5, Oct., 1970.*
- 7) Sarpkaya, T., "An Analytical Study of Separated Flow about Circular Cylinders". *Journal of Basic Engineering, Trans. ASME. Dec., 1968.*
- 8) 田中 宏, 森光康夫, 根橋光年, "構造断面後流中の風速変動", 第 25 回土木学会年次学術講演会, 1970, 1-157.
- 9) 中村泰治, 溝田武人, "箱型構造物のフラッターに関する一実験", 第 26 回土木学会年次学術講演会, 1971, 1-180.
- 10) 伊藤 学, 田中 宏, "風の渦による橋げたの振動", 構造物の耐風性に関する第一回シンポジウム論文集 (1970).
- 11) 山口, 白木, 梅村, 田中 (博), "カルマン渦による橋梁部材の振動とその防止策", 三菱重工技報, Vol.7, No.7, 1970.
- 12) 鷲津久一郎, 大築志夫他, "矩形柱のフラッター" 構造物の耐風性に関する第一回シンポジウム論文集 (1970).
- 13) Scruton, C., "On the Wind-Excited Oscillation of Stacks, Towers and Masts," *Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures, NPL, June, 1963.*
- 14) Laneville, A. & Parkinson, G.V., "Effects of Turbulence on Galloping of Bluff Cylinders," *Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo, Sept., 1971.*
- 15) Novak, M. & Davenport, A.G., "Aeroelastic Instability of Prism in Turbulent Flow," *Journal of Engineering Mechanics Division, Proc. of ASCE, EM1, Feb., 1970.*
- 16) A.S.C.E., "Wind Forces on Structures," *Trans. ASCE, Vol.126, Part II, 1961.*
- 17) Theodorsen, T., "General Theory of Aerodynamics Instability and the Mechanism of Flutter." *Rep. No.496, NACA, 1935.*
- 18) von Karman, Th. & Sears, W.R., "Airfoil Theory for Non-Uniform Motion," *Journal of Aeron. Sci., Vol.5, No.10, 1938.*
- 19) Scanlan, R.H. & Ali. Sabzevari, "Suspension Bridge Flutter Revisited," *ASCE Structural Engineering Conference, Seattle, Washington, May, 1967.*
- 20) 白石成人, "平板状構造物の曲げねじれフラッター特性に関する基礎的考察", 土木学会論文報告集, 第 186 号, 2 月, 1971.
- 21) Parkinson, G.V., Feng, C.C. & Ferguson, N., "Mechanisms of Vortex-Excited Oscillation of Bluff Cylinders," *Proc. of Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, April, 1968.*
- 22) 中村泰治, "二自由度フラッターとしての円柱うず励振", 構造物の耐風性に関する第一回シンポジウム論文集 (1970).

- 23) 釜口, 田中(博), 高原, 松井, "振動円柱の非定常空気力に関する研究" 構造物の耐風性に関する第一回シンポジウム.
- 24) 白石成人, 小川一志, "箱型断面に作用する二次元定常空気力に関する自由流線理論の応用について". 土木学会論文報告集, 第 187 号, 3 月, 1971.
- 25) Birkhoff, G. & Zarantonello, E.H., "Jets, Wakes, and Cavities," Applied Mathematics and Mechanics. Vol.2, Academic Press. Inc.
- 26) Hamielec, A.E. & Rall, J.D., "Numerical Studies of Viscous Flow around Circular Cylinder" the Physics of Fluids, Vol.12, No.1, January, 1969.
- 27) Thoman, D.C. & Szewczyk, A.A., "Time-Dependent Viscous over a Circular Cylinder" the Physics of Fluids Supplement, Part II, 1969.
- 28) 中口, 橋本, 武藤, "矩形断面の柱の抗力に関する実験(低風速風洞の利用 後編)", 航空学会誌技術論文集, 4 月, 1967.

## 第 2 章 静 的 実 験

### 2.1. ま え が き

最近の土木構造物の長大化、巨大化の傾向を考えたとき、これらの構造物の受ける風荷重も極めて大きくなるものと思われる。そのためこれらの空気力を正確に算定することは構造物の耐風安定性上極めて重要な課題であることは云うまでもない。

従来より、空気流れの中に置れた物体に作用する空気力は、次式に示されるように、空気密度、受風面積および風速の自乗に比例することが知られている。

$$F = \frac{1}{2} \rho U^2 A \cdot C_F \quad (2.1.1)$$

ただし、上式中記号  $F, \rho, U, A, C_F$  はそれぞれ空気力、空気密度、風速、受風面積、比例定数を表わすものとする。特に比例定数  $C_F$  は断面形状特有の無次元量であり、空気力係数と呼ばれる非常に重要な物理量である。

一般に物体断面が受ける空気力は右図に示されるように、揚力、抗力、横力、ヨーイングモーメント、ローリングモーメントおよびピッチングモーメントの6個の要素が考えられ、これらの空気力に対応して、上記の空気力係数を定義することができる。これらの空気力のうち、揚力、抗力およびピッチングモーメントは静的空気力の三分力と呼ばれ、従来より多くの基本断面についてこれら三分力の空気力係数（揚力係数、抗力係数およびピッチングモーメント係数）が実験的に求められている。特に抗力係数についての報告は多くなされており、その1例<sup>1)</sup>を表2.1に示す。しかしながら、これらの空気力係数は厳密には断面形状以外にも Reynolds 数や断面の大きさによっても影響を受けることが知られており、そのため構造物に作用する空気力を算定する場合にはこれらの点に十分留意する必要がある。また、構造物に作用する風の方向によって空気力がどのように変化するかを調べるために、上記の各空気力係数が迎え角に対してどのような特性を有するかといった研究も行なわれている。特に揚力係数と迎え角の関係は単に断面に作用する静的空気力の問題だけではなく、動的な不安定現象と密接な関係があり、耐風問題の上で極めて重要な因子である。例えば、翼断面のストローフラッター現象や正方形断面のギャロッピング振動等は、揚力係数勾配が負（ $dC_L/d\alpha < 0$ ； $C_L$ ：揚力係数、 $\alpha$ ：迎え角）となるための不安定現象であると一般に考えられている。

ところで、正方形断面を対象とした上記の空気力係数と迎え角の関係に関する研究としては、自由流線理論を用いて理論的に求めた白石・小川の研究<sup>2)</sup>および実験的に求めた G.V. Parkinson の研究<sup>3)</sup>が挙げ

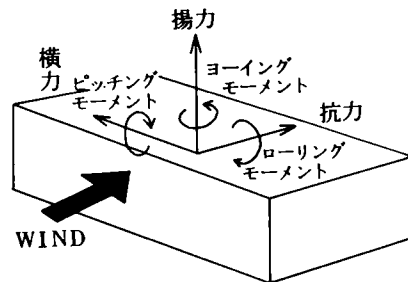






























表 2.1 単一部材の空気力係数

番号	断面形状	抗力係数				
		A	B	C	D	推奨値
1	 平板	1.96 2.01	1.98	2.0	1.96 2.01	2.0
2	 一边を地に接した平板					1.2
3	 翼板を風向にしたI型断面	2.04	1.84	2.0	2.04	2.0
4	 フランジを風向にしたI型断面	1.81	1.90	1.8	1.85	1.8
5	 風向に45°に傾斜したI型断面		1.54			—
6	 一边を風向にした山形断面	2.0	1.98	2.0	2.00 1.99	2.0
7	 風向に45°に傾斜した山形断面		1.07			1.1
8	 一边を風下に立てた山形断面	1.83	1.82	1.8	1.83	1.8
9	 頂点を風下にした山形断面		1.72			1.7
10	 頂点を風下にした山形断面		1.45	1.45		1.5
11	 フランジを風上にしたT型断面		2.01			2.0
12	 風向に45°に傾斜したT型断面 (フランジ風上側)		1.30			—
13	 ウェブを風向にしたZ型断面		1.75			1.8
14	 風向に45°に傾斜したZ型断面 (ウェブ風上側)		2.27			—
15	 フランジを風下にしたT型断面		1.52		1.54	1.5
16	 風向に平行におかれた正方形断面	2.03	2.05	2.0 [1.2]	2.03	2.0 [1.2]
17	 風向に45°に傾斜した正方形断面		1.55	1.5 [1.5]		1.5 [1.5]
18	 長辺を風向にした長方形断面			1.4 [0.6]		1.4 [0.6]
19	 長辺を風向にした長方形断面			2.2 [1.6]		2.2 [1.6]
20	 頂点を風向にした正三角形断面			1.2 [1.1]		1.2 [1.1]
21	 頂点を風下にした正三角形断面			2.0 [1.3]		2.0 [1.3]
22	 直角の頂点を風向にした直角二等辺三角形断面			1.55		1.6
23	 円形断面		1.17 (0.30)	1.2 (0.7)		1.2 (0.7)
24	 12角形断面			1.3 (1.0)		1.3 (1.0)
25	 凸面を風下にした半円形断面			2.3		2.3
26	 凸面を風下にした半円形断面			1.2		1.2
27	 ウェブを風下にした溝型断面				2.16	—
28	 ウェブを風下にした溝型断面				1.79	—

(注) A : Wind forces on structures : Fundamental considerationsによる。  
 B : トラス構造物全体の静的風圧荷重による。  
 C : On the estimation of wind for building and structural designによる。  
 D : 電気協同研究、第20巻、第4号による。  
 [ ] は一辺の円の半径をもって切りとった場合の数値を示す。  
 ( ) は限界レイノルズ数以上の数値を示す。

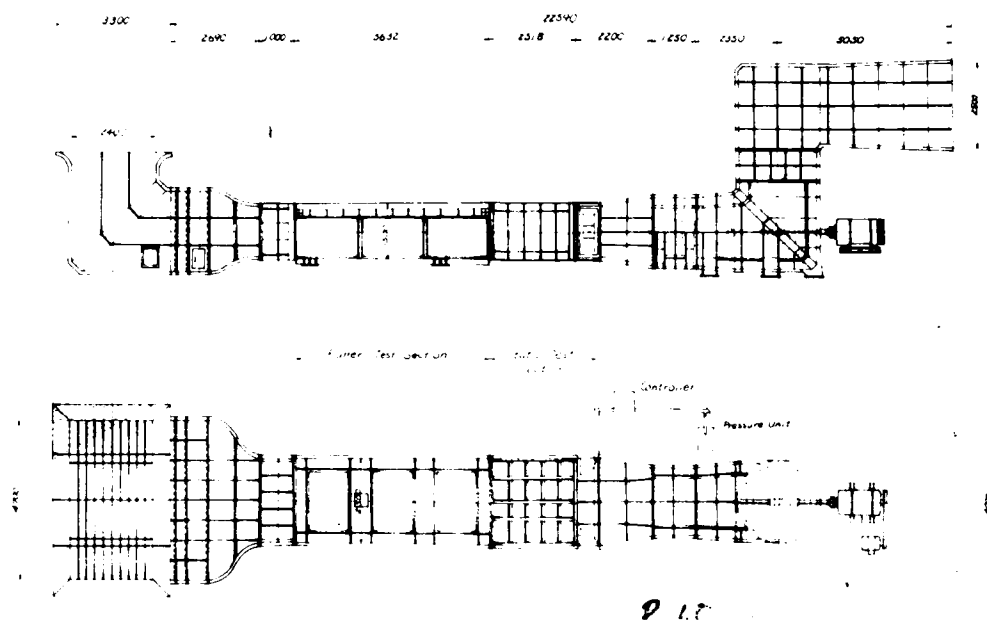
られる。しかしながら、後者の Parkinson の結果は、断面 2 inch  $\times$  2 inch の比較的小さな正方形断面について行なわれたものであり、また Reynolds 数も 66,000 と低い領域の結果であると共にデータ数も少なく十分な情報とはいえない。特に上記に述べたように空気力係数は、Reynolds 数や断面の大きさに影響されることを考えたとき、測定条件（断面寸法あるいは Reynolds 数等）の変化によって、Parkinson の報告している結果と違った結果が得られることも十分考えられる。そのため本研究では後に述べる断面 20<sup>cm</sup>  $\times$  20<sup>cm</sup> といった比較的大きな模型を用いて、正方形断面の静的空気力係数と迎え角の関係を実験的に求めた。以下に実験装置ならびに実験結果について説明する。

## 2.2. 実験装置および測定器具

正方形断面に作用する静的空気力を測定するために用いた実験装置および測定器具について以下に説明する。

### 1. 風 洞

京都大学工学部土木工学教室に設置された吸込み式エッフェル型風洞を使用した。風速は 0  $\sim$  25 m/sec の範囲で連続的に制御でき、二次元一様流を発生させることができる。測定断面 (working section) は、高さ 1.5 m、幅 2.5 m であり、長さは約 8 m にわたって測定可能となっている。また内壁は 3 % で断面を拡大し、境界層の発達を防いでいる。(写真参照)



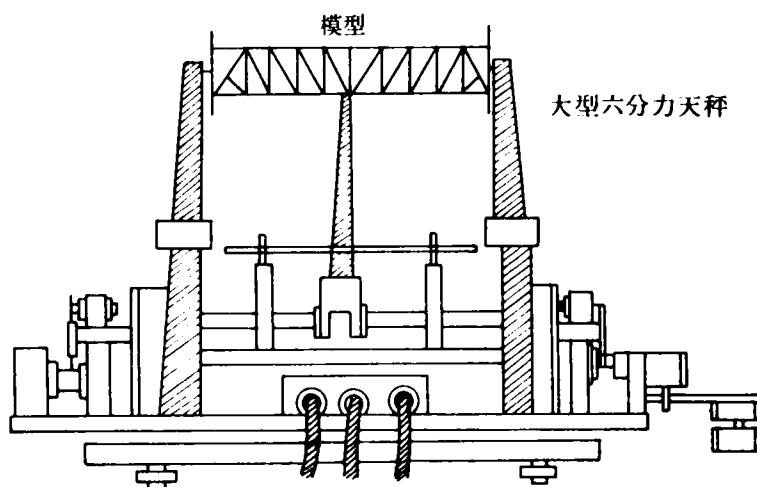
### 2. 風速測定

一様風速を測定するために、ピトー管 (NPL 型) およびマノメータ (ベッツ型, 理化精機工業 KK 製)

を使用した。

### 3. 静的空気力測定

模型に作用する空気力を測定するために大型六分力天秤（島津製作所製）を用いた。この天秤は3本のストラットで支えられた模型に作用する六種類の空気力（揚力，抗力，横力，ピッチングモーメント，ローリングモーメント，ヨーイングモーメント）を測定することが出来ると共に，ピッチングアングルおよびヨーイングアングルを $-30^{\circ}$ から $+30^{\circ}$ の範囲にわたって連続的に変化させることが可能である。なお，測定原理は空気力によって生ずるレバーの不均衡をバランスするように電磁コイルが作用し，それに要する電流量を空気力として検出する。なお，その外観の略図を下に示す。



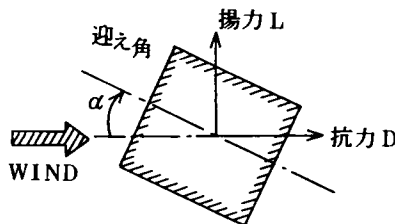
この六分力天秤の出力を X-Y レコーダー（島津製作所製）により自動的に記録した。

### 4. 模 型

本研究に用いた模型は，断面  $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ ，スパン長  $93\text{ cm}$  の二次元正方形断面部分模型であり，その両端には，流れの3次元化を防ぐために円形端板をとりつけた。

### 2.3. 実験結果および考察

以上に述べた断面  $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$  の正方形断面に作用する揚力および抗力を六分力天秤により測定し，それぞれ次式より，各迎え角に対する揚力係数および抗力係数を求めた。なお揚力および抗力は右図に示されるように空気流直角方向および空気流方向の空気力を表わすものとする。



$$C_L(\alpha) = \frac{L(\alpha)}{\rho U^2 \cdot b \cdot \ell} \quad (2.3.1)$$

$$C_D(\alpha) = \frac{D(\alpha)}{\rho U^2 \cdot b \cdot \ell} \quad (2.3.2)$$

ただし上式中,  $\alpha$  ; 迎え角

$C_L(\alpha)$ ; 迎え角  $\alpha$  における揚力係数

$C_D(\alpha)$ ; 迎え角  $\alpha$  における抗力係数

$L(\alpha)$  ; 迎え角  $\alpha$  における揚力

$D(\alpha)$  ; 迎え角  $\alpha$  における抗力

$\rho$  ; 空気密度,  $U$  ; 風速,  $b$  ; 断面一辺の半長,

$\ell$  ; 模型スパン長

揚力係数と迎え角の関係を図 2.3.1 に, 抗力係数と迎え角の関係を図 2.3.2 に示す。これらの図より, つぎの各事項が知られる。

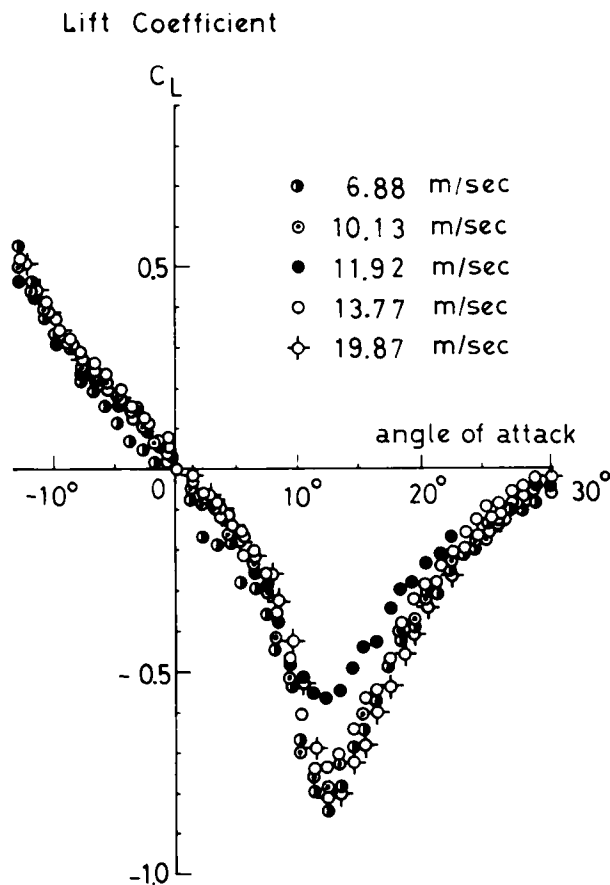


Fig. 2.3.1



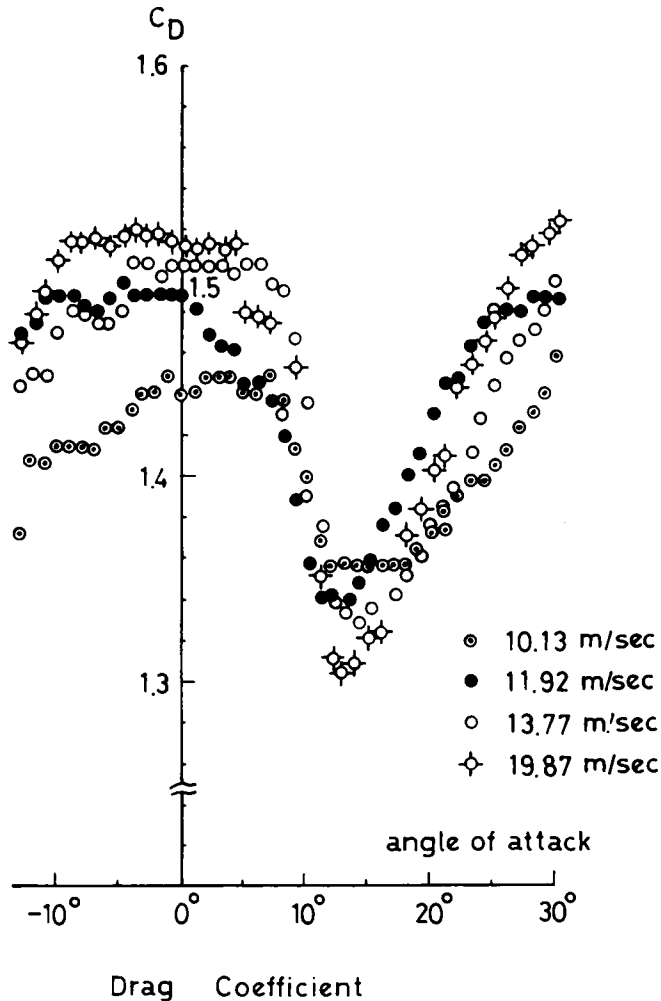


Fig. 2. 3. 2

### 1. 揚力係数と迎え角

迎え角が  $0^\circ$  付近では揚力係数は0を示すとともに揚力係数勾配は負となっており、( $dC_L/d\alpha < 0$ ) 迎え角が  $13^\circ$  付近までは迎え角の増加に伴って、揚力係数の絶対値も増加している。迎え角が  $13^\circ$  付近で揚力係数はピークをもち、およそ  $-0.8$  の値を示している。迎え角が  $13^\circ$  付近を越せば、迎え角の増加に伴って揚力係数の絶対値は次第に減少し、迎え角  $30^\circ$  ではほぼ0に近い値となる。

このように、迎え角  $13^\circ$  付近で揚力係数の値に急激な変化が生ずる原因としては、正方形断面の上流角部で剝離した流れが迎え角  $13^\circ$  付近で断面表面に再付着するためと思われるが、この点に関しては今後、発煙装置等を用いて、断面回りの流れの解析を行なって明らかにしなければならない課題であろう。

## 2. 抗力係数と迎え角

迎え角  $0^\circ$  では、抗力係数は  $1.45 \sim 1.5$  の値を示しており、迎え角が  $10^\circ$  付近を越せば、迎え角の増加に伴って抗力係数は急激に減少しており、揚力係数の場合と同じく、迎え角  $13^\circ$  付近で最小値 ( $1.3 \sim 1.35$ ) を示している。迎え角が  $13^\circ$  付近を越せば、迎え角の増加に伴って抗力係数も増加している。迎え角  $13^\circ$  付近における抗力係数の変化特性も揚力係数の場合と同様の原因によるものと思われる。特に迎え角  $0^\circ$  における抗力係数の値が  $1.45 \sim 1.50$  を示しているが、これは従来より報告されている値 ( $2.00$ ) よりかなり小さな値であるが、前にも述べたように、断面の大きさ、模型表面の状態あるいは Reynolds 数等によるものと思われるが、この点についてはさらに検討の余地があるものと考えられる。

## 参 考 文 献

- 1) 土木学会・本州四国連絡橋技術調査委員会；耐風設計指針解説（1967）。
- 2) 白石成人，小川一志，“箱型断面に作用する二次元定常空気力に関する自由流線理論の応用について”，土木学会論文報告集，第 187号，3 月，1971。
- 3) Parkinson, G.V. et al, "The Square Prisms as an Aeroelastic Non-linear Oscillator," Quart. J. Mech. & Applied Math., Vol. XV, Part 2, 1964.

## 第 3 章 動 的 実 験

### 3.1. ま え が き

角状断面を有する構造物の耐風上の動的性状を調べるために、各国の多くの研究者によって実験が行なわれており、その成果が報告されている。<sup>1,2,3,4,5)</sup>しかしながら、従来の研究においては、質量および減衰の小さな正方形断面振動系に対する動的解析は未だ不十分であり、そのため本研究においては、二次元正方形断面部分模型を用いて、質量および減衰の比較的小さな振動系に対して風洞実験を行ない、その動的特性を調べるとともに、正方形断面に作用する動的空気力を実験的に求め、さらに若干の考察を加える。

### 3.2. 動的実験装置ならびに測定器具

本研究において動的実験に用いた実験装置ならびに測定器具を以下に述べる。

#### 1. 風 洞

静的実験に用いられた風洞と同じであり、省略する。

#### 2. 風速測定

本研究では二次元一様流を対象としており、一様風速の測定はピトー管およびマノメータを用いて行なわれた。原理としては、風速を動圧と静圧との差圧としてピトー管で得、それをベッ型マノメータ（理化精機工業KK製）で読みとった。

#### 3. 模 型

本研究において用いられた正方形断面模型は、一辺の長さ 20<sup>mm</sup>、スパン長 93<sup>mm</sup> の寸法を有する二次元部分模型であり、また流れの三次元化を防ぐために両端に円形端板が取り付けられている。さらに、幾何学的形状を一定にして、質量を変えるため材質の異なった 3 種類の模型を作成した。

#### 4. 模型支持状態

模型の重量効果を少なくするために、模型を鉛直に吊りさげ、流れ方向およびそれに直角方向に自由度を与えるように合計 8 本のスプリングを使用した。また、空気流を乱すことなく加振あるいは抑振するために模型下端にストリングをとりつけた。これらの模型支持状態を図 3.2.1 に示す。

#### 5. 応答検出装置

##### (i) ストレインゲージ（東京測器研究所KK製）

スプリング端にとりつけられたストレインゲージによって、模型の変位量すなわちスプリングの変位量を電気抵抗値の変化におきかえる。

##### (ii) ホイストンブリッジ（興和電気KK製）

上記のストレインゲージの電気抵抗値は温度変化によっても影響を受けるため、ホイストンブリッジによって、アクティブゲージとダミーゲージの出力の差をとり、模型の変位成分のみを検出するようにした。

(Ⅲ) 動歪計（新興通信工業KK製）

前記のストレインゲージの出力である電圧変化を動歪計で増幅した。なお、本研究に用いた動歪計はDS6/MTY型であり入出力6チャンネル測定可能となっている。

(Ⅳ) ローパスフィルター（新興通信工業KK製）

動歪計の出力として得られる模型変位の中には、スプリング自身の振動、あるいはまた風洞本体の振動やその他の電氣的な雑音も含まれており、これらの模型変位以外の成分を取り除くためにローパスフィルター（LFT型, 3チャンネル）を用いた。

6. 応答記録

高周波成分の雑音を除去したローパスフィルターの出力をペン書きレコーダー（渡辺測器製作所KK製, WTR 211型, 4チャンネル）によってアナログ量として応答を記録した。

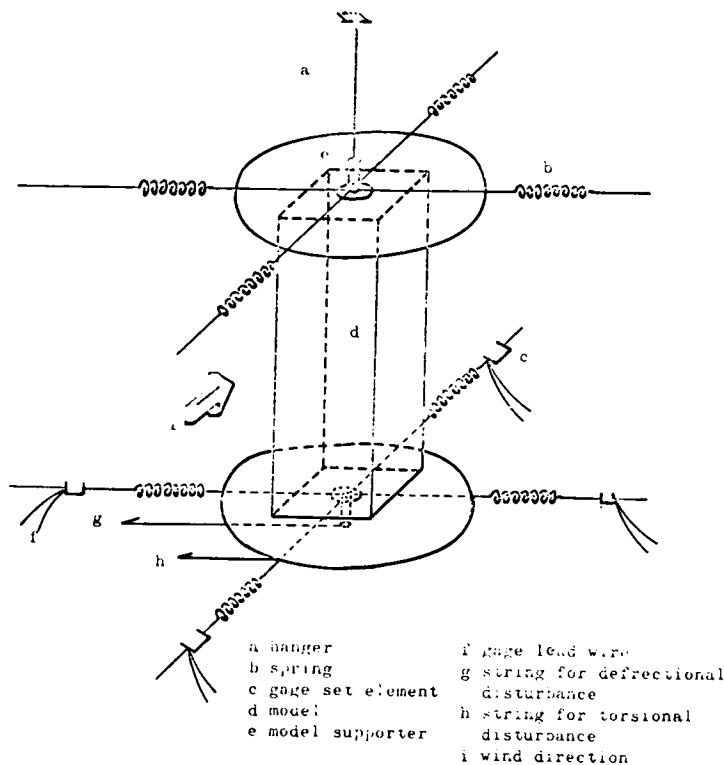


Fig. 3. 2. 1

3.3. 無風時における振動系の各物理量

本研究においては振動系の単位長さ当りの質量および減衰を小さくし、C. Scrutonの報告<sup>1)</sup>による質量減衰パラメータの小さな場合の動的挙動を調べることに目的がおかれている。

上記の材質の異なる3種類の正方形断面模型の無風時における振動系の各物理量を示せば、つぎの表のように表わすことができる。なお、次表に示される値は流れと直角方向の振動系に対するものである。

振動系	断面寸法 (cm)×(cm)	スパン長 $\ell$ (cm)	単位長当 りの質量 $m$ (kg sec <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> )	減衰比 $\zeta_0$	円振動数 $\omega_0$ (sec <sup>-1</sup> )	質量パラ メータ $\epsilon = \frac{\zeta_0}{2\pi\rho b^2}$	質量減衰 パラメータ $\bar{\epsilon} = \frac{m\zeta_0}{2\pi\rho b^2}$
A	20×20	93	0.4665	0.002750	8.4959	59.396	0.1633
B	20×20	93	0.7808	0.002084	6.5541	99.414	0.2072
C	20×20	93	1.0023	0.002390	5.7960	127.617	0.3049

### 3.4. 実験結果および考察

本研究においては、上記のように流れ方向およびそれに直角方向についてそれぞれ実験を行ない、それらの振動特性を調べたが、以下に述べるいくつかの実験結果は、流れに直角方向（すなわち揚力方向）の1自由度振動系に対するものであり、流れ方向については、後に述べる3.5.1の動的空気力のところで説明を加える。

#### 1. 風速と振動系の振動数

正方形断面に関して流れと直角方向（揚力方向）1自由度振動系における振動数が風速と共にどのように変化するかといった問題については、C. Scrutonの報告<sup>1)</sup>によれば、単にほとんど変化しないとされており、定量的な報告はなされていない。そのため、本研究では上記の質量減衰パラメータの異なった3種類の振動系A, B およびCについて行なった実験結果よりその特性について簡単な考察を加える。なお、それぞれの振動系についての結果を表(3.4.1.1), 表(3.4.1.2), 表(3.4.1.3)に示す。これらの表に示されるように、振動系の円振動数は、風速の変化による顕著な変化はみられないが、これらの風琴限界風速と考えられる風速領域では、多少、無風時の値よりやや小さくなる。このような傾向は、振動系の質量減衰パラメータが小さい場合ほど大きくなっている。すなわち、質量減衰パラメータが最も小さい振動系A ( $\bar{\epsilon} = 0.1633$ ) では、無風時の円振動数との比の最小値 ( $(\omega/\omega_0)_{\min}$  値) が0.9433となるのに対し、質量減衰パラメータが最も大きい振動系C ( $\bar{\epsilon} = 0.3046$ ) では、この最小値 ( $(\omega/\omega_0)_{\min}$  値) が0.9903となる。従って質量減衰パラメータが更に大きな振動系に関しては、円振動数は風速にほとんど影響されることなく、ほぼ無風時の円振動数の値を示すものと考えられ、C. Scrutonの報告を裏付けるものと思われる。

表 3. 4. 1. 1

振動系 A  $\omega_0 = 8.4959 \text{ (sec}^{-1}\text{)}$ 

換算風速	円振動数比	換算風速	円振動数比
$U/b\omega$	$\omega/\omega_0$	$U/b\omega$	$\omega/\omega_0$
0.0000	1.0000	1.9105	1.0048
0.2369	1.0020	2.0091	1.0048
0.2877	1.0008	2.0874	1.0048
0.3276	1.0024	2.1970	0.9905
0.4139	1.0008	2.2235	0.9976
0.5041	1.0021	2.3209	1.0122
0.5956	1.0008	2.4420	0.9835
0.6504	1.0020	2.4787	1.0048
0.7057	1.0022	2.5361	1.0048
0.7793	1.0048	2.7239	0.9433
0.8585	1.0062	2.7713	0.9461
0.9186	1.0064	2.8759	0.9481
0.9803	1.0048	2.9162	0.9530
1.0535	1.0070	2.9774	0.9563
1.1060	1.0048	3.0812	0.9530
1.1793	1.0024	3.0831	0.9610
1.2670	1.0048	3.1856	0.9610
1.3122	1.0048	3.2128	0.9630
1.3574	1.0048	3.2945	0.9630
1.4139	1.0111	3.3419	0.9650
1.5036	1.0080	3.3691	0.9650
1.5749	1.0136	3.4778	0.9650
1.6591	1.0048	3.5929	0.9706
1.7001	1.0103	3.7879	0.9690
1.9786	0.9498	3.8691	0.9690

表 3. 4. 1. 2

振動系 B  $\omega_0 = 6.5541 \text{ (sec}^{-1}\text{)}$ 

換算風速	円振動数比	換算風速	円振動数比
$U/b\omega$	$\omega/\omega_0$	$U/b\omega$	$\omega/\omega_0$
0.0000	1.0000	2.4181	0.9904
0.3383	0.9997	2.4603	0.9887
0.4139	1.0012	2.7316	0.9640
0.4884	1.0024	2.8270	0.9492
0.6129	1.0032	2.8297	0.9571
0.6875	1.0036	2.8684	0.9573
0.7746	1.0023	2.9444	0.9625
0.8382	1.0005	2.9922	0.9680
0.9401	0.9965	3.0231	0.9664
1.0695	0.9986	3.0301	0.9724
1.1050	0.9986	3.0843	0.9716
1.1928	0.9986	3.1161	0.9738
1.2934	0.9958	3.1461	0.9764
1.4229	0.9962	3.2300	0.9782
1.4727	0.9986	3.2430	0.9782
1.5444	0.9986	3.3786	0.9798
1.6197	0.9986	3.4817	0.9796
1.7490	0.9965	3.5188	0.9800
1.8081	0.9986	3.6109	0.9792
1.9257	0.9962	3.6857	0.9798
1.9893	0.9958	3.7618	0.9800
2.1245	0.9915	3.9071	0.9788
2.2440	0.9945		
2.2654	0.9962		
2.3830	0.9892		

表 3. 4. 1. 3

振動系 C  $\omega_0 = 5.7960 \text{ (sec}^{-1}\text{)}$ 

換算風速 ( $U/b\omega$ )	円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ )	換算風速 ( $U/b\omega$ )	円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ )
0.0000	1.0000	2.1052	1.0012
0.3365	1.0066	2.2541	1.0019
0.4113	1.0066	2.4500	0.9984
0.5606	1.0071	2.6570	0.9915
0.6721	1.0079	2.8500	0.9903
0.8593	1.0074	2.9230	0.9915
1.0093	1.0069	3.0210	1.0091
1.1189	1.0091	3.1640	1.0112
1.2718	1.0079	3.3250	1.0074
1.3850	1.0055	3.4330	1.0086
1.5284	1.0097	3.5950	1.0050
1.6844	1.0055	3.7770	1.0066
1.8373	1.0038	3.9560	1.0086
1.9934	1.0007		

## 2. 風速と振動系の減衰

すでに述べたように、円柱や長方形断面では風琴限界風速より小さな風速領域において、振動系の減衰は風速増加と共に増大する性状を示している。<sup>4,6)</sup>ところが従来より Parkinson 等により報告されている擬定常空気力理論<sup>2,3)</sup>を用いるとき、上に述べたような性状とは全く逆の性状、すなわち風速増加と共に正方形断面振動系の減衰は減小しなければならない。従って質量減衰パラメータの小さな正方形断面振動系における減衰特性を明らかにするために本研究では、上記の質量減衰パラメータの異なる3種類の振動系 A, B および C について、自由振動法により各風速に対する減衰を求めた。その結果を表(3.4.2.1)(振動系 A)、表(3.4.2.2)(振動系 B)および表(3.4.2.3)(振動系 C)に示す。これらの表より、風速変化に対する振動系の減衰特性としてつぎのように結論づけることができる。

- (i) 3種類の振動系に共通して、低風速(換算風速でおよそ 2.3 以下)においては、風速増加と共に減衰は大きくなっており、円柱断面や長方形断面と似た性状を示している。従ってこのような風速領域においては、擬定常空気力理論でこの現象を説明することができず、この理論の限界を示すものと考えられる。なお、一例として振動系 B における換算風速( $U/b\omega$ )が 0 (すなわち無風状態)、0.4884 および 1.7490 の場合の減衰の変化の様子を図 3.4.2.1 に示す。
- (ii) 換算風速がおおよそ 2.3 より大きくなる時、振動系の減衰は急激に不安定となり、正負にわたって大きくばらつく。しかしながら、換算風速がおおよそ 3.1 より大きな風速領域では減衰は負となり、その絶対値は風速増加と共に減小する。

(iii) 上記の (i) および (ii) で述べた特性を振動系 A, B および C 別にみたとき、振動系の質量減衰パラメータが小さな場合ほどこの特性は顕著に現われている。従って、これらの特性は振動系の質量あるいは減衰とかなり密接な関係があるものと考えられる。

表 3. 4. 2. 1

model A (倍振幅 5<sup>cm</sup>での減衰率の変化)

Reduced Velocity $U/b\omega$	Damping Ratio $\zeta$	Reduced Velocity $U/b\omega$	Damping Ratio $\zeta$
0	0.002750	2.5361	0.084145
0.2369	0.003079	"	-0.050086
0.2877	0.003270	"	0.088388
0.3276	0.003344	"	-0.052640
0.4139	0.003491	2.7239	-0.032605
0.5041	0.003167	"	0.025254
0.5956	0.002799	2.7713	-0.050970
0.6504	0.002681	"	0.089173
0.7057	0.002898	"	0.025927
0.7793	0.002704	2.8759	-0.040540
0.8585	0.003118	"	0.079745
0.9186	0.003909	2.9162	-0.050676
0.9803	0.004671	"	0.08220
1.0535	0.005578	"	-0.032055
1.1060	0.005415	"	0.028755
1.1793	0.007529	2.9774	-0.037908
1.2670	0.008293	"	0.073656
1.3122	0.010737	3.0812	-0.043369
1.3574	0.011479	"	0.031112
1.4139	0.011785	3.0831	-0.041640
1.5036	0.012739	"	0.109011
1.5749	0.012178	"	-0.061989
1.6591	0.012767	3.1856	-0.037005
1.7001	0.011168	3.2128	-0.038655
1.9786	0.012047	3.2945	-0.039362
1.9105	0.010868	3.3419	-0.028430
2.0091	0.012806	3.3691	-0.027547
2.0874	0.012335	3.4778	-0.019037
2.1970	0.014535	3.5929	-0.019713
2.2235	0.014221	3.7879	-0.013637
2.3209	0.010607	3.8691	-0.012898
2.4420	0.054918	3.8691	-0.010754
2.4787	0.025220		



表 3. 4. 2. 2

model B (倍振幅 5 cm での減衰の変化)

Reduced Velocity $U/b\omega$	Damping Ratio $\zeta$	Reduced Velocity $U/b\omega$	Damping Ratio $\zeta$
0.00	0.002084		-0.02086
0.3383	0.004066	2.9922	0.023570
0.4139	0.004025		-0.026753
0.4884	0.004286	3.0231	0.024244
0.6129	0.004260		-0.019698
0.6875	0.004243	3.0301	-0.024413
0.7746	0.005156	3.0843	0.015763
0.8382	0.005480		-0.029295
0.9401	0.007857		-0.023234
1.0695	0.009075	3.1161	-0.020182
1.1050	0.008927	3.1461	-0.034009
1.1928	0.009361		-0.021887
1.2934	0.009603	3.2300	-0.012375
1.4229	0.009254		-0.025339
1.4727	0.009350		-0.028809
1.5444	0.008564	3.2430	-0.013946
1.6197	0.008210		-0.015826
1.7490	0.008594	3.3786	-0.013789
1.8081	0.009919		-0.008692
1.9257	0.008730	3.4817	-0.009512
1.9893	0.011393		-0.010725
2.1245	0.008206	3.5188	-0.014058
2.2440	0.009035		-0.010345
2.2654	0.009597		-0.007464
2.3830	0.010944	3.6109	-0.007071
2.4181	0.011785		-0.008068
2.7316	-0.022071	3.6857	-0.009344
2.8270	0.05569		-0.009661
	-0.009134		-0.006151
2.8297	-0.007463	3.7618	-0.008344
2.8684	-0.013774		-0.007198
	0.021096	3.9071	-0.006077
	0.020742		-0.006850
2.9444	0.013106		

表 3. 4. 2. 3

model C (倍振幅 5<sup>cm</sup>での減衰の変化)

Reduced Velocity $U/b\omega$	Damping Ratio $\zeta$	Reduced Velocity $U/b\omega$	Damping Ratio $\zeta$
0.00	0.002003		0.010277
0.3365	0.002357		-0.007385
0.4113	0.003109		0.011314
0.5606	0.002826		-0.005775
0.6721	0.003103	2.8504	0.021370
0.8593	0.003683		-0.022627
1.0093	0.004546		0.021920
1.1189	0.004815		-0.016734
1.2718	0.006226		0.025298
1.3850	0.005814		-0.018699
1.5284	0.006529	2.923	0.021527
1.6844	0.007601		-0.019092
1.8373	0.007425		0.021056
1.9934	0.007071		-0.011137
2.1052	0.007228		-0.010371
2.254	0.007984	3.021	-0.011706
2.450	0.012681		0.017088
2.657	0.013553		-0.014142
	0.011785	3.164	-0.008308
	-0.017128	3.325	-0.009899
	0.005623	3.433	-0.006600
	-0.019563	3.595	-0.005735
	0.004832	3.777	-0.004596
	-0.012846	3.956	-0.002711

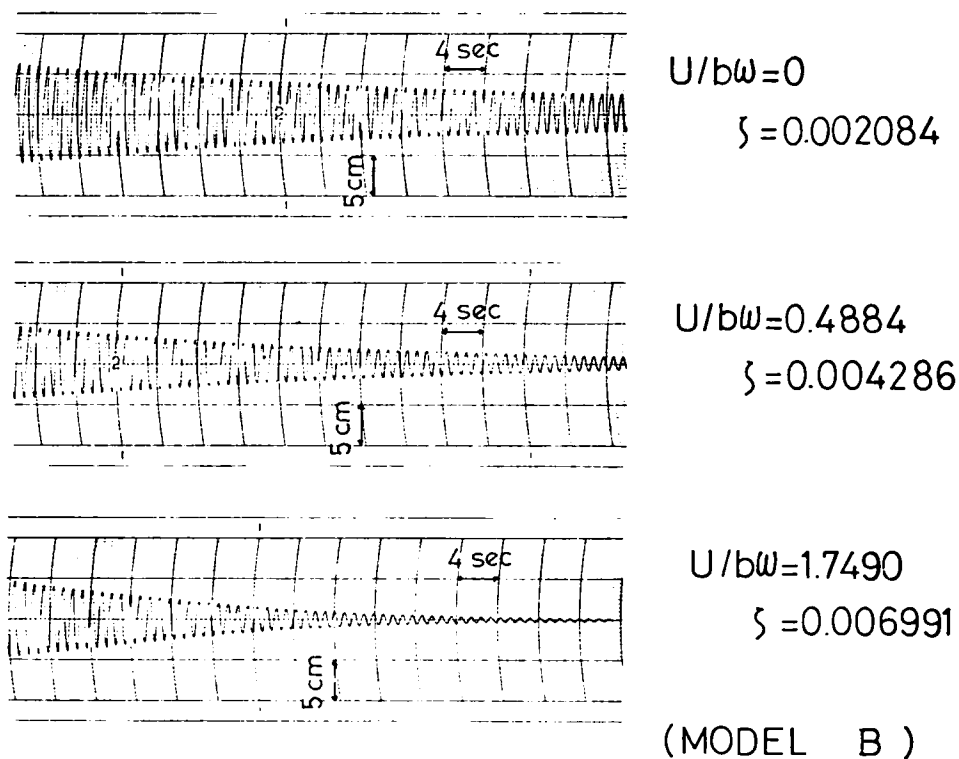


Fig. 3.4.2.1 風速増加にともなう減衰の変化

### 3. 風速と振動振幅

質量または減衰の小さな正方形断面振動系の風と直角方向における不安定現象は、Scruton の報告によれば、風琴振動とギャロッピング振動とが混在した振動現象として特徴づけられている<sup>1)</sup>。しかしながらこの報告ではたんに不安定現象の限界風速を示すに留まっており、その振幅については触れられていない。ところが構造物の耐風上の問題としては、限界風速を明らかにすることと共に、不安定現象によって生ずる振動振幅の大きさを定量的に把握することも併せて重要な研究課題である。

そのため本研究では、前記の質量減衰パラメータの異なる3種類の振動系 A, B および C について、風と直角方向にのみ自由度を許した場合（1 自由度振動系）の不安定現象を実験的に調べた。横軸に換算風速 ( $U/b\omega$ ) をとり、縦軸に振幅比 ( $2x_0/b$ ) をとり、プロットした結果を図 3.4.3.1（振動系 A）、図 3.4.3.2（振動系 B）および図 3.4.3.3（振動系 C）に示す。なお、これらの図中において同一風速において大きさの違う2種類の振幅がプロットされているのは、振動波形がビート状になっていることを示し、最大振幅と最小振幅を表わすものである。これらの結果より、二次元一様流中に置れた質量減衰パラメータの小さな正方形断面 1 自由度（風と直角方向）振動系における振動特性として、次に示されるような各要素が考えられる。

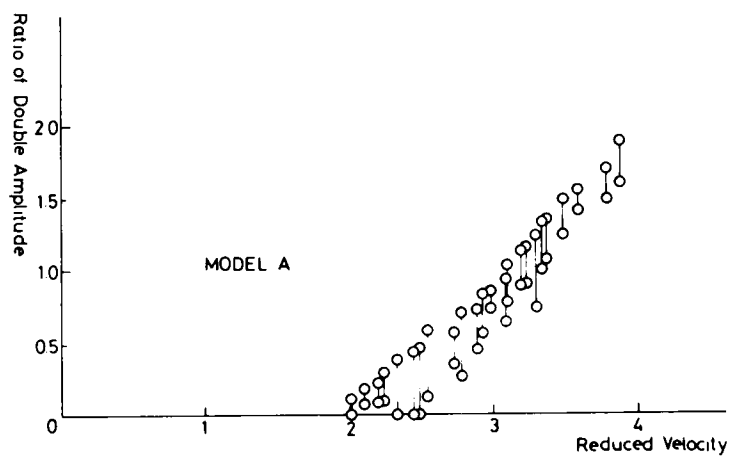


Fig. 3. 4. 3. 1

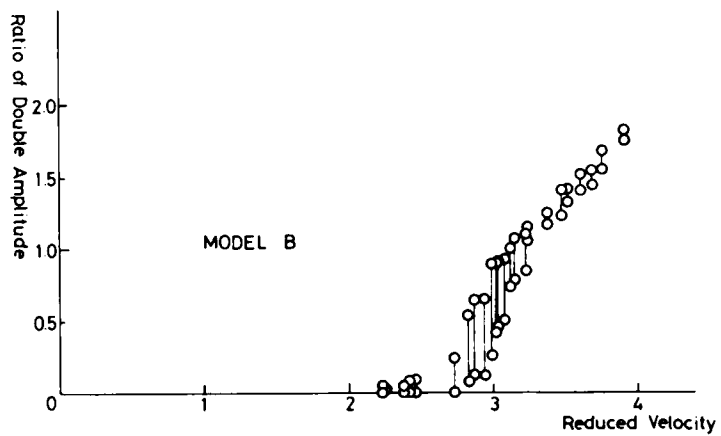


Fig. 3. 4. 3. 2

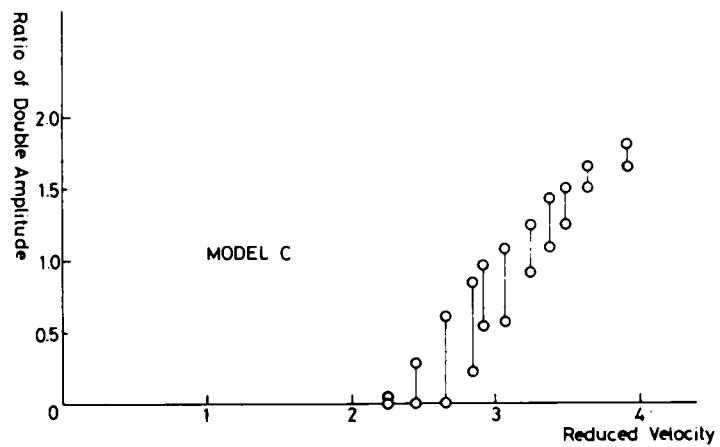


Fig. 3. 4. 3. 3

- (i) 換算風速 ( $U/b\omega$ ) が 2.0 ~ 2.2 以下の低風速領域では、振動は発生せず安定領域である。
- (ii) 換算風速 ( $U/b\omega$ ) が 2.0 ~ 2.2 以上になれば、振動が生じ、以降風速が増加するにつれ振幅は次第に増大し、質量減衰パラメータの大きな振動系について、Scruton や Parkinson により報告されているような風琴振動消滅後の安定領域は現われていない。
- (iii) 風琴限界風速 ( $U/b\omega \doteq 3.0$ ) 付近では、特に顕著なビート状の振動波形となっているが、風速増加に従って徐々に定常波形へと移行している。その一例として図 3.4.3.4 に振動系 B の換算風速が 3.0843 および 3.9070 における振動波形の記録を示す。
- (iv) 質量減衰パラメータの最も小さな振動系 A においては、他の B および C と比べ風速増加に対する振動振幅の増大する割合がやや大きくなっている。
- (v) 以上の各結果より、質量減衰パラメータの小さな正方形断面振動系においては、風琴振動が発生した後にも引き続いて不安定現象が生じることが確認されたが、風琴振動からギャロッピング振動への移行過程については、明確に評価することが出来ない。この点に関しては、後に述べる第 4 章で検討を加える

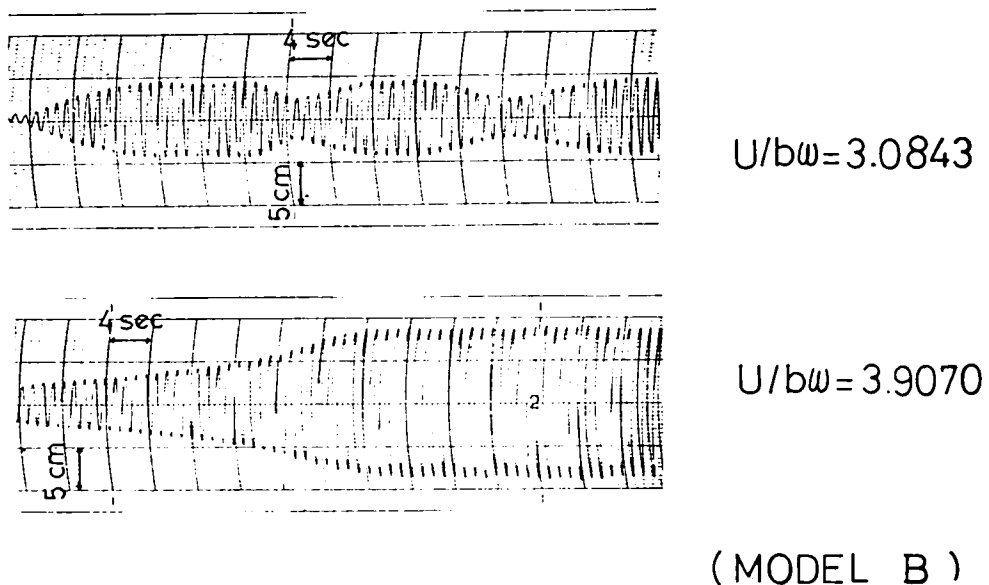


Fig. 3.4.3.4 振動応答記録

#### 4. 迎え角と不安定現象

前節まで述べられた正方形断面振動系の空気流と直角方向の動的挙動特性は、いずれも空気流方向と断面上流面のなす角が  $90^\circ$  (すなわち迎え角  $0^\circ$ ) の状態についての結果である。ところが迎え角が正方形断面振動系の不安定現象にどのような影響を及ぼすかという課題については、鷲津等によって正方形断面に

近い断面  $53\text{ mm} \times 50\text{ mm}$  に関して実験的に行なわれており、迎え角（一辺  $50\text{ mm}$  の断面と空気流方向が直角のとき  $0^\circ$  と定義されている。）が  $-6^\circ \sim +6^\circ$  の範囲では、不安定現象の限界風速の大きさにはほとんど差異がみられないが、迎え角の絶対値が  $6^\circ$  を起せば迎え角の増加に伴って限界風速は急激に大きくなる結果が報告されている。<sup>5)</sup>

本研究では、このような迎え角に対する限界風速の特性を確かめるとともに、不安定現象における振幅の変化特性を調べるために、振動系Bを用いて、迎え角  $0^\circ$ 、 $5^\circ$  および  $17^\circ$  の場合について動の実験を行なった。横軸に換算風速 ( $U/b\omega$ ) をとり縦軸に振動倍振幅比 ( $2x_0/b$ ) をとってプロットした結果を図 3.4.4.1（迎え角  $0^\circ$ ）および図 3.4.4.2（迎え角  $5^\circ$ ）に示す。なお、迎え角  $17^\circ$  の場合には、風速を  $15\text{ m/sec}$  まで増加したが不安定現象は起らなかった。

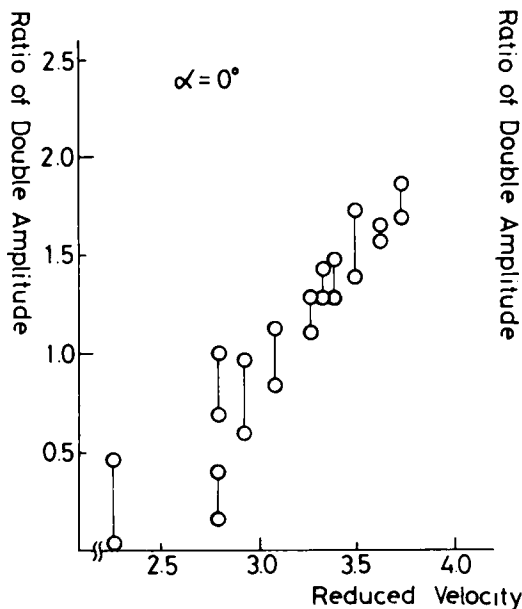


Fig. 3.4.4.1

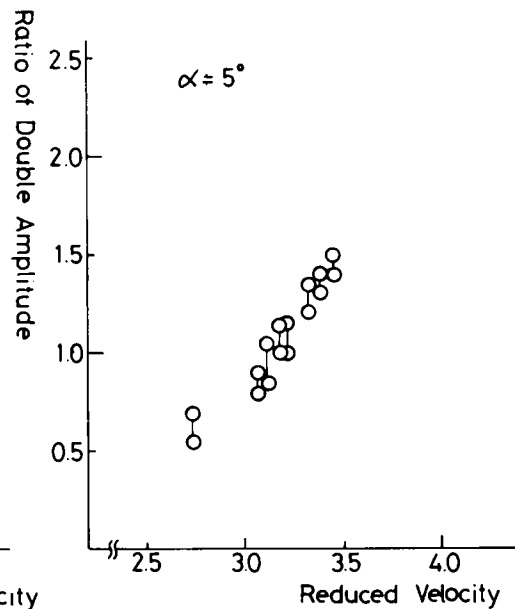


Fig. 3.4.4.2

これらの図に示されるように、迎え角  $0^\circ$  と  $5^\circ$  の場合の風速増加に対する振幅の変位特性においては、ほとんど差異はみられない。以上のことより、正方形断面を有する構造物の耐風上の動的安定性を論ずる際には迎え角  $0^\circ$  の場合について検討すれば十分であると云えよう。

### 3.5. 動的空気力係数

振動状態にある断面に作用する動的空気力を測定する実験方法としては、

- (i) 断面に加速度系を設置し、流体力を慣性力として直接測定する。
- (ii) 流体中で断面を強制的に加振し、それに要する力とダミー模型を加振するに要する力の差として、断面に作用する空気力を測定する。（強制振動法）

(iii) 流体中における断面振動系の減衰，振動数および定常振幅を測定することにより断面に作用する空気力を算出する。（自由振動法）

の各種の方法が考えられるが，本研究では(iii)の自由振動法を用いて，正方形断面に作用する動的空気力を表わす動的空気力係数を求めた。

## 1. 動的抗力係数

正方形断面の不安定現象である風琴振動やギャロッピング振動は，流れと直角方向すなわち揚力方向に生じるため，正方形断面に作用する動的抗力（断面が流れ方向に振動しているときに断面に作用する抗力）に関する報告は行なわれておらず，Keulegan, Carpenter によって垂直平板および円柱に関して報告されている<sup>7)</sup>に留まっている。

しかしながら現実の風（自然風）においては，その風速が時間的に常に変動しているため構造物に作用する抗力の大きさも時々刻々変化する。従ってこのような抗力に起因して，構造物の抗力方向の変位も時間的に変化し，1種の振動と考えることができる。特に，その周期が構造物の固有周期に近い場合もしくは一致する場合には共振状態となるために，上記の機構で生ずる振動は無視できないものと考えられ，振動状態にある断面に作用する抗力が，静止時の値に比べてどのように変化するかを調べることは，極めて重要な課題である。すなわち比較的振動の生じ易い長大構造物に生ずる抗力を算定する場合には，その振動特性を考慮した上で動的抗力係数を用いることが合理的かつ安全であることは明らかである。

一般に，風速が時間的に変動している場合に，構造物の単位長さ当りに作用する抗力は，A.G. Davenport によれば次式によって表わされる。<sup>8)</sup>

$$D(t) = \frac{1}{2} \rho \cdot (2b) \cdot C_D(k) \cdot U(t) |U(t)| + C_m(k) \rho (A_0/2b) \cdot dU(t)/dt \quad (3.5.1.1)$$

ただし上式中

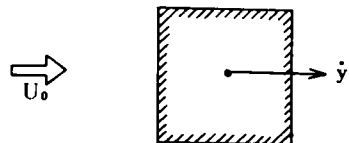
$D(t)$ ；抗力， $\rho$ ；空気密度， $2b$ ；断面代表寸法， $C_D(k)$ ；抗力係数， $U(t)$ ；風速， $k$ ；換算振動数， $C_m(k)$ ；質量効果を表わす空気力係数， $A_0$ ；断面積， $t$ ；時間

本研究においては，一様空気流を対象としているため，正方形断面に作用する風速としては，一様風速と断面が流れ方向に振動することによって生ずる相対速度の和として考えられる。（右下図参照）

一様風速を  $U_0$ ，流れ方向の断面変位を  $y$  とすれば，式

(3.5.1.1) はつぎのように変形できる。

$$D(t) = \rho b C_D(k) \cdot (U_0 + \dot{y})^2 + \rho A_0 C_m(k) (\dot{U}_0 + \ddot{y}) \quad (3.5.1.2)$$



上式において，一様風速は時間的に変動せず，また一般に断面の変位速度は風速に比べて十分小さい ( $\dot{y} \ll U_0$ ) ことを

考慮すれば式 ( 3.5.1.2 ) より、動的抗力は近似的に次式で与えられる。

$$D(t) = \rho b C_D(k) \cdot (U_0^2 + 2U_0 \dot{y}) + \rho A_0 C_m(k) \cdot \ddot{y} \quad (3.5.1.3)$$

従って正方形断面振動系の運動方程式はつぎのように表わすことができる。

$$\ddot{y} + 2\zeta_{y_0} \omega_{y_0} \dot{y} + \omega_{y_0}^2 y = \frac{\rho b C_D(k)}{m} \cdot (U_0^2 + 2U_0 \dot{y}) + \frac{\rho A_0 C_m(k)}{m} \cdot \ddot{y} \quad (3.5.1.4)$$

なお、上式において、

- $\zeta_{y_0}$  ; 無風時における振動系の減衰比
- $\omega_{y_0}$  ; 無風時における振動系の円振動数
- $m$  ; 単位長さ当りの断面質量

いま、式 ( 3.5.1.4 ) の解として得られる振動系の応答を

$$y = y_0 e^{-\zeta_{y_0} \omega_{y_0} t} \cdot e^{i \omega_y t} \quad (3.5.1.5)$$

と表わすとき、抗力係数  $C_D(k)$  および質量効果を表わす空気力係数  $C_m(k)$  はそれぞれつぎの各式のように表わせる。

$$C_D(k) = \frac{4m}{\rho A_0} \cdot \frac{b \omega_y}{U_0} \cdot \left\{ \zeta_0 \left( \frac{\omega_{y0}}{\omega_y} \right) - \zeta \left( \frac{\omega_{y0}}{\omega_y} \right)^2 \right\} \quad (3.5.1.6)$$

$$C_m(k) = \frac{m}{\rho A_0} \left\{ 1 - \left( \frac{\omega_{y0}}{\omega_y} \right)^2 \right\} \quad (3.5.1.7)$$

従って、ある風速のもとでの振動系の円振動数  $\omega$  と減衰  $\zeta$  を計測することによって、式 ( 3.5.1.6 ) および式 ( 3.5.1.7 ) より動的抗力係数  $C_D(k)$  および質量効果を表わす空気力係数  $C_m(k)$  の値を実験的に求めることができる。このようにして得られた結果を横軸に換算振動数  $k (= b \omega / U)$  とってプロットしたのが図 3.5.1.1 および図 3.5.1.2 である。なお、これらの図における破線および一点鎖線は、垂直平板および円柱断面に関する Keulegan, Carpenter の結果を示すものである。これらの図よりつぎのことが云えよう。

#### 1. 抗力係数 $C_D(k)$ と換算振動数 $k$

(i) 換算振動数が 0 から 0.3 の領域では、換算振動数の増加と共に動的抗力係数  $C_D(k)$  の値もやや増加する傾向がみられる。この正方形断面についての結果を Keulegan, Carpenter の結果と比較した時、正方形断面は垂直平板と円柱断面のほぼ中間の特性を示しているものと考えられる。

(ii) 換算振動数が 0 のときは、断面が静止状態にあることを意味しているが、第 2 章の静的実験で得ら



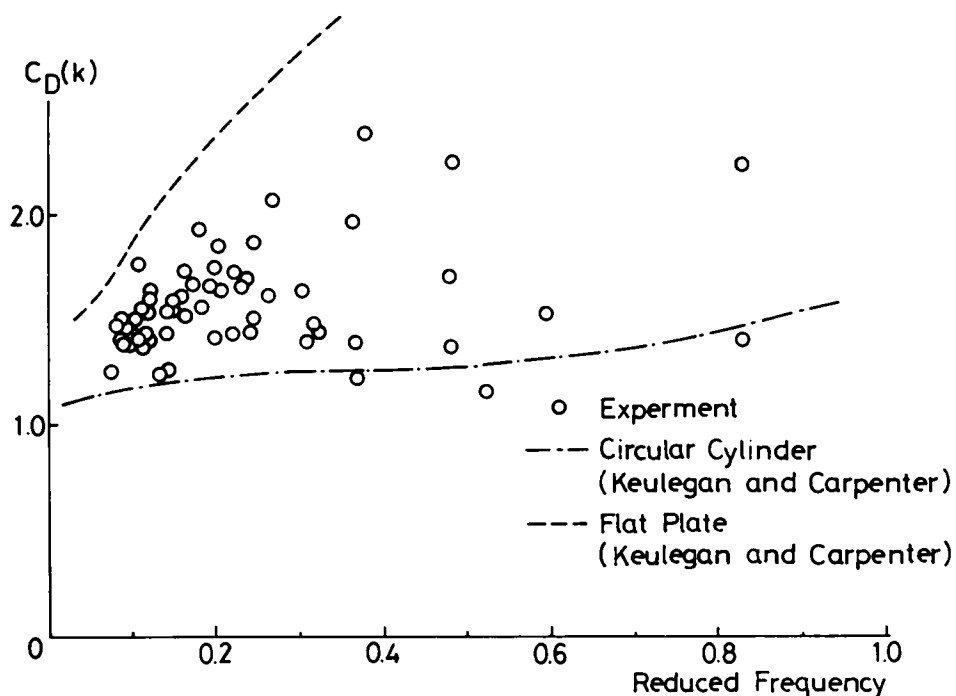


Fig. 3. 5. 1. 1

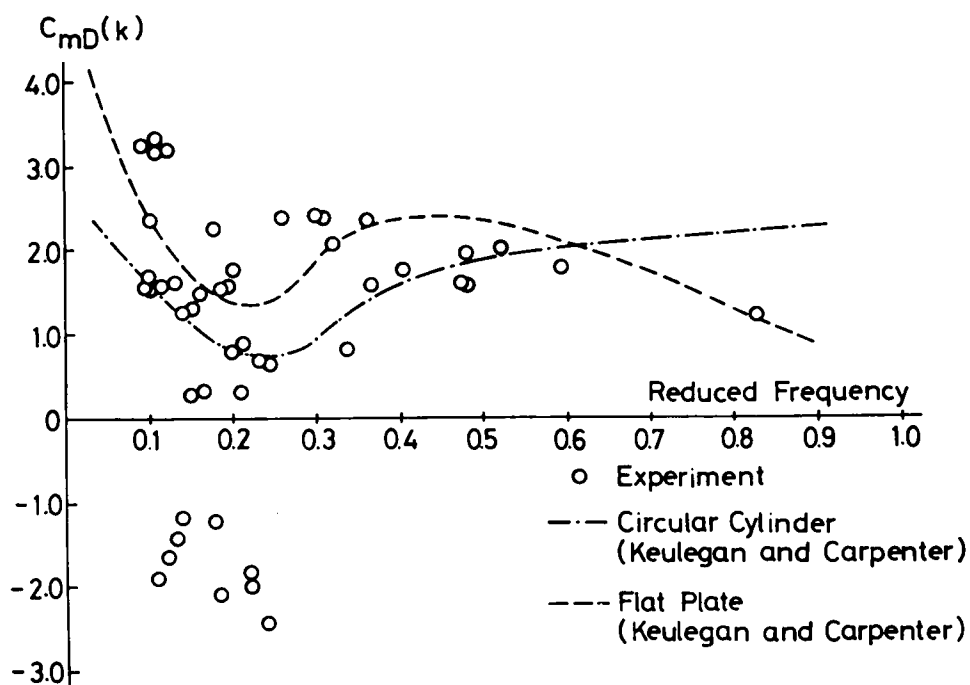


Fig. 3. 5. 1. 2

れたように静的抗力係数  $C_D$  の値が 1.4 ~ 1.5 であることから考えて実験で得られた動的抗力係数値は妥当なものと思われる。

- (iii) 結果に多少のばらつきがみられるが、全般的な傾向として、正方形断面の動的抗力係数  $C_D(k)$  値は、静的抗力係数  $C_D(o)$  値よりやや大きくなっている。従って、風速の時間的な変動あるいは他の原因によって構造が振動するときに流体より受ける抗力は、静止時に比べて大きな値となるため、特に振動の生じ易いと思われる構造物（たとえば、架設中の吊橋タワー）に対しては、この動的抗力係数の特性を十分考慮されなければならないと考えられる。

## 2. 質量効果を表わす空気力係数 $C_m(k)$ と換算振動数 $k$

- (i) 結果にかなりのばらつきがあり、その特性を明確に把握することは出来ないが、全般的な傾向としては、Keulegan, Carpenter により、円柱断面および垂直平板に関して報告されている結果と似ていると考えられる。
- (ii) 換算振動数  $k (= b\omega/|U|)$  が 0.2 付近で負の値を示しており、この領域では振動系の見かけ上の質量が減少する性状を示している。
- (iii) 換算振動数の小さな領域では、風速はかなり大きく、そのため振動系の減衰が著しく大きくなるために自由振動法では振動数の算定が正確に行なうことが極めて難しく、図に示されるように低換算振動数領域においてかなりのばらつきがみられた。従って今後は、強制的に振動系を加振することにより、その応答特性から逆に振動数を調べる必要があるものと思われる。

## 2. 動的揚力係数

2 次元一様空気流に置れた正方形断面の単位長さに作用する動的揚力を、断面の流れと直角方向変位の時間一回微分および二回微分に比例するものの和として表わす。すなわち、

$$L(t) = m f_1 \cdot \dot{x} + m f_2 \cdot \ddot{x} \quad (3.5.2.1)$$

なお上式中、 $L(t)$  ; 動的揚力、 $f_1, f_2$  ; 揚力係数、 $m$  ; 振動系単位長さ当りの質量、 $x$  ; 流れと直角方向（揚力方向）の断面の変位、

式 (3.5.2.1) で表わされる空気力が正方形断面振動系に作用するときに得られる応答（記号  $x$  で表わす）を

$$x = x_0 e^{i\omega_x t} \cdot e^{-\zeta_x \omega_x t} \quad (3.5.2.2)$$

と表わすとき、式 (3.5.2.1) に示される係数  $f_1$  および  $f_2$  はそれぞれ次式で求められる。

$$f_1 = 2 \left\{ \zeta_{x0} \cdot \omega_{x0} - \zeta_x \omega_x \left( \frac{\omega_{x0}}{\omega_x} \right)^2 \right\} \quad (3.5.2.3)$$

$$f_2 = 1 - \left( \frac{\omega_{x0}}{\omega_x} \right)^2$$

なお上式中

$\zeta_{x_0}$  ; 無風時における振動系の減衰比

$\omega_{x_0}$  ; 無風時における振動系の円振動数

$\zeta_x$  ; 風速  $U$  における振動系の減衰比

$\omega_x$  ; 風速  $U$  における振動系の円振動数

本研究においては、倍振幅  $5\text{mm}$  における減衰比を用いて空気力係数  $f_1$  および  $f_2$  を算出した。このようにして 3 種類の振動系 A, B および C について実験的に得られる空気力係数  $f_1$  および  $f_2$  と換算風速（風速 / (断面半長  $\times$  円振動数)）  $V$  の関係を図 3.5.2.1 および図 3.5.2.2 に示す。このとき、これらの図よりつぎのことが知られる。

#### 1. 揚力係数 $f_1$ と換算風速 $V$ の関係

図 3.5.2.1 に示されるように、空気力係数  $f_1$  は、質量減衰パラメータの異なる 3 種類の振動系に共通して、換算風速が 2.5 付近までは負の値を示している。またその絶対値は、風速の増加に伴って大きくなっている。この特性はすでに節 3.4.2 で述べた振動系の減衰の変化特性に起因しており、このような低風速領域では振動系の減衰を増大させる空気減衰力が作用していることが知られる。換算風速が 2.5 ~ 3.0 の領域では  $f_1$  の値は正負にわたってばらつき、その大きさは、質量減衰パラメータの小さな振動系 A に最も大きく現われている。また換算風速が 3.2 以上になれば  $f_1$  値は正值を保ちつつ、その絶対値は風速の増加と共に減少する。

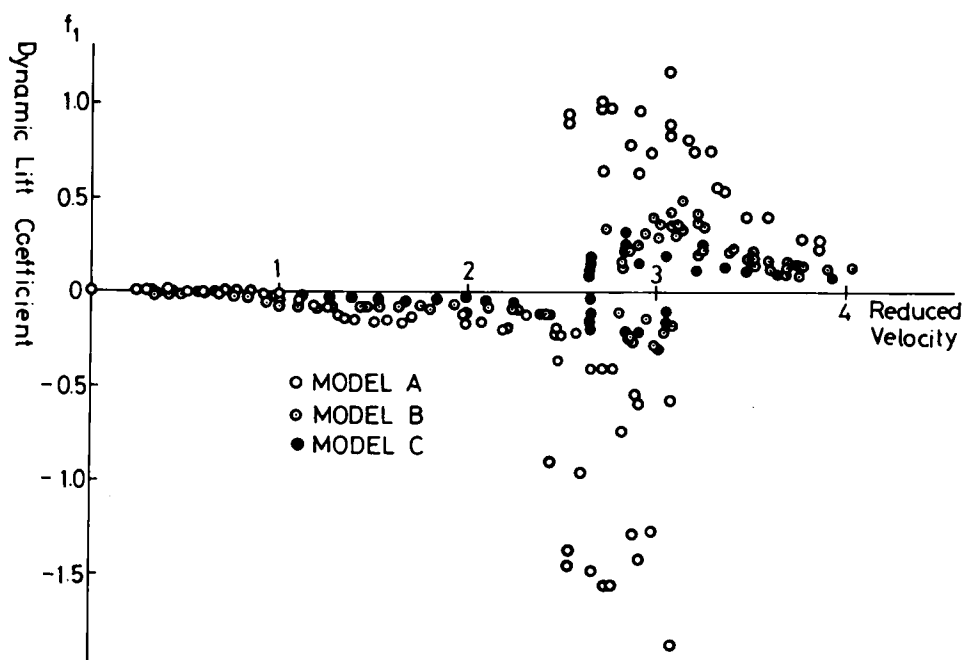


Fig. 3.5.2.1

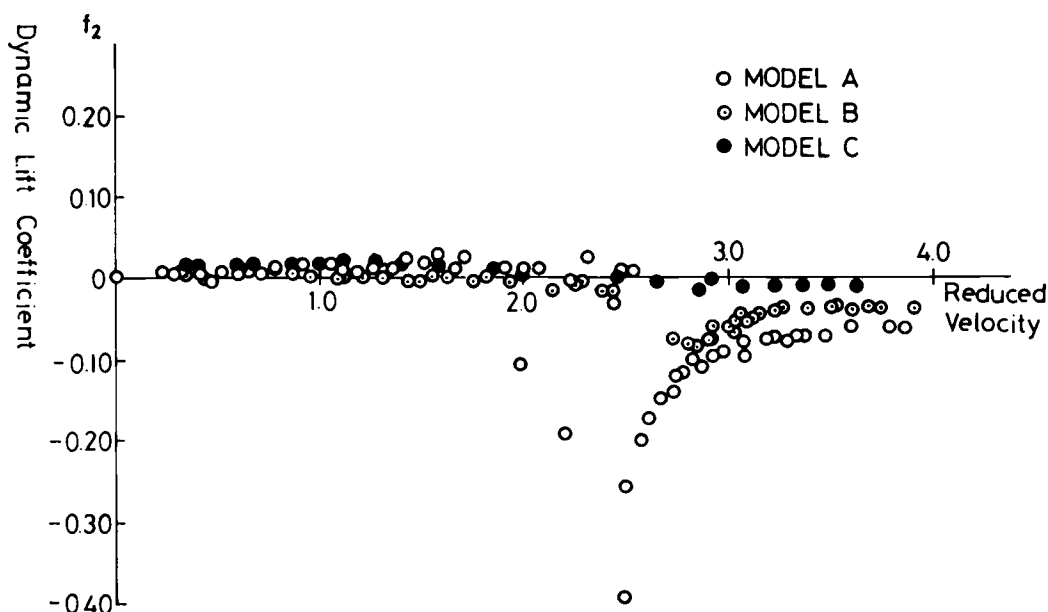


Fig. 3.5.2.2

このような換算風速 0～3 の領域に対する  $f_1$  値の特性は、山口等によって円柱断面について報告されている結果<sup>9)</sup>とよく似ており、風琴振動の生ずる断面にみられる特性の一つと考えることができよう。また、擬定常空気力理論を用いるならば、このような空気力係数  $f_1$  値は常に正值となり、その大きさは風速の増加と共に線型的に増加しなければならないが、図 3.5.2.1 に示されるように、このような傾向はみられないことから、このような低風速領域では、擬定常空気力理論を用いて現象を説明することができないものと考えられる。

## 2. 揚力係数 $f_2$ と換算風速 $V$ の関係

揚力係数  $f_2$  は式 (3.5.2.4) に示されるように、振動系の円振動数  $\omega$  により求められることから、見かけ上の質量の変化を表わす係数と考えることができる。図 3.5.2.2 に示されるように、係数  $f_2$  は前述の係数  $f_1$  に比べて小さな値であり、特に換算風速が 2.0 付近までは、ほぼ 0 に近い値であり、このような風速領域では、式 (3.5.2.1.) で示される右辺第 2 項の揚力は 0 として扱っても十分である。一方、換算風速が 2.2～3.0 の領域では係数  $f_2$  の絶対値が増大する。(特に質量減衰パラメータの小さな振動系 A ではその傾向が著しい。) この換算風速領域での  $f_2$  の特性は風琴振動現象に基づくものと考えられ、風琴振動の生ずる断面特有の特性と思われる。

## 参 考 文 献

- 1) Scruton, C., "On the Wind-Excited Oscillation of Stacks, Towers and Masts," Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures, NPL, June, 1963.
- 2) Parkinson, G.V. & Brooks, N.P.H., "On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders," Transactions, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol.83, 1961.
- 3) Novak, M., "Aeroelastic Galloping of Prismatic Bodies," Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. of ASCE, Feb., 1969.
- 4) 中村泰治, 溝田武人, "箱型構造物のフラッターに関する一実験", 第26回土木学会年次学術講演会, 1970, 1-157.
- 5) 鷺津久一郎, 大築志夫他, "矩形柱のフラッター", 構造物の耐風性に関する第一回シンポジウム論文集, (1970).
- 6) 笠口, 田中(博), 高原, 松井, "振動円柱の非定常空気力に関する研究", 構造物の耐風性に関する第一回シンポジウム論文集, (1970).
- 7) Keulegan, G.H. & Carpenter, L.H., "Forces on Cylinders and Plates in Oscillating Fluid," Journal. Bur. Stds. Vol.60. No.5.
- 8) Davenport, A.G., "A Statistical Approach to the Treatment of Wind Loading on Tall Masts and Suspension Bridges," PhD Dissertation, Univ. of Bristol, March, 1961.
- 9) 山口, 白木, 梅村, 松井, "カルマン渦による円柱の振動について", 構造物の耐風性に関する第一回シンポジウム論文集, (1970).

## 第 4 章 正方形断面に作用する非定常揚力

### 4.1. ま え が き

流体中に置れた正方形断面の動的挙動としては、流れと直角方向の振動が、他の方向の振動よりも卓越していることは、数多くの実験結果が示している。そのため、これらの流れと直角方向の応答がどのような空気力に基づくものであるかを究明することは、正方形断面の空気力学的特性を解析する上で不可欠な問題である。従来より明らかにされているように、正方形断面の動的挙動としては、

- (i) 風琴振動現象 (Aeolian Oscillation)
- (ii) 跳躍振動現象 (Galloping Oscillation)

の2種類の振動現象により特徴づけられる。これらの現象は共に流れと直角方向に生じており、(i)の風琴振動は、正方形断面背後の後流に生ずるカルマン渦の発生振動数が、正方形断面振動系の固有振動数と一致したときに生ずる振動現象である。一方、(ii)の跳躍振動現象は、振動することにより、一層不安定な系となり、風速増加と共に、振幅が増加していく破壊的な振動現象であり、この現象については、G. V. Parkinson は、正方形断面に作用する静的空気力を、相対迎え角の高次代数式で近似させ、非線型方程式を解くことにより解析を試みている。<sup>1)</sup> (擬定常空気力理論)

これら2種類の振動現象は、ある風速のもとで生ずるが、C. Scruton は、振動系の質量、減衰比を空気密度および断面寸法により無次元し、このパラメータ (本研究では便宜上、このパラメータを質量減衰パラメータと呼ぶ) の変化に伴う、これらの振動現象の限界風速を実験的に求めている。<sup>2)</sup> その結果はすでに Fig. 1.1 に示した。この図より知られるように、質量減衰パラメータが小さい正方形振動系に関しては、風琴振動と跳躍振動の2つの現象が混在しているものと考えられる。本研究では、このような質量減衰パラメータの小さな場合の動的応答を解析するために、正方形断面を含む流体系にモデル化を行ない、薄平板に作用する非定常揚力に関する Karman の理論<sup>3)</sup> を応用して正方形断面に作用する非定常揚力を誘導した。

### 4.2. 断面および流体系のモデル化と渦度

二次元一様流中に置れた正方形断面を、単純な流体モデルにするために次のようないくつかの条件および仮定を設ける。(Fig. 4.2.1 参照)

- (i) 正方形断面の一辺長を 2 とする。
- (ii) 風方向と断面上流面のなす角は  $90^\circ$  である。
- (iii) 正方形断面は流れと平行な無数の薄平板より構成されている。
- (iv) 物体背後に生ずる周期的な渦 (カルマン渦) は、風方向と平行な面 AB および CD の延長面 BE および DF 上に、ある一定の距離間隔  $\eta$  で交互に分布している。
- (v) この周期渦は、個々の循環強さはすべて等しく、かつ減衰することなく下流に無限に続いている。
- (vi) 周期渦 (図中、 $\Gamma_k, -\Gamma_k$ ) は、それぞれ面 AB および CD にのみ影響を与える。

(vi) 断面背後の wake の領域は面 BE および DF で囲まれる空間とする。

(vii) 座標点を断面の中心にとり、正方形断面内の座標を  $(x, y)$  とし、wake 中の座標を  $(\xi, y)$  とする。

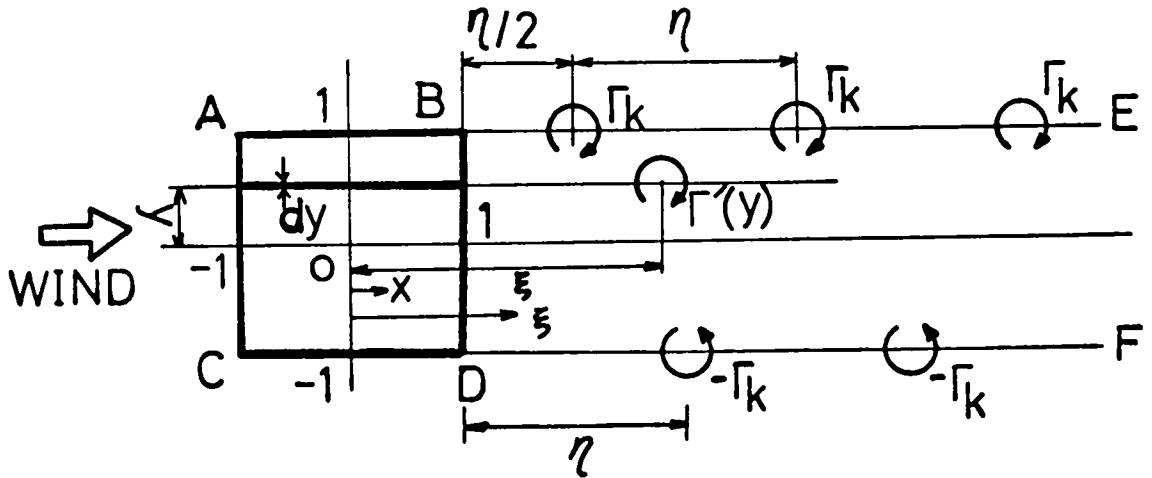


Fig. 4.2.1 正方形断面の流体モデル化

上記に示したモデル化を行なったとき、正方形断面回りに存在する渦度としては、つぎのようないくつかの要素が考えられる。

(1) 薄平板面 AB および CD についての渦度

- (i) 薄平板上の bound vortex  $\gamma(x, \pm 1)$
- (ii) wake 中の wake vortex (または free vortex)  $\gamma(\xi, \pm 1)$
- (iii) 周期渦 (カルマン渦)

更に、bound vortex  $\gamma(x, \pm 1)$  は、正方形断面の運動により生ずる渦度  $\gamma_0(x, \pm 1)$ 、wake により誘発される渦度 (induced vorticity)  $\gamma_1(x, \pm 1)$  および周期渦 (カルマン渦) によって誘発される渦度  $\gamma_2(x, 1)$ 、 $\gamma_3(x, -1)$  によって構成されているものとする。

(2) 薄平板面 AB および CD 以外の薄平板面についての渦度

- (i) 薄平板上の bound vortex  $\gamma(x, y)$
- (ii) wake 中の wake vortex (または free vortex)  $\gamma(\xi, y)$

更に、bound vortex  $\gamma(x, y)$  は、正方形断面の運動により生ずる渦度  $\gamma_1(x, y)$  により構成されているものとする。

#### 4.3. 断面回りの循環

正方形断面の回りに存在する循環は、前記の渦度に基づくものであり、各循環は、それぞれつぎのように定義される。すなわち、風と直角方向の断面運動により生ずる渦度に起因する循環を  $\Gamma_0$ 、断面背後の

wake により誘発される渦度  $\gamma_1(x, y)$  に起因する循環を  $\Gamma_1$ ，断面背後の周流渦（カルマン渦）により誘発される渦度  $\gamma_2(x, 1)$  および  $\gamma_3(x, -1)$  に起因する循環をそれぞれ  $\Gamma_2$  および  $\Gamma_3$  とする。このとき，正方形断面の回りに存在する総循環を  $\Gamma$  とすれば，

$$\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 \quad (4.3.1)$$

となる。一方，断面を含む流体系全体の総循環は 0 でなければならない。すなわち，

$$\Gamma + \int_{-1}^{\infty} \int_{-1}^1 \gamma(\xi, y) d\xi dy - \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_k(n\eta + 1, -1) + \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_k\left(\frac{2n-1}{2}\eta + 1, 1\right) = 0 \quad (4.3.2)$$

が成立しなければならない。なお上式中，記号  $n$  は，自然数を表わすものとする。

ところで，Fig. 4.3.1 に示すように，一般に，長さ 2 の薄平板 PQ 上において，平板中心より距離  $\xi$  だけ離れた点 R に存在する渦度  $\Gamma'(y)$  によって誘発される bound vortex  $\gamma(x, y)$  は，単位円に写像することにより，

$$\gamma(x, y) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma'(y)}{\xi - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} \quad (4.3.3)$$

と表わすことができる。<sup>3)</sup>

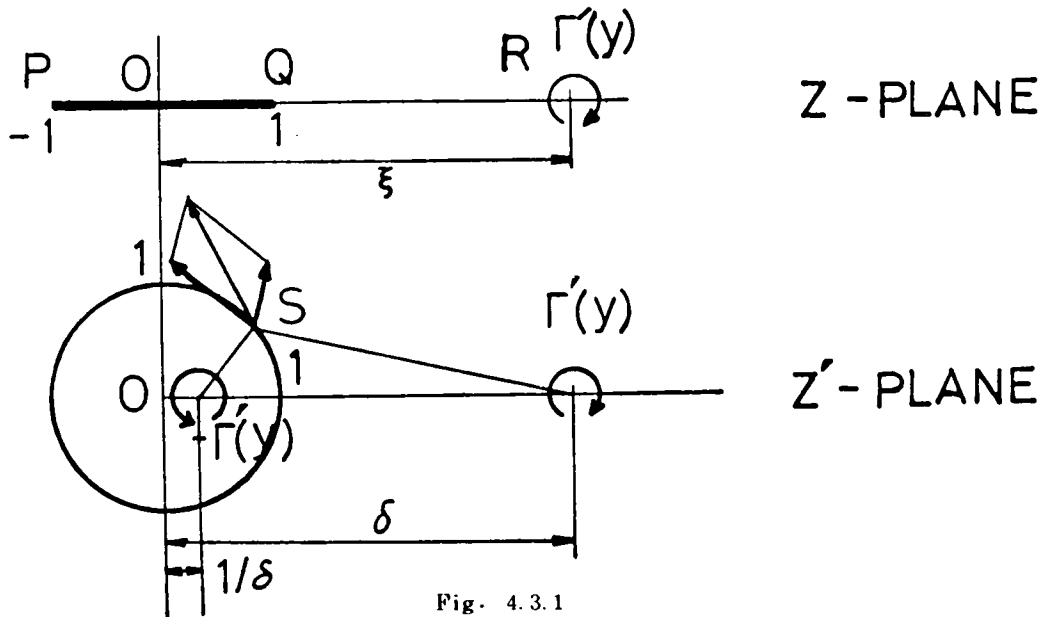


Fig. 4.3.1

この bound vortex  $\gamma(x, y)$  を，前記のモデル化された正方形断面に応用して，wake により誘発される循環  $\Gamma_1$  は，式 (4.3.3) を  $x, y$  についてそれぞれ  $-1$  から  $1$  まで積分することにより，次式のように



求めることができる。

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \tau(x, y) dx dy = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} dx dy \\ &= \left\{ \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right\} \int_{-1}^1 \Gamma'(y) dy\end{aligned}\quad (4.3.4)$$

いま、式(4.3.4)において  $\Gamma'(y) = \tau(\xi, y) d\xi$  とおけば

$$\Gamma_1 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \tau(\xi, y) \left\{ \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right\} d\xi dy \quad (4.3.5)$$

と表わせる。

一方、断面背後の周期渦(カルマン渦)によって、薄平板面 AB および CD 上に誘発される渦度  $r_2(x, 1)$  および  $r_3(x, -1)$  は、それぞれ次式で与えられる。

$$r_2(x, 1) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_k}{\frac{(2n+1)\eta}{2} + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \quad (4.3.6)$$

$$r_3(x, -1) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-\Gamma_k}{n\eta + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta + 2}{n\eta}} \quad (4.3.7)$$

このとき、これらの渦度  $r_2(x, 1)$  および  $r_3(x, -1)$  に基づく循環  $\Gamma_2$  および  $\Gamma_3$  はそれぞれつぎのように表わされる。

$$\Gamma_2 = \int_{-1}^1 r_2(x, 1) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_k}{\frac{(2n+1)\eta}{2} + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} dx \quad (4.3.8)$$

$$\Gamma_3 = \int_{-1}^1 r_3(x, -1) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{-\Gamma_k}{n\eta + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta + 2}{n\eta}} dx \quad (4.3.9)$$

さらに積分を行なつてつぎの各式を得る。

$$\Gamma_2 = \Gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} - 1 \right\} \quad (4.3.10)$$

$$\Gamma_3 = -\Gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{n\eta + 2}{n\eta}} - 1 \right\} \quad (4.3.11)$$

ここで、正方形断面回りの総循環 $\Gamma$ は、式(4.3.4)、式(4.3.10)および式(4.3.11)を式(4.3.1)に代入して、つぎのように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \Gamma = & \Gamma_0 + \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 \gamma(\xi, y) \left\{ \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right\} d\xi dy \\ & + \Gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} - 1 \right\} - \Gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{n\eta + 2}{n\eta}} - 1 \right\} \end{aligned} \quad (4.3.12)$$

このとき、正方形断面を含む流体系全体の総循環が0である条件は、最終的に、つぎのように表わすことができる。

$$\begin{aligned} & \Gamma_0 + \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 \gamma(\xi, y) \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} d\xi dy \\ & + \Gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} - \sqrt{\frac{n\eta + 2}{n\eta}} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

#### 4.4. 断面回りの流体系の有する総運動量

正方形断面回りの流体系の有する総運動量は、薄平板上の **bound vortex**  $\gamma(x, y)$ 、**wake vortex**  $\gamma(\xi, y)$  および正方形断面背後の周期渦(カルマン渦)といったそれぞれの渦度のもつ運動量の和として考えることができる。いま、総運動量を  $I$ 、空気密度を  $\rho$  で表わせば、正方形断面回りの流体系の有する総運動量  $I$  は、

$$\begin{aligned} I = & \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \gamma(x, y) x dx dy + \rho \int_{-1}^1 \gamma_2(x, 1) x dx \\ & + \rho \int_{-1}^1 \gamma_3(x, -1) x dx + \rho \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 \gamma(\xi, y) \xi d\xi dy \end{aligned}$$

$$+ \rho \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_k \left\{ \left( n - \frac{1}{2} \right) \eta + 1 \right\} - \rho \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_k (n\eta + 1) \quad (4.4.1)$$

と表わすことができる。

また、それぞれの渦度が、それぞれ

$$\begin{aligned} r(x, y) &= r_0(x, y) + \frac{1}{\pi} \frac{r(\xi, y)}{\xi - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} d\xi \\ r_2(x, 1) &= \frac{\Gamma_k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \\ r_3(x, -1) &= -\frac{\Gamma_k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\eta + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta + 2}{n\eta}} \end{aligned}$$

のように表わすことができることから、式(4.4.1)の右辺第1項、第2項および第3項の和は、次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} &\rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r(x, y) x dx dy + \rho \int_{-1}^1 r_2(x, 1) x dx + \rho \int_{-1}^1 r_3(x, -1) x dx \\ &= \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r_0(x, y) x dx dy + \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_1^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{r(\xi, y)}{\xi - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} x dx dy d\xi \\ &\quad + \rho \int_{-1}^1 \frac{\Gamma_k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} dx \\ &\quad - \rho \int_{-1}^1 \frac{\Gamma_k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n\eta + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta + 2}{n\eta}} dx \quad (4.4.2) \end{aligned}$$

また式(4.4.2)において、右辺の各項は、それぞれつぎのように積分される。

$$\begin{aligned} \text{右辺第2項;} \quad &\rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_1^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{r(\xi, y)}{\xi - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} x dx dy d\xi \\ &= \rho \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 r(\xi, y) (\sqrt{\xi^2 - 1} - \xi) d\xi dy \quad (4.4.3) \end{aligned}$$

$$\text{右辺第3項および第4項;} \quad \rho \int_{-1}^1 \frac{\Gamma_k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$\begin{aligned}
& \times \sqrt{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2} \, dx - \rho \int_{-1}^1 \frac{\Gamma_k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n\eta + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} \, dx \\
& = \rho \Gamma_k \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2 \eta^2 + 2\left(n - \frac{1}{2}\right)\eta} - \left(n - \frac{1}{2}\right)\eta + 1 \right\} \right. \\
& \quad \left. - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta} - n\eta - 1 \right\} \right] \quad (4.4.4)
\end{aligned}$$

以上において求められた各式を用いて、正方形断面を含む流体系の有する総運動量  $I$  を表わせば、次式のようになる。

$$\begin{aligned}
I &= \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r_0(x, y) x \, dx \, dy + \rho \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 r(\xi, y) \sqrt{\xi^2 - 1} \, d\xi \, dy \\
&+ \rho \Gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2 \eta^2 + 2\left(n - \frac{1}{2}\right)\eta} - \sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta} \right\} \quad (4.4.5)
\end{aligned}$$

ところで、正方形断面回りの流体系の有する総運動量の時間微分を考えると、一様流速を  $U$  として、次式で求めることができる。(注) (Fig. 4.4.1 および Fig. 4.4.2 参照)

$$\begin{aligned}
\frac{dI}{dt} &= \rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r_0(x, y) x \, dx \, dy + \rho U \int_1^{\infty} \left\{ \int_{-1}^1 r(\xi, y) \, dy \right\} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \, d\xi \\
&+ \rho U \Gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right)\eta + 1}{\sqrt{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2 \eta^2 + 2\left(n - \frac{1}{2}\right)\eta}} - \rho U \Gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\eta + 1}{\sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta}} \quad (4.4.6)
\end{aligned}$$

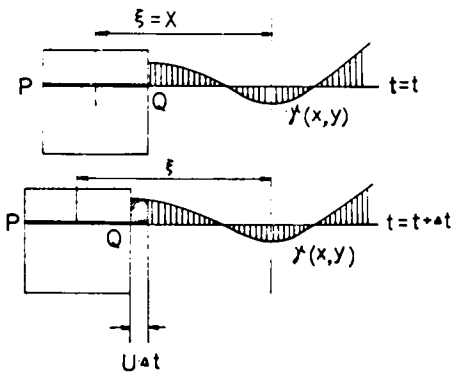


Fig. 4.4.1 wake の時間変化

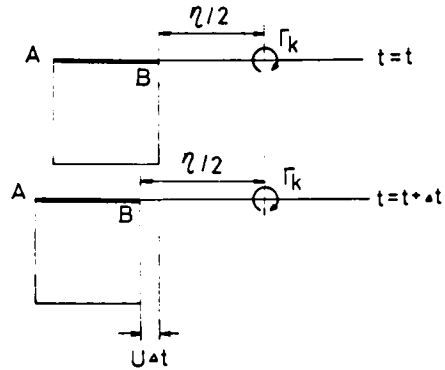


Fig. 4.4.2 周期渦の時間変化

(注) 式 (4.4.6) は文献 3) の式 (15) を応用することにより求められる。

#### 4.5. 非定常揚力

流体中に置れた物体に作用する揚力は、その物体を含む流体系の有する総運動量の負の時間微係数に等しい。<sup>3)</sup>いま、(2×2)の正方形断面に作用する揚力をLで表わせば、正方形断面を含む流体系の有する総運動量Iと次式で関係づけられる。

$$L = -\rho \frac{d}{dt} \sum_i \Gamma_i x_i = -\frac{dI}{dt} \quad (4.5.1)$$

ただし  $\Gamma_i$  ; 循環強さ

ここで正方形断面を含む流体系全体の有する総運動量Iの時間微係数は、前節の式(4.4.6)で与えられているから、正方形断面(2×2)に作用する非定常揚力Lは、つぎのように表わされる。

$$L = \rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \tau_0(x, y) x dx dy - \rho \int_1^\infty \left\{ \int_{-1}^1 \tau(\xi, y) dy \right\} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} d\xi \\ + \rho U \Gamma_k \sum_{n=1}^\infty \left[ \frac{\frac{n\eta + 1}{\sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta}}}{\sqrt{\left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}^2 + \left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}}} - \frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 1}{\sqrt{\left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}^2 + \left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}}} \right] \quad (4.5.2)$$

一方、正方形断面を含む流体系全体の総循環が0である条件式を表わす式(4.3.13)を変形して、

$$\int_1^\infty \int_{-1}^1 \tau(\xi, y) \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} d\xi dy - \Gamma_k \sum_{n=1}^\infty \left[ \frac{\frac{n\eta + 1}{\sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta}}}{\sqrt{\left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}^2 + 2 \left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}}} - \frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 1}{\sqrt{\left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}^2 + 2 \left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}}} \right] \\ = -\Gamma_0 - \int_1^\infty \int_{-1}^1 \frac{\tau(\xi, y)}{\sqrt{\xi^2 - 1}} d\xi dy + \Gamma_k \sum_{n=1}^\infty \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta}} - \frac{1}{\sqrt{\left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}^2 + 2 \left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}}} \right] \quad (4.5.3)$$

を得る。

式(4.5.3)を式(4.5.2)に代入することによって、正方形断面(2×2)に作用する非定常揚力は、つぎのように表わすことができる。

$$L = -\rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 \tau_0(x, y) dy \right\} dx + \rho U \Gamma_0 + \rho U \int_1^\infty \left\{ \int_{-1}^1 \frac{\tau(\xi, y)}{\sqrt{\xi^2 - 1}} dy \right\} d\xi \\ - \rho U \Gamma_k \sum_{n=1}^\infty \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta}} - \frac{1}{\sqrt{\left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}^2 + 2 \left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}}} \right] \quad (4.5.4)$$

ただし、上式中、記号  $U$ ,  $\rho$  はそれぞれ風速（二次元一様風）および空気密度を表わす。

ここで、式（4.5.4）で表わされる正方形断面（ $2 \times 2$ ）に作用する非定常揚力  $L$  を、つぎのように 4 種類の要素に分ける。

$$L = L_0 + L_1 + L_2 + L_3$$

このとき、それぞれの要素も持つ物理的な意味は、それぞれつぎのようになる。

$$L_0 = \rho U \Gamma_0 ; \quad \text{擬定常揚力}$$

$$L_1 = -\rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 \tau_0(x, y) dy \right\} dx ; \quad \text{仮想質量効果を表わす揚力}$$

$$L_2 = \rho U \int_1^\infty \left\{ \int_{-1}^1 \frac{\tau(\xi, y)}{\sqrt{\xi^2 - 1}} dy \right\} d\xi ; \quad \text{wake 中の渦度 } \tau(\xi, y) \text{ に基づく揚力}$$

$$L_3 = -\rho U \Gamma_k \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta}} - \frac{1}{\sqrt{\left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}^2 + 2 \left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} \right\}}} \right\}$$

； 断面背後の周期渦（カルマン渦）に基づく揚力

特に、上記の揚力の各要素のうち、 $L_3$  については、翼型断面や薄平板には存在しない充実断面（正方形、円柱断面等）特有の揚力要素である。

ところで、正方形断面が円振動数  $\omega$  なる周期的な定常振動状態にあるとき、前記の擬定常循環（quasi-steady circulation） $\Gamma_0$  もまた、円振動数  $\omega$  なる周期的な定常状態にあるものと考えられ、これを複素表示で表わせばつぎのようになる。<sup>3)</sup>

$$\Gamma_0 = A_0 e^{i\omega t} \quad (4.5.5)$$

ただし、 $A_0$ ；定数

一方、正方形断面背後の wake 中の渦度  $\tau(\xi, y)$  は、定常状態では、正方形断面の応答より  $\xi/U$  だけの時間的な遅れがある。このことを考慮して、wake 中の渦度  $\tau(\xi, y)$  を次式で示されるように、位置  $y$  により決まる項と、時間的に変動する項の 2 つの項に変数分離の形で表わせるものとする。

$$\tau(\xi, y) = \lambda(y) \cdot e^{i\omega(1 - \frac{\xi}{U})} \quad (4.5.6)$$

また、断面背後に生ずる周期渦（カルマン渦）の循環強さ  $\Gamma_k$  は一様風速 ( $U$ )、周期渦の発生円振動数 ( $\omega_k$ ) および循環強さを表わすパラメータ ( $\beta$ ) を用いてつぎのように表わされる。

$$\Gamma_k = \frac{2\pi\beta U^2 e^{i\omega_k t}}{\omega_k} \quad (4.5.7)$$

なお、物体背後に生ずる周期渦の循環強さを表わすパラメータ  $\beta$  の値は、Heisenberg が Kirchhoff - Rayleigh の自由流線理論より求めた結果によれば 0.5 とされている。擬定常循環  $\Gamma_0$ , wake 中の渦度  $\gamma(\xi, y)$  および断面背後の周期渦による循環  $\Gamma_k$  以上のように表わすとき、正方形断面回りの総循環  $\Gamma$  は、つぎのように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \Gamma = & \Lambda_0 \omega i e^{i\omega t} + \omega i e^{i\omega t} \int_{-1}^1 \lambda(y) dy \cdot \int_1^\infty \left( \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right) e^{-\frac{i\omega\xi}{U}} d\xi \\ & - \frac{2\pi\beta U^2}{\omega_k} \cdot e^{i\omega_k t} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2}+2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \right\} \end{aligned} \quad (4.5.8)$$

従って、正方形断面回りの総循環の時間微係数は、上式を時間で微分して、

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dt} = & \Lambda_0 \omega i e^{i\omega t} + \omega i e^{i\omega t} \int_{-1}^1 \lambda(y) dy \cdot \int_1^\infty \left( \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right) e^{-\frac{i\omega\xi}{U}} d\xi \\ & - 2\pi\beta U^2 \cdot i e^{i\omega_k t} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2}+2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \right\} \end{aligned} \quad (4.5.9)$$

を得る。

ところで、本研究では、前に述べたように、正方形断面を風方向と平行な無数の薄平板の集合として取り扱っているために、断面回りの総循環  $\Gamma$  の時間的な変化分は、分割されたそれぞれの各薄平板の後縁 (trailing edge) における wake と、つぎのように関係づけることができる。

$$-\int_{-1}^1 \gamma(1, y) U dy = -\left( \int_{-1}^1 \lambda(y) dy \right) U e^{-\frac{i\omega}{U}} \cdot e^{i\omega t} = \frac{d\Gamma}{dt} \quad (4.5.10)$$

従って、式 (4.5.9) および式 (4.5.10) より、

$$\begin{aligned} & \Lambda_0 \omega i e^{i\omega t} + \omega i e^{i\omega t} \int_{-1}^1 \lambda(y) dy \int_1^\infty \left( \frac{\xi+1}{\xi-1} - 1 \right) e^{-\frac{i\omega\xi}{U}} d\xi \\ & + U e^{i\omega t} e^{-\frac{i\omega}{U}} \int_{-1}^1 \lambda(y) dy - 2\pi\beta U^2 i e^{i\omega_k t} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} \right. \\ & \left. - \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2}+2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.5.11)$$

を得る。

ここで式 ( 4.5.11 ) を変形して, wake 中の渦度  $\gamma(\xi, y)$  の時間に無関係な項  $\lambda(y)$  は, つぎのように求められる。

$$-\int_{-1}^1 \lambda(y) dy = \frac{A_0 \omega e^{i\omega t} - 2\pi\beta U^2 e^{i\omega_k t} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \right\}}{\omega e^{i\omega t} \left\{ \int_1^{\infty} \left( \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right) e^{-\frac{i\omega\xi}{U}} d\xi + \frac{U}{i\omega} e^{-\frac{i\omega}{U}} \right\}} \quad (4.5.12)$$

ところで, 0次ならびに1次の変形 Bessel 関数は, それぞれ

$$K_0(iz) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-iz\xi}}{\sqrt{\xi^2-1}} d\xi$$

$$K_1(iz) = \int_1^{\infty} \frac{\xi e^{-iz\xi}}{\sqrt{\xi^2-1}} d\xi$$

のように表わされるから, 式 ( 4.5.12 ) の右辺に, これらの0次ならびに1次の変形 Bessel 関数を用いれば

$$-\int_{-1}^1 \lambda(y) dy = \frac{A_0}{K_0+K_1} - \frac{2\pi\beta U^2 e^{i\omega_k t}}{\omega e^{i\omega t}} \frac{1}{K_0+K_1} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \right\} \quad (4.5.13)$$

のように表わすことができる。

従って, wake 中の渦度  $\gamma(\xi, y)$  に基づく揚力成分  $L_z$  は, 式 ( 4.5.6 ) および式 ( 4.5.13 ) より, つぎのように求めることができる。

$$L_z = -\rho U e^{i\omega t} \frac{K_0}{K_0+K_1} \left[ A_0 - \frac{2\pi\beta U^2}{\omega} e^{i(\omega_k - \omega)t} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2} + 2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \right\} \right] \quad (4.5.14)$$



一方, wake 中の渦度  $\gamma(\xi, y)$  および周期渦の循環  $\Gamma_k$ , さらにこれらの渦度によって薄平板上に誘発される鉛直速度  $w(x, y)$  の間には, 式 (4.3.13) を用いることにより, つぎの関係が成立する。

$$\int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 w(x, y) dy \right\} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx = \Gamma_0 = - \int_{-1}^{\infty} \left\{ \int_{-1}^1 \gamma(\xi, y) dy \right\} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} d\xi$$

$$+ \frac{2\pi\beta U^2}{\omega_k} e^{i\omega_k t} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{\frac{(2n-1)\eta}{2}+2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \right\} \quad (4.5.15)$$

ところで, 薄平板が, 正方形断面を構成している一要素であることを考えたとき, 薄平板上の鉛直速度  $w(x, y)$  は, 座標  $(x, y)$  には無関係にすべて一定の正方形断面の鉛直速度と考えることができる。いま, この鉛直速度を記号  $v$  で表わせば, 式 (4.5.15) の左辺は  $2\pi v$  と計算される。従って, 擬定常揚力  $L_0$  は,

$$L_0 = 2\pi\rho Uv \quad (4.5.16)$$

のように求めることができる。

一方, 擬定常循環  $\Gamma_0$  が

$$\Gamma_0 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \gamma_0(x, y) dx dy$$

であることに留意すれば, 仮想質量効果を表わす揚力成分  $L_1$  は, つぎのように求めることができる。

$$L_1 = -\rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 \gamma_0(x, y) dy \right\} dx = -2\rho \frac{d}{dt} v \cdot \int_{-1}^1 \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$= -2\pi\rho \frac{dv}{dt} \quad (4.5.17)$$

ここで便宜上, つぎのような各物理量を定義する。

$$c(k) = \frac{K_1}{K_0 + K_1} \quad ; \quad \text{Theodorsen 関数}^{4)}$$

$$k = \frac{b\omega}{U} \quad ; \quad \text{換算振動数}$$

$$f(\eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n\eta(n\eta+2)}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{(2n-1)\eta}{2} \left\{ \frac{(2n-1)\eta}{2} + 2 \right\}}} \right]$$

; 静的渦列関数

$$g(\eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{1 + \frac{2}{n\eta}} - \sqrt{1 + \frac{2}{\frac{(2n-1)\eta}{2}}} \right\} ; \quad \text{動的渦列関数}$$

上の各式で定義される各物理量を用いて、断面  $2 \times 2$  の正方形断面に作用する非定常揚力を求めれば、つぎのように表わすことができる。

$$L = -2\pi\rho \frac{dv}{dt} + 2\pi\rho Uvc(k) - 2\pi\rho\beta U^3 e^{i\omega_k t} \left[ \frac{f(\eta)}{\omega_k} - \frac{g(\eta)}{\omega} \{ 1 - c(k) \} \right] \quad (4.5.18)$$

ところで、正方形断面の風と直角方向（揚力方向）の変位を  $x$ 、断面一辺の長さを  $2b$  とするとき、風速  $U$  なる二次元一様流において、周期的な振動状態にある正方形断面に作用する非定常揚力は、式（4.5.18）より、最終的に次式で表わすことができる。

$$L = 2\pi\rho b^2 \ddot{x} - 2\pi\rho b U c(k) \dot{x} - 2\pi\rho\beta U^3 e^{i\omega_k t} \left[ \frac{f(\eta)}{\omega_k} - \frac{g(\eta)}{\omega} \{ 1 - c(k) \} \right] \quad (4.5.19)$$

#### 参 考 文 献

- 1) Parkinson, G.V., Feng, C.C. & Ferguson, N., "Mechanisms of Vortex Excited Oscillation of Bluff Cylinders", Proc. of Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, April, 1968.
- 2) Scruton, C., "On the Wind-Excited Oscillation of Stacks, Towers and Masts", Int. Conf. Wind Effets on Buildings and Structures, NPL, June, 1963.
- 3) Von Karman, Th. & Sears, W.R., "Airfoil Theory for Non-Uniform Motion", Journal of Aeron. Sci. Vol.5, No.10, 1938.
- 4) Theodorsen, T., "General Theory of Aerodynamics Instability and the Mechanism of Flutter", Rep. No.496, NACA, 1935.

## 第 5 章 過励振による正方形断面の応答特性

一般に、流体中に置れた充実断面（たとえば円柱や、本研究で対象としている正方形断面）の回りの流れは、断面背後に生ずる wake 領域と周期的かつ交互に発生する周期渦（カルマン渦）によって特徴づけられる。特に、後者のカルマン渦は、風速と、物体断面形状によって決まる無次元量のストロハル数（〔断面代表寸法〕×〔渦の発生振動数〕÷〔風速〕）に従う振動数で周期的に発生することは、従来の数多くの研究により確められている。

この周期的なカルマン渦の発生振動数が、物体振動系の振動数と一致した場合（一般には、この状態は lock-in 状態と呼ばれている。）に、振動系は最も敏感に応答し、周期渦によって共振状態になる。これが風琴振動（Aeolian Oscillation）現象である。一般に、充実断面が完全に静止状態に拘束されている場合には、断面背後に生ずる周期渦（カルマン渦）の発生振動数は、風速増加と共に線型的に増加することが知られている。しかしながら、ある剛性のもとで、振動可能な充実断面が定常振動を起している場合には、前記の lock-in 状態がただ一つの風速のときに生ずるのではなく、その風速の前後のある幅をもった風速範囲で生ずることが、矩型断面について、田中・森光等により報告されている<sup>1)</sup>。しかし、充実断面背後に生ずる周期渦（カルマン渦）の発生機構については、まだ完全に解明されておらず、従って上記のような、充実断面が、流れと直角方向に定常振動状態にあるときの、断面背後に生ずる同期化現象についての理論的もしくは実験的な究明は今後の研究に待ちたい。

ところで、本研究の第3章でも述べたように、著者等が行なった風洞実験の結果、正方形断面振動系の質量および減衰が小さくなるに従って、風琴振動の生ずる風速領域が広くなり、また応答もビート状になる傾向がみられる。また C. Scruton の報告<sup>2)</sup>にもみられるように、正方形断面振動系の質量または減衰の大きな場合には、正方形断面の応答が風速の変化と共に、風琴振動あるいはまたギャロッピング振動といったはっきりした不安定現象に区別することができるのに対して、質量や減衰の小さな振動系の場合には、これら二種類の不安定現象が混在している非常に複雑な状態であると考えることができる。このような点を総合的に考慮して、本研究では、正方形断面のストロハル数によって決まる風琴限界風速（Aeolian Critical Wind Velocity）以上のある風速範囲では、正方形断面の背後に生ずる周期渦の発生振動数が、正方形断面振動系の固有振動数と同期するものと考え、前章で誘導された非定常揚力を用いて、風速が風琴限界風速以下の場合と、それ以上の場合の周期渦の同期状態における正方形断面の応答特性についての解析を以下にすすめる。

### 5.1. （正方形断面）振動系の減衰および振動数の変化

二次元一様空気流が二次元正方形断面に作用するとき、正方形断面振動系の外力として、第4章で誘導された非定常揚力を用いれば、正方形断面振動系の運動方程式は、つぎのように表わすことができる。

$$\ddot{x} + 2\zeta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \frac{2\pi\rho b^2}{m}\ddot{x} - \frac{2\pi\rho b U c(k)}{m}\dot{x} - \frac{2\pi\rho\beta U^3}{m}\left[\frac{f(\eta)}{\omega_k} - \frac{g(\eta)}{\omega}\{1 - c(k)\}\right]e^{i\omega_k t} \quad (5.1.1)$$

ただし上式中、各記号はつぎの物理量を表わす。

- $m$  ; 振動系単位長さ当りの質量
- $\zeta_0$  ; 振動系の無風時の減衰比
- $\omega_0$  ; 振動系の無風時の固有円振動数
- $x$  ; 風と直角方向（揚力方向）の正方形断面の変位
- $\cdot$  ; 時間微分,  $b$  ; 正方形断面一辺の半長
- $\rho$  ; 空気密度  $U$  ; 一様風速
- $k$  ; 換算振動数 ( $= b\omega/U$ )
- $\omega$  ; 風速  $U$  時の振動系の円振動数
- $f(\eta)$  ; 静的渦列関数
- $g(\eta)$  ; 動的渦列関数
- $c(k)$  ; Theodorsen

式 (5.1.1) を変形して

$$\left(1 - \frac{2\pi\rho b^2}{m}\right)\ddot{x} + 2\left\{\zeta_0\omega_0 + \frac{2\pi\rho b U c(k)}{m}\right\}\dot{x} + \omega_0^2x = -\frac{2\pi\rho\beta U^3}{m}\left[\frac{f(\eta)}{\omega_k} - \frac{g(\eta)}{\omega}\{1 - c(k)\}\right]e^{i\omega_k t} \quad (5.1.2)$$

を得る。

式 (5.1.2) で表わされる微分方程式の解は、右辺を 0 としたときに得られる特解の和として求めることができる。

いま、余解を  $x_1$  で表わし、

$$x_1 = x_0 e^{i\omega_1 t} \cdot e^{-\zeta\omega_1 t}$$

とおき、式 (5.1.2) の右辺を 0 とした式に代入するとともに、次式で示される、質量、減衰および風速を無次元化した無次元量

$$\epsilon = \frac{m}{2\pi\rho b^2} \quad ; \quad \text{質量パラメータ}$$

$$\bar{\epsilon} = \frac{m\zeta_0}{2\pi\rho b^2} \quad ; \quad \text{質量・減衰パラメータ}$$

$$V = \frac{U}{b\omega} \quad ; \quad \text{換算風速}$$

および Theodorsen 関数の実数部  $F(V)$ 、虚数部  $G(V)$  を用いれば、無風時の振動系の固有円振動数  $\omega_0$  と、風速  $U$  における振動系の円振動数  $\omega$  の比 ( $\omega/\omega_0$ ) は、次式に示される 2 次方程式の正根として求めることができる。

$$\left[ \left( 1 - \frac{1}{\epsilon} \right) \left\{ 2 \left( 1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{VG(V)}{\epsilon} \right\} + \left\{ \frac{VF(V)}{\epsilon} \right\}^2 \right] \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + 4VF(V) \frac{\bar{\epsilon}}{\epsilon^2} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) - \left\{ 2 \left( 1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + \frac{VG(V)}{\epsilon} \right\} = 0 \quad (5.1.3)$$

また、一樣風速  $U$  を受けたときの正方形断面振動系の減衰比  $\zeta$  は、式 (5.1.3) で求められる円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ ) を用いて、次式より求めることができる。

$$\zeta = \frac{\bar{\epsilon} + \{ VF(V)/2 \} (\omega/\omega_0)}{(\epsilon - 1)(\omega/\omega_0) + \{ VG(V)/2\epsilon \} (\omega/\omega_0)} \quad (5.1.4)$$

無風時の振動系の減衰比  $\zeta_0$  との比 ( $\zeta/\zeta_0$ ) は次式より求めることができる。

$$\frac{\zeta}{\zeta_0} = \frac{1 + \{ VF(V)/2\bar{\epsilon} \} (\omega/\omega_0)}{(1 - 1/\epsilon)(\omega/\omega_0) + \{ VG(V)/2\epsilon \} (\omega/\omega_0)} \quad (5.1.5)$$

ところで、一般には、正方形断面における質量パラメータ  $\epsilon$  は十分大きく (たとえば筆者等の行なった実験においては、100 前後の値であり、また、G.V.Parkinson の行なった実験ではおよそ 800 の値である。<sup>1)</sup>)、一方、質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  は、1 前後の値 (著者等が行なった実験においては 0.16 ~ 0.3 程度の値であり、また、G.V.Parkinson の行なった実験では、1.8 程度の値である。<sup>1)</sup>) であることを考慮すれば、式 (5.1.3) で示される円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ ) についての 2 次方程式において、近似的に

$$\frac{1}{\epsilon} \doteq 0, \quad \frac{\bar{\epsilon}}{\epsilon^2} \doteq 0$$

かつ換算風速  $V$  が小さいときには、さらに

$$\frac{VG(V)}{\epsilon} \doteq 0, \quad \frac{VF(V)}{\epsilon} \doteq 0$$

とおけば、式 (5.1.3) より求められる円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ ) は、1.0 となる。つまり、円振動数  $\omega$  は、風速変化によらず、ほぼ無風時の円振動数  $\omega_0$  と等しいことが予想される。このことは、C.Scruton の報告<sup>2)</sup>にもみられることであり、正方形断面の動的特性の一つと考えることができる。

一方、正方形断面振動系の減衰比の変化については、式(5.1.5)で与えられるように、振動系の質量、減衰パラメータおよび質量パラメータが大きくなるに従って、減衰比の比( $\zeta/\zeta_0$ )は、1.0に近づくことが知られる。すなわち、正方形断面振動系の質量または減衰が小さい場合には、風速の増加と共に、減衰が増加してより安定な系になるのに対し、質量または減衰の大きな振動系については、風速増加にかかわらず、振動系の減衰は無風時の値とほとんど変化しないものと考えられる。著者等の行った実験では、前にも述べたように、質量パラメータおよび質量減衰パラメータの小さな振動系であり、その結果、振動系の減衰は、風琴振動が生ずるまでの風速領域では、風速の増加と共に増大する傾向が得られた。また、振動系の質量パラメータおよび質量減衰パラメータが比較的大きい場合について行なわれた G.V.Parkinson の実験報告においては、減衰の変化についての言及はなされておらず、恐らく顕著な変化はみられなかったものと考えられる。これらのことより、振動系の質量および減衰の大きさによる減衰比の変化特性も、上記の円振動数比の変化特性と同様に、正方形断面の動的特性の一つと考えることができる。

## 5.2. 断面背後に生ずる周期渦による励振応答

正方形断面背後に生ずる周期渦に起因する正方形断面の励振応答を考える場合、前にも述べたように、

(i) 断面背後の周期渦の発生振動数が風速の増加と共に線型的に増加する場合

(ii) 断面背後の周期渦の発生振動数が正方形断面振動系の固有振動数と同期している場合

の2つの場合について解析をすすめる。

(i) 周期渦発生振動数が風速増加と共に、線型的に増加する場合

正方形断面背後に生ずる周期渦によって、正方形断面にある周期的な空気力(揚力)が作用し、この空気力によって正方形断面振動系はある応答を示す。従って、周期渦が発生してから、ある時間の遅れをもって応答が始まることになる。いま、この周期渦に基づく強制力と振動系の応答間の位相のずれ角を $\varphi$ とし、またこのときの強制振幅を $X$ で表わすとき、正方形断面振動系の応答は、

$$x_2 = X e^{i(\omega_k t - \varphi)}$$

と表わすことができる。ただし上式中記号 $\omega_k$ は、断面背後の周期渦の発生円振動数を表わすものとする。

一方、断面背後に生ずる周期渦の発生円振動数 $\omega_k$ は、断面一辺の半長 $b$ 、ストロハル数 $S$ および風速 $U$ と次式で関係づけられる。

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot S}{b} \cdot U$$

さらに、風速の代りに換算風速 $V(=U/b\omega)$ を用いれば、断面背後の周期渦の発生円振動数 $\omega_k$ は、正方形断面振動系の円振動数 $\omega$ とつぎの関係が成立する。

$$\omega_k = \pi S V \cdot \omega$$

これらの式を、式(5.1.2)で示される運動方程式に代入し、さらに式(5.1.3)および式(5.1.4)よ

り求められる振動系の円振動数 $\omega$ および減衰比 $\zeta$ を用いて、渦励振動の振幅比 $X/b$ および位相のずれ角 $\varphi$ を求めれば、それぞれつぎのように表わすことができる。

$$\left(\frac{X}{b}\right) = -\frac{\beta V^2}{2\pi\zeta\epsilon S} \left[ G(V)g(\eta) \cos\varphi + \{f(\eta) - (1-F(V))g(\eta)\} \sin\varphi \right] \quad (5.2.1)$$

$$\varphi = \arctan \left[ -\frac{\{1 - (\pi S V)^2\} G(V)g(\eta) / (2\pi\zeta S V) - \{f(\eta) - (1-F(V))g(\eta)\}}{G(V)g(\eta) + (\omega^2 - \omega_k^2) \{f(\eta) - (1-F(V))g(\eta)\} / 2\zeta\omega\omega_k} \right]$$

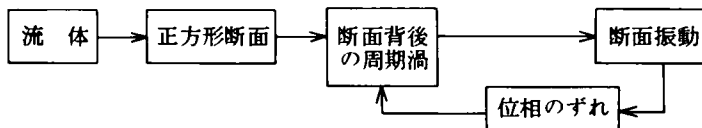
式(5.2.1.)に示されるように、物体背後に生ずる周期渦による励振振幅比( $X/b$ )は、断面振動系の質量パラメータ $\epsilon$ と減衰比 $\zeta$ が大きくなるに従って小さくなり、また風速が大きくなるに従って2乗で大きくなることが考えられる。

一般に、充実物体の風琴振動による応答特性については、断面背後の流体系の挙動を正確に把握することが極めて難しいため、従来の研究の大半が実験的手法に依って解析をすすめている。しかしながら、最近の計測技術の向上に伴って、断面背後の流体挙動も次第に明らかにされつつあり、充実物体の渦励振による応答特性が正確に把握される日も決して遠くないものと考えられる。

#### (ii) 周期渦発生振動数が振動系の固有振動数と同期している場合

一般に、流体中に置れた物体が振動するとき、その背後の流れは、物体が静止している場合と違って、物体の振動周期と一致した周期的な擾乱を受けるものと考えられる。平板や翼断面のような比較的剝離流の生じにくい断面が振れ振れ振動する場合には、その背後の流れは、その振動数に一致した正弦波になることは、すでに報告されている<sup>4)</sup>。また、充実物体のうち、長方形や正方形断面のように、角部の鋭い断面が流体中で振動する場合には、田中・森光等の報告<sup>1)</sup>にもみられるように、断面背後のwakeだけではなく、周期渦もまた、断面の振動に同期することが考えられる。しかしながら、これらの同期現象は、どのような風速に対しても生ずるわけではなく、ある風速領域を越せば、同期現象は、徐々に減少し、遂には、断面振動にかかわらず、周期渦は、静止状態の場合と同じ発生振動数で発生するものと思われる。このような、周期渦の同期現象を定量的に把握することは、今後の研究に待つものとして、本研究では、以下のような条件のもとで解析をすすめる。

正方形断面振動系が断面背後の周期渦と同期しているとき、断面を含む流体系の挙動は、つぎのブロック図に示されるような、フィードバック系の安定状態にあるものと考えられる。



このような断面背後の周期渦との同期現象を特徴づける要素として、本研究では、つぎの2つの条件を考える。

1. 振動系の振動数が断面背後に生ずる周期渦との発生振動数と一致する。
2. 断面背後に生ずる周期渦に起因する動的揚力と振動系の応答との間の位相のずれ角は $90^\circ$ とする。

このような条件を満足するとき、同期状態における正方形断面振動系の運動方程式は、次式で与えられる。

$$\ddot{x} + 2\zeta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 2\pi\rho b^2\ddot{x}/m - 2\pi\rho b^2\omega_c(V)\dot{x}/m - 2\pi\rho b^3\beta\omega^2V^3e^{i\omega t} [f(\eta) - \{1 - c(V)\}g(\eta)] / m \quad (5.2.3)$$

なお、上式において  $i$  は虚数単位を表わすものとする。

式 (5.2.3) の解として得られる定常振動を

$$x = x_0 e^{i\omega t}$$

と置けば、二次元一様流中の同期状態における振動系の円振動数比 (風速  $U$  における円振動数/無風時における固有振動数:  $\omega/\omega_0$ ) および定常振動の振幅比 (定常振幅/断面一辺の半長:  $x_0/b$ ) は、それぞれつぎの各式より求めることができる。

$$\begin{aligned} & \left[ \{G(V)V + \epsilon - 1\} \{g(\eta) - f(\eta)\} - F(V)g(V)(\epsilon - 1) \right] \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{*2} \\ & + 2\bar{\epsilon} G(V)g(\eta)\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^* + \{g(\eta)F(V) - g(\eta) + f(\eta)\}\epsilon = 0 \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

$$\frac{x_0}{b} = \frac{\beta V^3 [\{1 - F(V)\}g(\eta) - f(\eta)] (\omega/\omega_0)^*}{2\bar{\epsilon} + F(V)V(\omega/\omega_0)^*} \quad (5.2.5)$$

(i) の場合の円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ ) の場合と同様に、式 (5.2.4) より求められる円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ )<sup>\*</sup> についても、一般に振動系の質量パラメータ  $\epsilon$  が大きいことより、1.0 に近い値が得られるものと考えられる。

一方、同期状態における定常振動振幅比  $x_0/b$  については、式 (5.2.5) に示されるように、振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  に反比例し、換算風速の 3 乗に比例することが知られる。すなわち、振動系の質量または減衰が大きくなるに従って同期現象による応答量は小さくなるものと考えられる。

### 5.3. 数 値 計 算

前節の 4.2.1 および 4.2.2 において誘導された各式より、換算風速  $V$  に対する正方形断面振動系における円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ )、( $\omega/\omega_0$ )<sup>\*</sup>、減衰比の比 ( $\zeta/\zeta_0$ )、振幅比 ( $X/b$ )、( $x_0/b$ ) および断面背後の周期渦による強制力との位相のずれ角  $\varphi$  の値を計算した。特に、これらの各物理量が、振動系の質量および減衰によりどのように変化するかを調べるために、前記の質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  ( $= m\zeta_0/2\pi\rho b^2$ ) および質量パラメータ  $\epsilon$  ( $= m/2\pi\rho b^2$ ) を媒介変数として計算を行った。以下に各項目別にその結果ならびに特性について述べる。

なお、計算は、京都大学大型計算機 (FACOM 230-60) を使用した。



(i) 振動系における振動数の変化特性

断面背後の周期渦が風速と共に線型的に増加する場合の振動系の円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ ) および同期状態における円振動数比 ( $\omega/\omega_0$ )\* をそれぞれ、質量パラメータ  $\epsilon$  および質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  を媒介変数に、換算風速  $V$  を変数にとって式 (5.13) および式 (5.24) より求めれば Table (5.3.1) に示されるような結果が得られる。これらの結果より知られるように、( $\omega/\omega_0$ ) および ( $\omega/\omega_0$ )\* の値は共に、質量パラメータ  $\epsilon$  や質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  の変化にかかわらず、およそ 1.0 の値を示している、すなわち、振動系の質量や減衰に無関係に、各風速に対して、振動系の円振動数は、無風時の固有振動数とほぼ等しいものと考えられる。このような結果は、C. Scruton によっても報告されており、<sup>2)</sup> 二次元一様流中の揚力方向の正方

形断面振動系の特性の一つと考えることができる。

これらの結果より、逆に式 (4.5.19) で与えられる断面  $2b \times 2b$  の正方形に作用する擬定常揚力のうち、仮想質量効果を表わす揚力要素 ( $2\pi\rho b^2\ddot{x}$ ) は、他の空気力に比べて小さいものと考えられる。

(ii) 振動系における減衰の変化特性

二次元一様流中の正方形断面振動系の減衰が風速と共にどのように変化するかを調べるために、式 (5.1.5) より、質量パラメータ  $\epsilon$ 、質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  および換算風速  $V$  を変化させて計算を行なった。それらの結果のうち、質量パラメータ  $\epsilon$  が 10 および 100、質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  が 0.1 ~ 1.0 の場合の換算風速  $V$  が 0 ~ 3.0 までの減衰比の変化特性を代表として Fig. 5.3.1 および Fig. 5.3.2 に示す。これらの図より知られるように、振動系の減衰比の風速に対する変化特性は、質量パラメータ  $\epsilon$  にはあまり影響されず、質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  に大きく影響される。すなわち、質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  が大きくなるに従って、振動系の減衰比の比 ( $\zeta/\zeta_0$ ) は 1.0 の値に近づき、逆に、質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  が小さくなるに従って振動系の空力減衰が大きくなることがわかる。なお、換算風速  $V$  が 1.0 および 3.0 に対する振動系の減衰比の比 ( $\zeta/\zeta_0$ ) の値 (質量パラメータ  $\epsilon$  が 10 および 100、質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  が 0.1 ~ 1.0 の場合) を以下の表に示す。

質量減衰 パラメータ $\bar{\epsilon}$	減衰比の比 ( $\zeta/\zeta_0$ )			
	換算風速 $V = 1.0$		換算風速 $V = 3.0$	
	質量パラメータ $\epsilon = 10$	質量パラメータ $\epsilon = 100$	質量パラメータ $\epsilon = 10$	質量パラメータ $\epsilon = 100$
0.1	4.03	3.69	12.48	11.08
0.2	2.54	2.35	6.78	6.04
0.3	2.05	1.90	4.88	4.36
0.4	1.80	1.68	3.93	3.52
0.5	1.65	1.54	3.36	3.02
0.6	1.55	1.45	2.98	2.68
0.7	1.48	1.39	2.71	2.44
0.8	1.43	1.34	2.51	2.26
0.9	1.39	1.30	2.36	2.12
1.0	1.36	1.27	2.23	2.01

以上のような、風速増加に伴う振動系の減衰が増加する現象については、平板や翼断面のたわみ1自由度振動系にみられるほかに、長方形断面についても、中村、溝田により報告されている<sup>5)</sup>とともに、円柱断面についても笠口、田中等により報告されている<sup>6)</sup>。しかしながら、正方形断面に関しては、ほとんど報告されていないが、この点については、前にも述べたように、G.V. Parkinsonの実験例をとれば、質量減衰パラメータ  $\epsilon = 1.8$ 、質量パラメータ  $\epsilon = 800$  というかなり大きな値の振動系での結果であり<sup>3)</sup>、上記の風速に対する減衰比の変化特性から考えて、ほぼ  $(\zeta/\zeta_0)$  値が 1.0 に近い値を示すことから考えられようと思われる。従ってこのような、風速増加に伴う振動系の減衰増加現象も、正方形断面の空気力学的な動的特性の一つと考えられる。

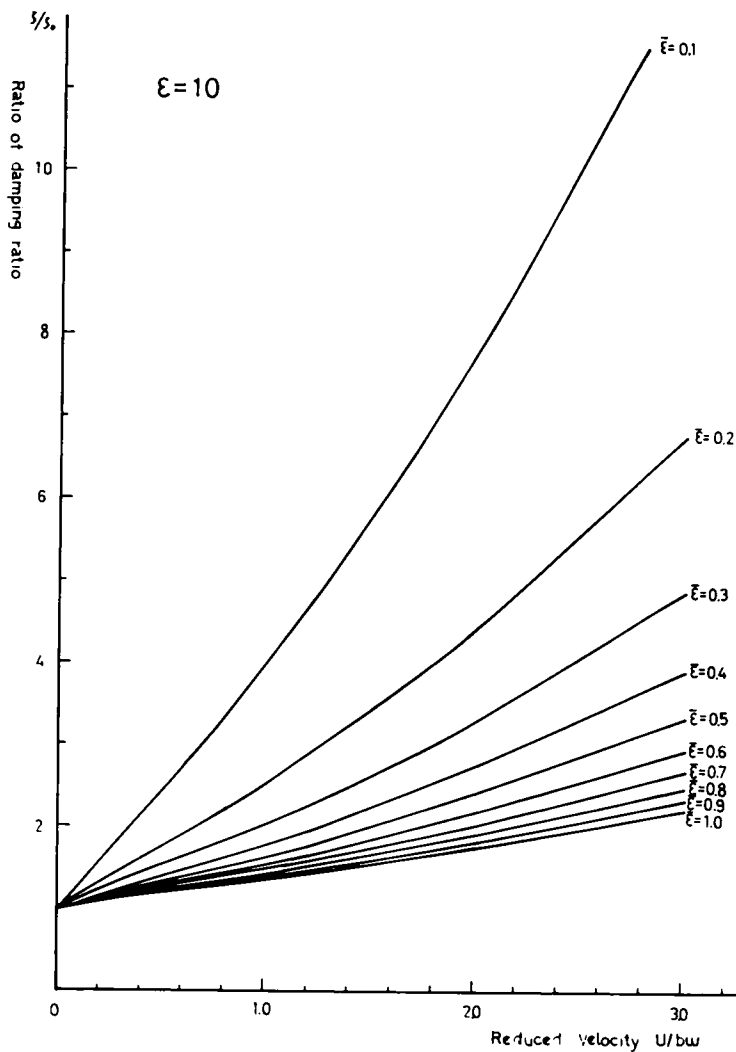


Fig. 5.3.1

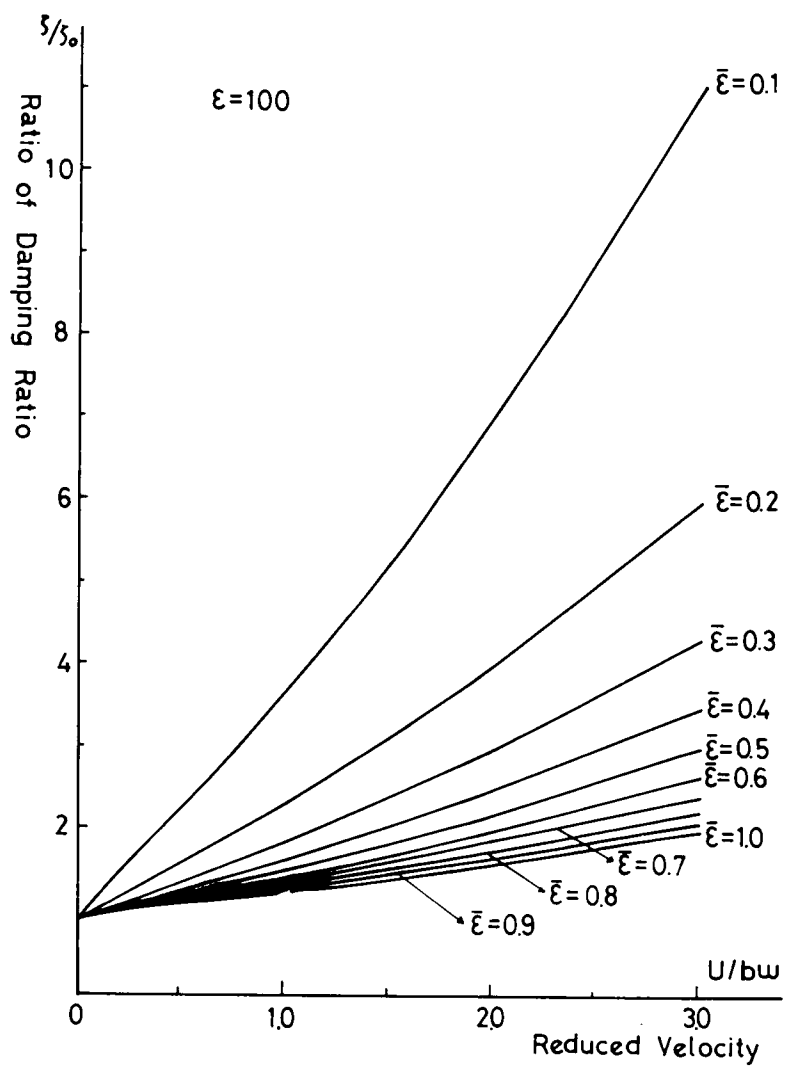


Fig. 5.3.2

Table. 5.3.1

換算風速 $V = \frac{1}{h\omega}$	円 振 動 数 比							
	$\epsilon = 10$				$\epsilon = 100$			
	$\bar{\epsilon} = 0.1$		$\bar{\epsilon} = 1.0$		$\bar{\epsilon} = 0.1$		$\bar{\epsilon} = 1.0$	
	$\omega/\omega_0$	$(\omega/\omega_0)^*$	$\omega/\omega_0$	$(\omega/\omega_0)^*$	$\omega/\omega_0$	$(\omega/\omega_0)^*$	$\omega/\omega_0$	$(\omega/\omega_0)^*$
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
0.25	1.05	1.05	1.05	1.05	1.01	1.00	1.01	1.00
0.50	1.06	1.05	1.05	1.04	1.01	1.00	1.01	1.00
0.75	1.06	1.05	1.05	1.03	1.01	1.00	1.01	1.00
1.00	1.06	1.05	1.05	1.02	1.01	1.00	1.01	1.00
1.25	1.06	1.05	1.05	1.02	1.01	1.00	1.01	1.00
1.50	1.06	1.05	1.05	1.02	1.01	1.00	1.01	1.00
1.75	1.07	1.05	1.05	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
2.00	1.07	1.05	1.05	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
2.25	1.07	1.04	1.05	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
2.50	1.07	1.04	1.05	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
2.75	1.07	1.04	1.05	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
3.00	1.07	1.04	1.05	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
3.25	1.07	1.04	1.05	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
3.50	1.07	1.04	1.04	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
3.75	1.07	1.04	1.04	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
4.00	1.07	1.04	1.04	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
4.25	1.07	1.04	1.03	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
4.50	1.06	1.04	1.03	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
4.75	1.06	1.04	1.02	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
5.00	1.06	1.04	1.02	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
5.25	1.05	1.04	1.01	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
5.50	1.05	1.04	1.01	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
5.75	1.05	1.04	1.00	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
6.00	1.04	1.04	0.99	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
6.25	1.04	1.04	0.99	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
6.50	1.03	1.04	0.98	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
6.75	1.02	1.04	0.97	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
7.00	1.02	1.04	0.97	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
7.25	1.01	1.04	0.96	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
7.50	1.01	1.04	0.95	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
7.75	1.00	1.04	0.95	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00
8.00	1.00	1.04	0.94	1.01	1.01	1.00	1.01	1.00

### (iii) 振動系における位相のずれ角 $\phi$

二次元一様流に置れた正方形断面背後に生ずる周期渦の発生振動数が風速増加と共に線型的に増加するとき、周期渦による強制空気力と振動系の応答との間の位相のずれ角  $\phi$  は式 (5.2.2) より求めることができる。振動系の質量パラメータ  $\epsilon$  が 10, 30 および 100, 質量減衰パラメータ  $\epsilon$  が 0.1, 0.5 および 1.0 (または, 0.1, 0.4, 1.0) の場合の換算風速  $V$  に対する位相のずれ角  $\phi$  の変化を Fig. 5.3.3 に示す。この図からもわかるように、位相のずれ角  $\phi$  は、風速の増加と共に増加し、その変化特性は、振動系の質量パラメータ  $\epsilon$  の値の変化により大きく左右される。すなわち、質量パラメータ  $\epsilon$  の値が 100

のときには、換算風速  $V$  の値が 2.8 から 3.2 までの風速領域で、位相のずれ角  $\varphi$  が急激に増加（ $20^\circ$  付近から  $190^\circ$  付近）するのに対して、質量パラメータ  $\varepsilon$  の値が 1.0 のときには、かなり広範囲な風速領域にわたって、ゆっくりと増加している。一方、質量減衰パラメータを 0.1 から 1.0 まで変化させた場合には、質量パラメータ  $\varepsilon$  の値の変化による位相のずれ角  $\varphi$  値の変化程度に比べて小さくまた、質量パラメータ  $\varepsilon$  の場合とは逆に、質量減衰パラメータ  $\bar{\varepsilon}$  が小さいときほど、風速増加に伴う位相のずれ角  $\varphi$  の増加する割合が大きくなっている。

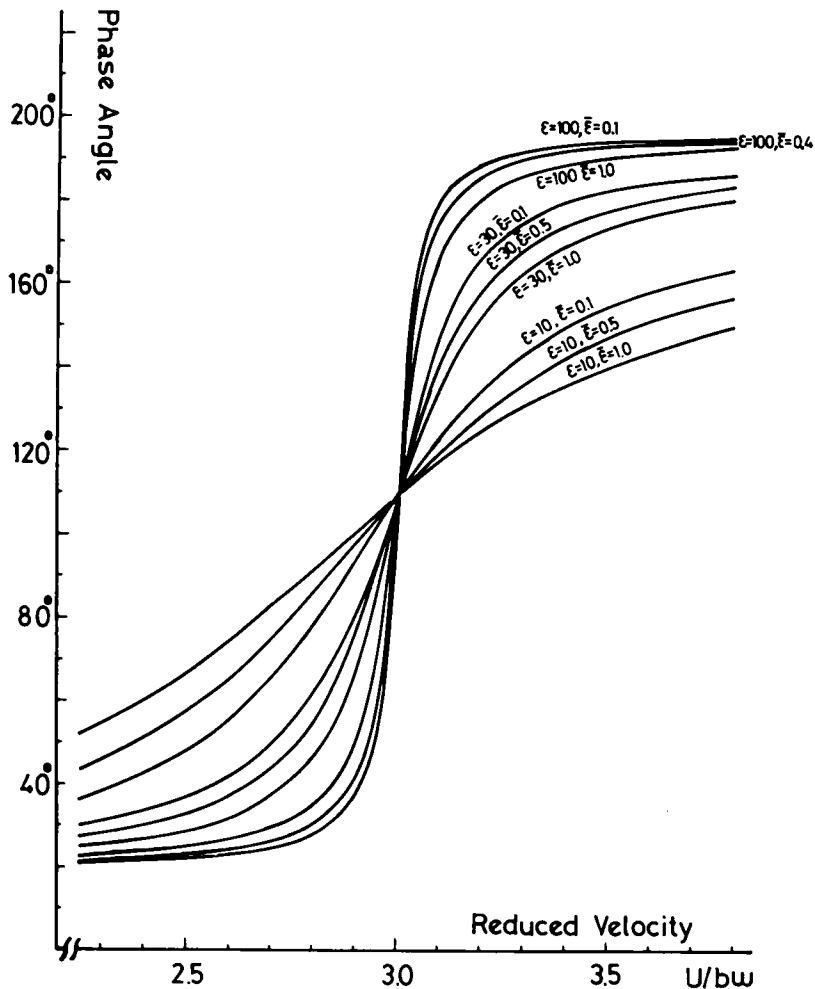


Fig. 5.3.3

#### Ⅳ) 風琴振動状態における振動系の応答特性

断面背後に生ずる周期渦の発生振動数が風速増加と共に、線型的に増加するとき、この周期渦による強制空気に起因する正方形断面振動系の応答は、上記の位相のずれ角 $\varphi$ の値を用いて、式(5.2.1)より求めることができる。横軸に換算風速 $V$ をとり、縦軸に振幅比( $X_0/b$ )をとり、質量パラメータ $\epsilon$ および質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ を媒介変数とした場合の結果をFig.5.3.4に示す。この図より知られるように、振動系の質量パラメータ $\epsilon$ の値が大きな場合には、換算風速 $V$ が3.0付近で鋭いピークをもつ典型的な narrow band の性質を示すのに対し、(図中 $\epsilon=100$ の場合)、質量パラメータ $\epsilon$ の値が小さな場合には、応答の最大点が明確なものでなくなり、かなり広範囲の風速領域にわたって応答が生じている。

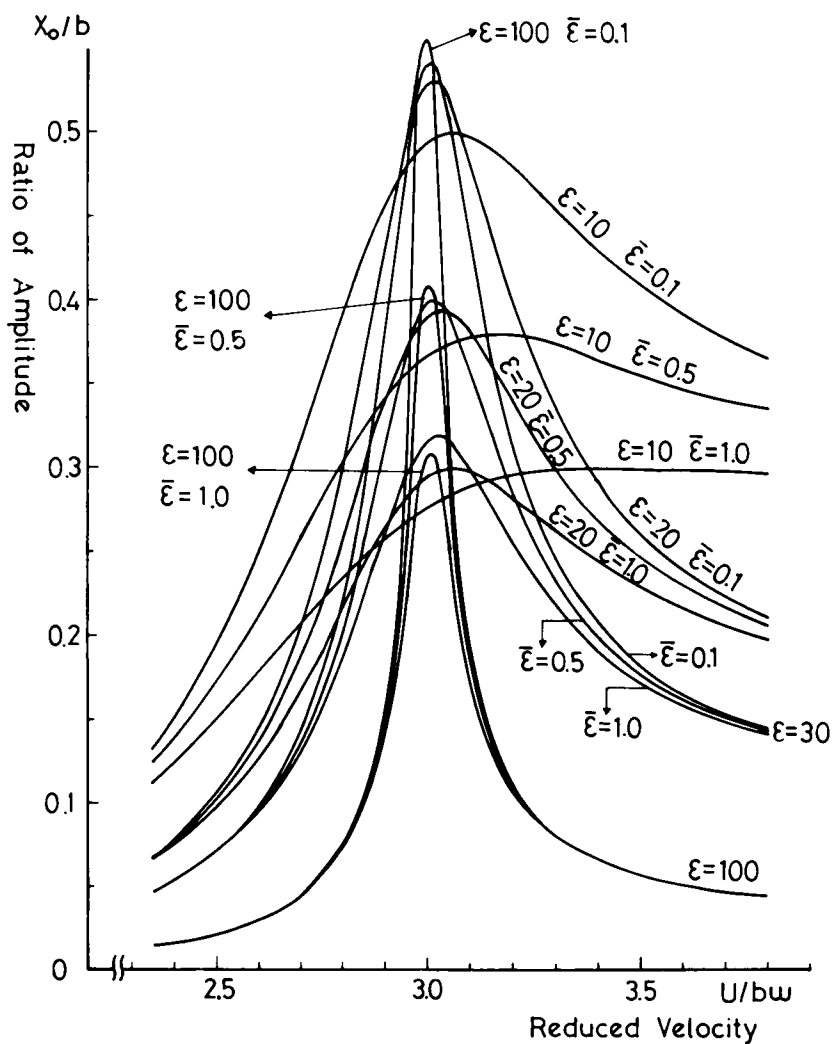


Fig. 5.3.4

一方、振動系の質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ の値は、小さくなる程、応答のピーク値は大きくなっている。また、応答が最大となる換算風速 $V$ の値は、質量パラメータ $\epsilon$ が大きくなるに従って、やや小さくなる傾向がみられる。このような質量パラメータ $\epsilon$ や質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ の値の変化に伴う振動系の最大応答比 $(x_0/b)_{\max}$ の変化特性をわかりやすくするために、横軸に質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ をとり、縦軸に振動系の最大応答比 $(x_0/b)_{\max}$ をとり、さらに、質量パラメータ $\epsilon$ を媒介変数にとった場合の結果を Fig. 5.3.5 に示すとともに、横軸に、質量パラメータ $\epsilon$ をとり、縦軸に振動系の最大応答比 $(x_0/b)_{\max}$ をとり、さらに、質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ を媒介変数にとった場合の結果を Fig. 5.3.6 に示す。Fig. 5.3.5 より知られるように、振動系の質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ が大きくなるに従って、最大応答比 $(x_0/b)_{\max}$ は急激に減少する。

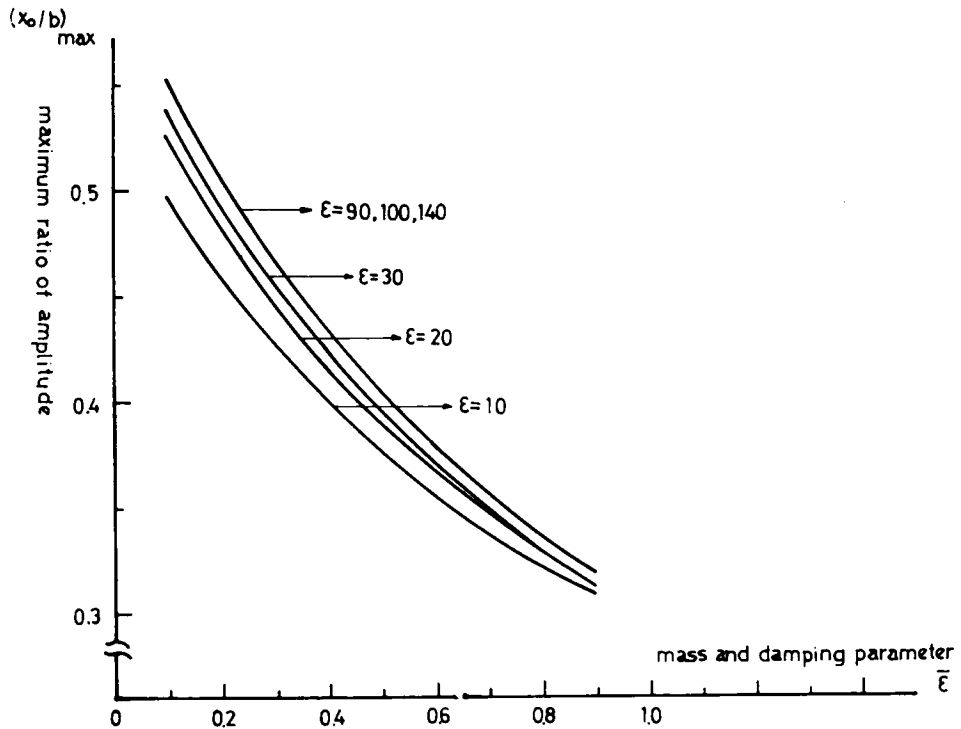


Fig. 5.3.5

一方、Fig. 5.3.6 からは、振動系の質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ が一定のとき、質量パラメータ $\epsilon$ が20～50までは、 $\epsilon$ の増加と共に、最大応答比 $(x_0/b)_{\max}$ は増加しているが、質量パラメータ $\epsilon$ が50を越すときには、ほとんど変化しないことが知られる。このような結果から一般の振動系においては、 $\epsilon$ は50よりも大きな値（著者等の実験では、60～130、G.V.Parkinsonの実験では770）であることを考慮すれば正方形断面振動系の風琴振動による最大応答の振幅は、質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ の値の大小に支配されるものと考えられる。つまり、正方形断面を有する構造物の風琴振動による振動を小さくするには、なんらかの方法で、その構造物の減衰を大きくすることが最も有効であると考えられる。

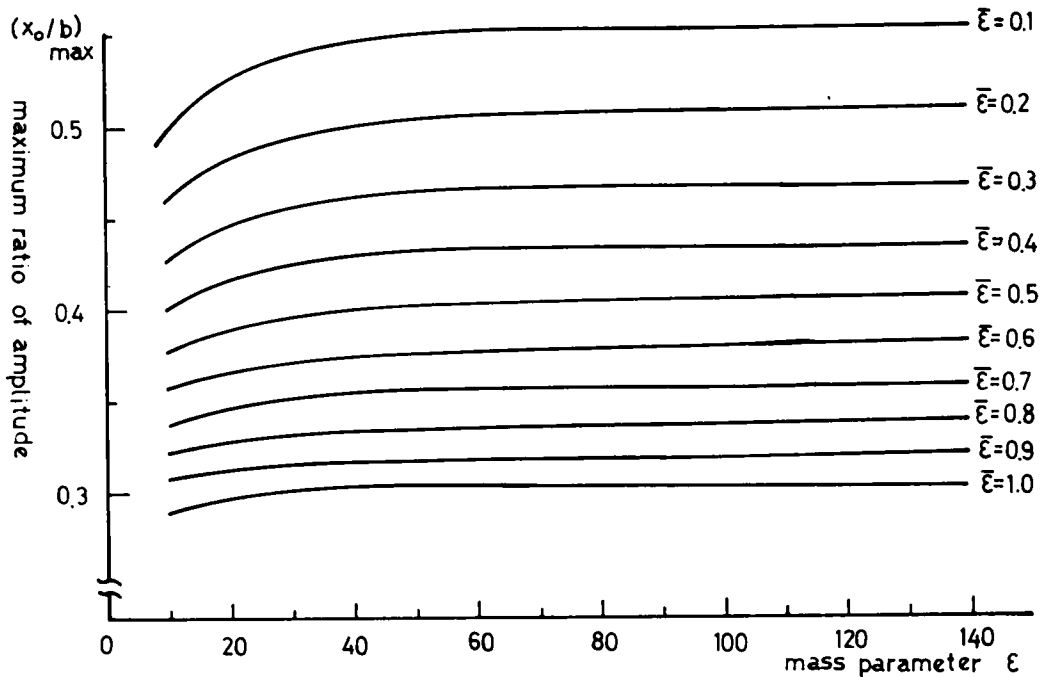


Fig. 5.3.6

## (V) 同期状態における振動系の応答特性

断面背後に生ずる周期渦の発生振動数が、振動系の固有振動数に一致し、かつ、周期渦による強制空気力と応答との間の位相のずれ角が  $90^\circ$  となるような同期状態にあるときの、正方形断面振動系の振幅比  $(x_o/b)$  は、式 (5.2.5) より求めることができる。いま式 (5.2.5) より計算される振幅比  $(x_o/b)$  を縦軸にとり、換算風速を横軸にとった場合の結果を Fig. 5.3.7 に示す。この図より知られるように、同期状態における渦励振幅は、風速の3乗に比例して大きくなると共に、振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{\xi}$  が小さくなるに従って、応答振幅も大きくなっている。しかしながら、このような同期現象は、前にも述べたように、すべての風速領域に渡って生ずることはなくある範囲をもった風速領域で生ずるものと考えられる。従って、同期現象が生ずる風速領域を定量的に把握することは、非常に重要な問題であろうが、この点に関しては今後の研究に待ちたい。



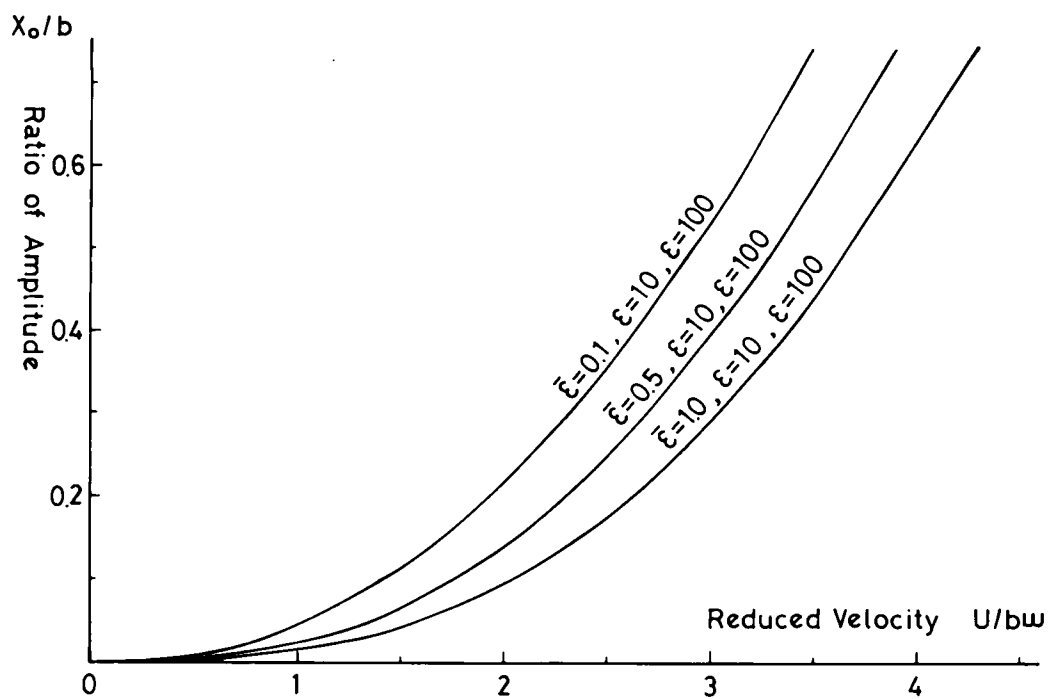


Fig. 5.3.7

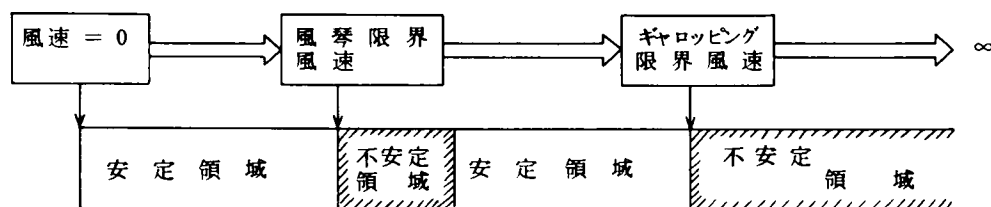
## 参 考 文 献

- 1) 田中宏, 森光康夫, 根橋光年, “構造断面後流中の風速変動”, 第 25 回土木学会年次学術講演会, 1970. 1-157.
- 2) Scruton, C., “On the Wind-Excited Oscillation of Stacks, Towers and Masts”, Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures, NPL, June, 1963.
- 3) Laneville, A. & Parkinson, G.V., “Effects of Turbulence on Galloping of Bluff Cylinders”, Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo, Sept., 1971.
- 4) 河島佑男, 田中博喜, 藤本信弘, “調和的に変動する風に関する研究”, 構造物の耐風性に関する第一回シンポジウム論文集 (1970).
- 5) 中村泰治, 溝田武人, “箱型構造物のフラッターに関する実験”, 第 26 回土木学会年次学術講演会, 1971., 1-180.
- 6) 峯口, 田中(博), 高原, 松井, “振動円柱の非定常空気力に関する研究”, 構造物の耐風性に関する第一回シンポジウム論文集 (1970).

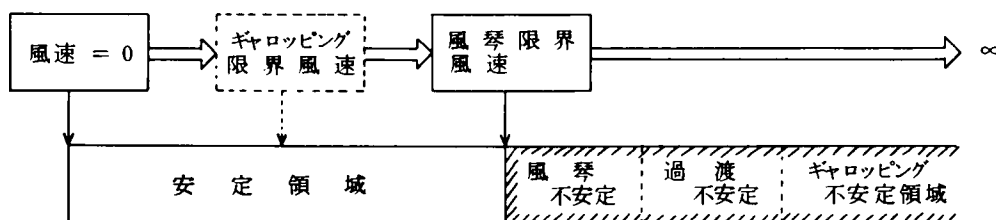
## 第 6 章 擬定常空気力理論による正方形 断面の応答特性

流体中に置れた正方形断面の動的挙動は、前章で述べた断面背後に生ずる周期渦による渦励振応答の他に、正方形断面が流体中において振動することによって自ら不安定な振動系となるいわゆる自励振動応答の2種類の応答により特徴づけられることは、すでに数多くの研究者により確められている。

後者の自励振動は、流れと直角方向（すなわち揚力方向）に生じ、一般にギャロッピング振動（跳躍振動）と呼ばれており、正方形断面の他に、凍結した電線にも見られる現象である。この正方形断面のギャロッピング振動現象については、すでに、G.V.Parkinson が、断面に作用する静的空気力を、相対迎え角（断面が流れと直角方向に振動することにより生ずる流れとなす相対的な角度）の高次奇関数で近似し、その空気力を振動系の外力として、Krylov-Bogoliubov の非線型解析法を利用することにより動的解析を行なっている<sup>1)</sup>。このような解析方法は、一般に擬定常空気力理論と呼ばれている。一方、C.Scruton は、正方形断面振動系において、風琴振動およびギャロッピング振動それぞれの限界風速が、振動系の質量と減衰の効果を表わす無次元パラメータ（質量減衰パラメータ）によってどのように変化するかを実験的に調べている<sup>2)</sup>。その結果はすでに Fig. 1.1. に示したが、この図からも知られるように、質量減衰パラメータが大きい場合には、風琴振動およびギャロッピング振動の2種類の不安定現象は、明らかに違った風速領域で生じており、明確にそれぞれを区別することができる。すなわち、図に示せばつぎのように表わせる。



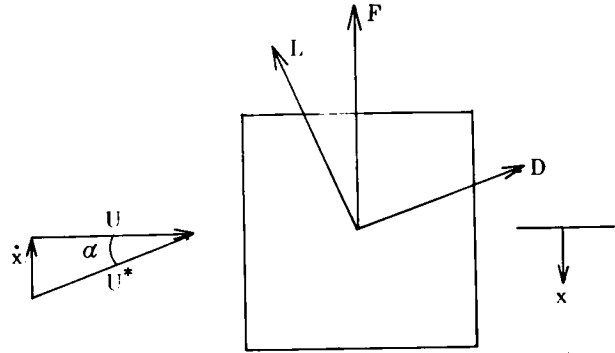
しかしながら、振動系の質量減衰パラメータが小さい場合には、ギャロッピング限界風速が風琴限界風速に近い値もしくはそれ以下になり、このとき正方形断面振動系の不安定現象は、風琴振動とギャロッピング振動の2種類は混在した状態となり、それぞれの不安定現象を区別することができない。この場合の様子を図に示せばつぎのように表わせる。



本研究では、上記の振動系の質量減衰パラメータが小さい場合の応答特性を調べるために、本章では擬定常空気力理論を用いて、正方形断面のギャロッピング振動（自励振動）による応答を求める。

### 6.1. 静的空気力の高次奇関数化

二次元一様流に置れた正方形断面が、迎え角が $0^\circ$ の状態（すなわち、風が断面前面に直角に作用する状態）の風的作用を受けるとき、断面が振動することによって、右図に示されるように相対迎え角が生じる。いま、迎え角を $\alpha$ で表わせば



$$\alpha = \arctan \frac{\dot{x}}{U} \quad (6.1.1)$$

のようになる。一方、振動状態にある正方形断面に作用する、風と直角方向の空気力 $F$ （上図参照）は、相対速度 $U^*$ によって生ずる揚力 $L$ と抗力 $D$ の風速 $U$ と直角方向成分の和として与えられる。すなわち、揚力 $L$ および抗力 $D$ は、それぞれ

$$L = \frac{1}{2} \rho U^{*2} \cdot C_L \cdot A \quad (6.1.2)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho U^{*2} \cdot C_D \cdot A$$

で表わすことができる。ただし、上式中、記号 $\rho$ 、 $A$ はそれぞれ空気密度、受風面積を表わし、 $C_L$ および $C_D$ は、揚力係数および抗力係数を表わすものとする。また、空気力 $F$ を

$$F = \frac{1}{2} \rho U^2 \cdot C_F \cdot A \quad (6.1.3)$$

とおけば、空気力係数 $C_F$ は、次式に示されるように式（6.1.1）および式（6.1.2）で示される相対迎え角 $\alpha$ および揚力係数 $C_L$ 、抗力係数 $C_D$ によって関係づけられる。

$$C_F = -(C_L + C_D \tan \alpha) \sec \alpha \quad (6.1.4)$$

ここで、相対迎え角 $\alpha$ を $\dot{x}/U$ について級数展開を行ない高次の項を無視し、さらに、静的実験より得られる揚力係数および抗力係数の迎え角に対する変化特性より、空気力係数 $C_F$ を次式のような $\dot{x}/U$ の7次の奇関数で近似する。

$$C_F = k_1 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right) - k_3 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^3 + k_5 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^5 - k_7 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^7 \quad (6.1.5)$$

著者等の行なった実験より得られた空気力係数  $C_F$  の結果を Fig. 6.1.1 に示す。また、この実験値を、式 (6.1.5) で示される  $C_F$  の 7 次奇関数で近似すれば、Fig. 6.1.2 に示される実線のようにになる。なお、この近似曲線は、

$$C_F = 0.5 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right) + 52.67 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^3 + 1760.18 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^5 - 44171.9 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^7 \quad (6.1.6)$$

より計算される値をプロットしたものである。一方、G.V.Parkinson により報告されている  $C_F$  曲線は Fig. 6.1.2 に示されている点線のようにになる。<sup>1)</sup>

この曲線は、つぎのような関数である。

$$C_F = 2.69 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right) - 168 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^3 + 6270 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^5 - 59900 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^7 \quad (6.1.7)$$

Fig. 6.1.2 に示されるように、G.V.Parkinson が提案している  $C_F$  曲線と著者等の行った実験より求められる  $C_F$  曲線の間には、かなりの差異が認められるが、これは、G.V.Parkinson による結果は、一辺 2 インチの正方形断面についてレイノルズ数 66,000 の場合のものであるのに対して、著者等の結果は、一辺 20 cm の正方形断面について、レイノルズ数が約 200,000 の場合であり、このような種々の実験条件の違いによるものと考えられる。

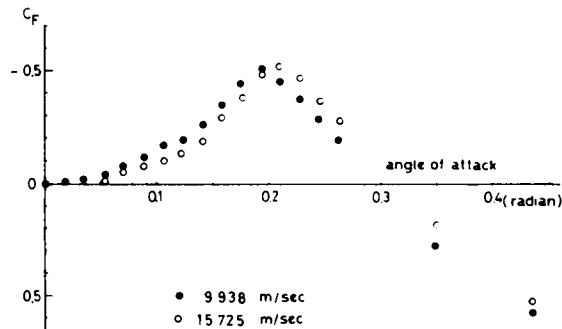


Fig. 6.1.1

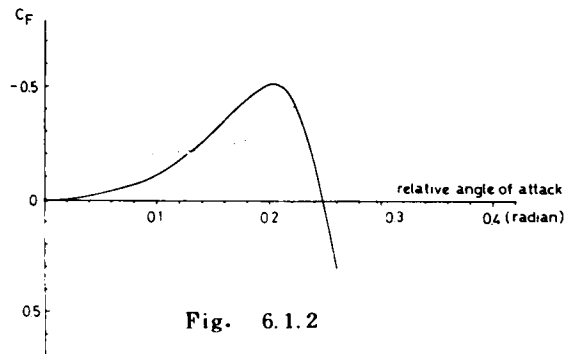


Fig. 6.1.2

## 6.2. 擬定常空気力理論による応答

正方形断面振動系に作用する空気力が式(6.1.5)で与えられるとき、振動系は、非線型応答となる。このときの振動系の応答は、すでに G.V.Parkinson や M.Novak により行なわれており、詳しくは、文献 1) および 3) にみるとして、以下にその解析手法を簡単に述べる。

正方形断面振動系における風と直角方向の運動方程式は、空気力を  $F$  としたときに、つぎのように表わせる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \quad (6.2.1)$$

ただし、 $m$  ; 振動系単位長さ当りの質量

$c$  ; 減衰定数

$k$  ; バネ定数

$F$  ; 振動系単位長さ当りに作用する空気力

式(6.2.1)を変形して、運動方程式を書き直せばつぎようになる。

$$\ddot{x} + 2\zeta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \frac{\rho b}{m}l^2C_F \quad (6.2.2)$$

ただし、

$$\omega_0^2 = k/m, \quad \zeta_0 = c/2m\omega_0$$

さらに、風速  $U$  および質量  $m$  を無次元化するために、換算風速  $V^*$  および質量パラメータ  $\epsilon$  を用い、式(6.1.5)で与えられる空気力係数  $C_F$  を式(5.2.2)に代入することにより、つぎのような非線型運動式が得られる。

$$\ddot{x} + 2\left(\zeta_0\omega_0 - \frac{\omega_0 V^*}{2\pi\epsilon} \cdot k_1\right)\dot{x} + \omega_0^2x = \left[-k_3\left(\frac{\dot{x}}{V^*}\right)^3 + k_5\left(\frac{\dot{x}}{V^*}\right)^5 - k_7\left(\frac{\dot{x}}{V^*}\right)^7\right] \cdot \frac{2b\omega_0^2}{\pi\epsilon} V^{*2} \quad (6.2.3)$$

ただし、

$$V^* = \frac{U}{2b \cdot \omega_0}, \quad \epsilon = \frac{m}{2\pi\rho b^2}$$

式(6.2.3)において、変位  $x$  の速度を表わす  $\dot{x}$  の係数は振動系の減衰項であり、この項が 0 のとき、振動系の安定、不安定の限界である。この条件より、つぎのような限界風速を求めることができる。

$$V_0^* = \frac{2\pi\zeta_0\bar{\varepsilon}}{k_1} = \frac{2\pi\bar{\varepsilon}}{k_1} \quad (6.2.4)$$

ただし,  $\bar{\varepsilon} = \frac{m\zeta_0}{2\pi\rho b^2}$  ; 質量減衰パラメータ

式(6.2.4)で示される条件式は, den Hartog の条件と一致している。

つぎに, 式(6.2.3)に示される非線型方程式を Krylov-Bogoliubov の解析方法を用いれば, 次式で示されるような振幅比 ( $x_0/2b$ ) の高次代数方程式が得られる。<sup>1), 3)</sup>

$$\frac{36}{64} \frac{k_7}{V^{*6}} \left( \frac{x_0}{2b} \right)^6 - \frac{5}{8} \frac{k_5}{V^{*4}} \left( \frac{x_0}{2b} \right)^4 + \frac{3}{4} \frac{k_3}{V^{*2}} \left( \frac{x_0}{2b} \right)^2 + \frac{2\pi\bar{\varepsilon}}{V^*} - k_1 = 0 \quad (6.2.5)$$

ここで, 新たに, つぎの各式で定義されるような2変数  $r, s$  ;

$$r = \frac{16V^{*4}}{35k_7} \left( k_3 - \frac{20}{63} \frac{k_5}{k_7} \right)$$

$$s = \frac{32V^{*6}}{35k_7} \left( -\frac{10k_3k_5}{35k_7} - \frac{2\pi\bar{\varepsilon}}{V^*} + k_1 + \frac{80k_5^3}{k_7^2} \right)$$

を導入すれば, 式(6.2.5)より得られる ( $x_0/2b$ )<sup>2</sup> の解の特性は, ( $r^3 + s^2$ ) の正負によってつぎのように分類することができる。

$$r^3 + s^2 > 0 ; \quad 1 \text{ 実根, } 2 \text{ 複素根}$$

$$r^3 + s^2 = 0 ; \quad 3 \text{ 実根 (そのうち少なくとも2つは等しい)}$$

$$r^3 + s^2 < 0 ; \quad 3 \text{ 実根}$$

すなわち,  $r^3 + s^2 = 0$  のとき, 応答のヒステリシスの限界が与えられ, これよりさらにつぎの2種類の限界風速が定義される。

$$V_1^* = \frac{2\pi\bar{\varepsilon}}{M+N}, \quad V_2^* = \frac{2\pi\bar{\varepsilon}}{M-N} \quad (6.2.6)$$

ただし, 上式中, 記号  $M, N$  は, つぎの各式で定義される係数  $k_i$  のみに求められる係数である。

$$M = k_1 + \frac{10k_5}{35k_7} \left( \frac{40k_5^2}{189k_7} - k_3 \right)$$

$$N = \left\{ \frac{4}{35k_7} \left( \frac{20k_5^2}{63k_7} - k_3 \right) \right\}^{\frac{3}{2}}$$

従って, そのときの応答は, それぞれつぎのように求めることができる。

(i) ヒステリシス外の応答における振幅比 ( $x_0/b$ )

$$\begin{aligned} \left(\frac{x_0}{b}\right)_0 = & 2\sqrt{2} V^* \left[ \left(\frac{4}{35k_7}\right)^{\frac{1}{3}} \left\{ \left(M - \frac{2\pi\bar{\epsilon}}{V^*} + \sqrt{\left(M - \frac{2\pi\bar{\epsilon}}{V^*}\right)^2 - N^2}\right)^{\frac{1}{3}} \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(M - \frac{2\pi\bar{\epsilon}}{V^*} - \sqrt{\left(M - \frac{2\pi\bar{\epsilon}}{V^*}\right)^2 - N^2}\right)^{\frac{1}{3}} \right\} - \frac{4k_5}{21k_7} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.2.7) \end{aligned}$$

(ii) ヒステリシス内の応答における振幅比 ( $x_0/b$ )

$$\left(\frac{x_0}{b}\right)_1 = 4\sqrt{2} \left[ \frac{k_5}{21k_7} + \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \frac{M - \frac{2\pi\bar{\epsilon}}{V^*}}{N}\right) \left\{ \frac{1}{35k_7} \left(\frac{20k_5^2}{63k_7} - k_3\right) \right\}^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.2.8)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{x_0}{b}\right)_{2,3} = & 4\sqrt{2} \left[ \frac{k_5}{21k_7} + \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \frac{M - \frac{2\pi\bar{\epsilon}}{V^*}}{N} \pm 60^\circ\right) \right. \\ & \left. \times \left\{ \frac{1}{35k_7} \left(\frac{20k_5^2}{63k_7} - k_3\right) \right\}^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.2.9) \end{aligned}$$

以上の解析において求められたように、限界風速  $V_0^*$ 、 $V_1^*$  および  $V_2^*$  は、いずれも振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  と比例の関係にあり、質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  が増加すれば、これらの限界風速も線型的に増加することがわかる。また、擬定常空気力理論により求められる応答は式 (6.2.7)、式 (6.2.8) および式 (6.2.9) で示されるが、これらの式が示すように、応答振幅は、風速と振動系の質量および減衰の関数として与えられる。

### 6.3. 数値計算例

擬定常空気力理論による正方形断面振動系の応答特性のうち、限界風速および振幅比は共に、式 (6.1.5) の右辺の各係数  $k_i$  と振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  の値によって左右される。前にも述べたように、この係数  $k_i$  の値は、G.V.Parkinson によって報告されているものと著者等の行なった結果に差異がみられるため、同じ質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  に対しても、当然限界風速および振幅比に違いが生ずる。そのため、本研究においては、G.V.Parkinson による結果を用いて数値計算を行なう場合を case 1. とし、著者等の行なった結果を用いる場合を case 2. とし、それぞれの場合について、限界風速ならびに応答振幅比を求めた。なお計算は、京都大学大型計算機を使って行なった。

それぞれの case における係数  $k_i$  値は、つぎのようである。

case 1.  $k_1 = 2.69$ ,  $k_3 = 168$ ,  $k_5 = 6270$ ,  $k_7 = 59900$

case 2.  $k_1 = 0.50$ ,  $k_3 = -52.67$ ,  $k_5 = 1760.18$ ,  $k_7 = 44171.9$



前にも述べたように、本研究では振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  の小さな場合を対象として解析を行っており、計算において、 $\bar{\epsilon}$  の値を 0.1 から 0.7 まで変化させた。

(i) 限界風速

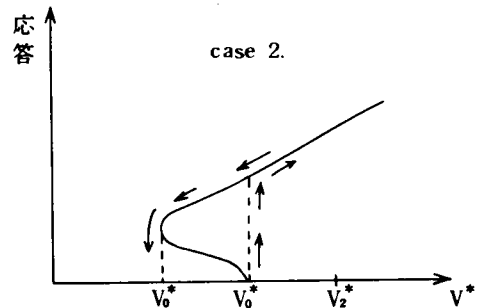
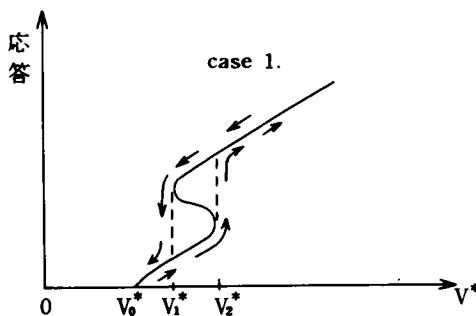
風速増加に伴って、応答が始まる換算限界風速  $V_0^*$  および応答のヒステリシスの現界を与える換算限界風速  $V_1^*$  および  $V_2^*$  は、それぞれ式 (6.2.4) および式 (6.2.6) より求められる。振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  を 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 としたとき、case 1. および case 2. の場合のそれぞれの換算限界風速を求めればつぎの表のようになる。

振動系の質量減衰 パラメータ $\bar{\epsilon} (= \frac{m\zeta_0}{2\pi\rho b^2})$	case 1.			case 2.		
	換算限界風速			換算限界風速		
	$V_0^*$	$V_1^*$	$V_2^*$	$V_0^*$	$V_1^*$	$V_2^*$
0.1	0.234	0.289	0.429	1.257	0.272	2.790
0.2	0.467	0.578	0.857	2.513	0.544	5.579
0.3	0.701	0.867	1.286	3.770	0.815	8.369
0.4	0.934	1.156	1.715	5.027	1.087	11.158
0.5	1.168	1.445	2.143	6.283	1.359	13.948
0.6	1.411	1.734	2.572	7.540	1.631	16.738
0.7	1.635	2.023	3.001	8.796	1.902	19.527

この表より知られるように、G.V.Parkinson が報告している係数  $k_i$  値を用いて計算される換算限界風速においては、

$$V_0^* < V_1^* < V_2^*$$

なる関係が成立しており、この場合の応答と風速の関係は、下図 case 1. に示されるように、換算風速が  $V_0^*$  のときはじめて応答が起り、風速が増加するに従って応答は連続的に大きくなる。風速が  $V_2^*$  に達したとき、応答は不連続に大きくなり、その後風速増加と共に応答は増大してゆく。逆に風速が  $V_1^*$  に達した時、不連続に小さくなり、 $V_0^*$  に達したときに応答は消滅する。



一方、著者等の行なった実験結果より得られる係数  $k_i$  を用いた場合には、換算限界風速の間に、

$$V_1^* < V_0^* < V_2^*$$

なる関係が成立する。この場合の応答特性としては、上図 case 2. に示されるような挙動を示す。すなわち、静止状態の振動系が、風速  $V_0^*$  に達したとき急激に大きな応答を示し、以後風速増加と共に応答は連続的に大きくなる。逆に風速を減少する場合には、風速が  $V_1^*$  に達するまでに、連続的に減少し、 $V_1^*$  に達したとき、応答は急激に消滅する。

以上のように、case 1. の場合と case 2. の場合の応答特性には大きな違いが認められるが、振動系の安定性を支配する（換算）限界風速としては、case 1. の場合には  $V_0^*$  であり、一方、case 2. の場合には、 $V_1^*$  であると考えられる。従って、このような点に留意して、各質量減衰パラメータ  $\bar{e}$  に対する case 1. の  $V_0^*$  の値と case 2. の  $V_1^*$  値を前表より比較したとき、case 2. の  $V_1^*$  値の方がやや大きくなっている。（case 1. の  $V_0^*$  値の約 1.1 倍）

しかしながら、このような振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{e}$  が小さい場合には、case 1. および case 2. の換算限界風速  $V_0^*$  (case 1.) または  $V_1^*$  (case 2.) は、正方形断面の風琴換算限界風速  $V_{AC}^*$  ( $\doteq 1.5$ ) 以下かまたは近い値を示しており、このような場合には、C. Scruton も報告しているように、現実には、上に述べたような応答は示さず、まず、風速が風琴限界風速に達したときにはじめて渦励振動による応答が生じ、その後風速増加と共にギャロッピング振動へと移行していくものと考えられる。

#### (ii) 応答特性

各換算風速  $V^* (= U/2b\omega)$  に対する正方形断面振動系の振幅比  $(x_0/b)$  を、振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{e}$  を媒介変数として case 1. および case 2. について式 (6.2.7)、式 (6.2.8) および式 (6.2.9) より求めれば Fig. 6.3.1 (case 1.) および Fig. 6.3.2 (case 2.) のように得られる。これらの図から知られるように、case 1. の場合および case 2. の場合に共通して、つぎのことがいえる。すなわち、前述の換算限界風速  $V_1^*$  より大きな風速領域では、応答は、風速の増加と共に線型的に増大しており、さらに、振幅比  $(x_0/b)$  または  $(x_0/2b)$  が大きくなれば、振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{e}$  の値の変化にそれ程大きな影響を受けない。しかしながら、振幅比  $(x_0/b)$  または  $(x_0/2b)$  が小さな範囲では、その応答特性は、質量減衰パラメータ  $\bar{e}$  の値の変化により大きく左右されている。また、G.V. Parkinson による係数  $k_i$  を用いた場合の応答特性 (case 1.) と著者等による係数  $k_i$  を用いた場合の応答特性を比較したとき、換算風速  $V^*$  が換算限界風速  $V_1^*$  より大きな風速領域では、同じ換算風速の値に対する振幅比は各質量減衰パラメータ  $\bar{e}$  に対して、やや case 1. の方が case 2. に比べて大きくなっている。また、ヒステリシス応答における最も低風速時の振幅比（すなわち、換算限界風速  $V_1^*$  における応答振幅比）も、case 1. の方がやや大きく出ており、各質量減衰パラメータ  $\bar{e}$  とともに、case 2. の場合の振幅比の約 1.2 倍になっている。

以上の結果からも知られるように、G.V. Parkinson によって報告されている空気力  $C_F$  と著者等の行なった実験結果より近似される空気力係数  $C_F$  の間には、式 (6.1.6) および式 (6.1.7) で示されるように、かなり大きな差異があるにもかかわらず、正方形断面振動系の限界風速  $V_0^*$  (case 1.) と  $V_1^*$  (case

2.) の間に大きな差異がみられず、また、換算限界風速  $V_i^*$  より大きな風速領域における応答振幅にも同様にそれ程大きな差異が認められないことは、興味深い。

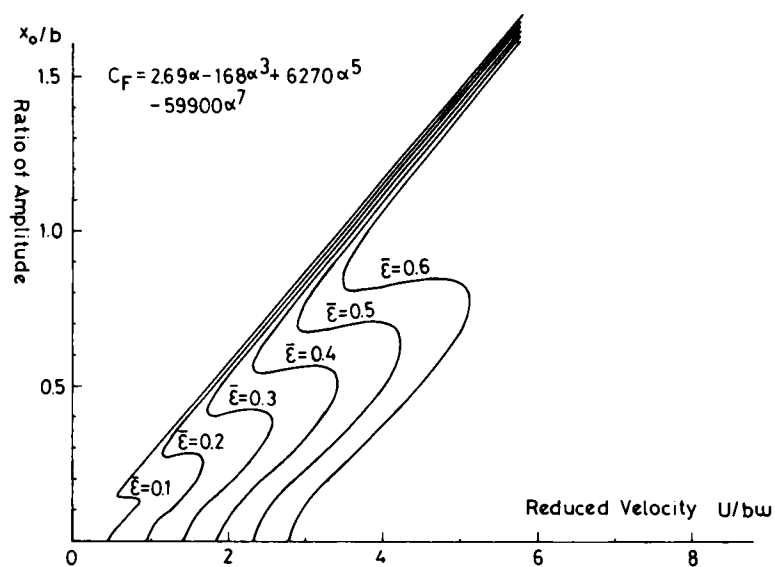


Fig. 6.3.1

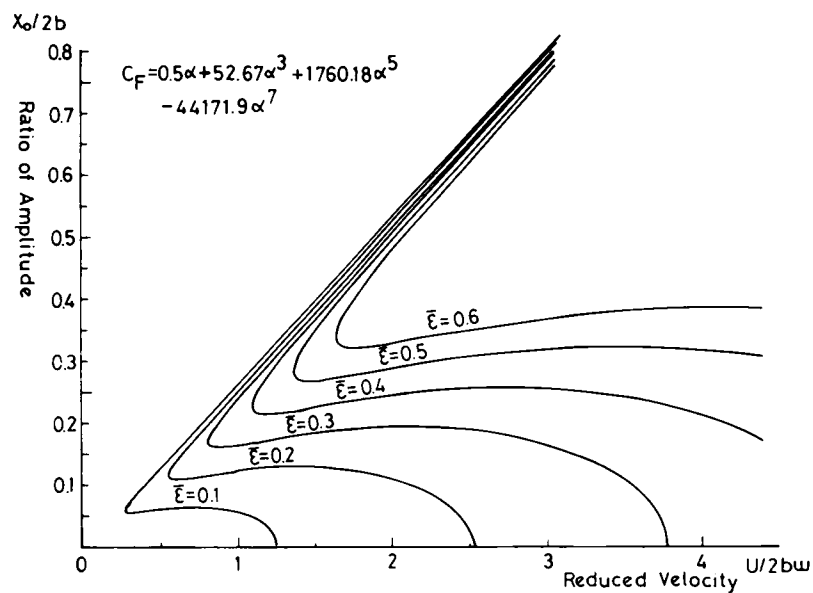


Fig. 6.3.2

## 参 考 文 献

- 1 ) Parkinson, G.V. & Brooks, N.P.H., "On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders," Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol.83, 1961.
- 2 ) Scruton, C., "On the Wind -Excited Oscillation of Stacks, Towers and Masts", Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures, NPL, June, 1963.
- 3 ) Novak, M., "Aeroelastic Galloping of Prismatic Bodies", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. of ASCE, Feb., 1969.

## 第 7 章 計算結果と実験結果の比較・検討

著者等の行った正方形断面に関する動の実験より得られる種々の結果については、すでに第3章で述べたが、これらの結果の中で、正方形断面振動系の動的特性を表わすものとして、

1. 風速増加に伴う振動系の円振動数の変化
2. 風速増加に伴う振動系の減衰の変化
3. 風速増加に伴う振動系の振幅の変化

の3要素に着目する。一方、3種類の正方形断面振動系A（質量パラメータ  $\epsilon = 59.396$ ，質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon} = 0.1633$ ），B（質量パラメータ  $\epsilon = 99.414$ ，質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon} = 0.2072$ ）およびC（質量パラメータ  $\epsilon = 127.617$ ，質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon} = 0.3049$ ）に対して、4.2節および4.3節で誘導された各式を用いることにより、上記の振動系の変化特性を求めることができ、このようにして得られた数値計算結果と実験より得られる結果を比較し、検討を加える。

### 7.1. 振動系の振動数の変化特性

断面背後に生ずる周期渦の発生振動数が、風速増加と共に線型的に増加する場合および振動系の振動数と一致するいわゆる同期状態の場合の、風速増加に伴う振動系A、BおよびCにおける円振動数の変化は、それぞれ式(5.3.1)および式(5.2.4)に示される円振動数比( $\omega/\omega_0$ )に関する二次方程式を解くことにより求めることができる。Fig. 7.1.1に示される実線は、式(5.1.3)および式(5.2.4)より得られた計算値を表わし、○印は実験値を表わす。この図より知られるように、計算値は、振動系A、BおよびCに対して1.0に極めて近い値を示しており、風速増加にかかわらず振動系の円振動数 $\omega$ は無風状態の円振動数 $\omega_0$ と同じ値を示している。

一方、○印で示される実験値では、換算風速 $V(U/b\omega)$ が2.5付近までは、( $\omega/\omega_0$ )の値はほぼ1.0の値を示しており計算値とよく一致している。しかしながら換算風速 $V$ が2.5から3.5までの風速領域では、円振動数比( $\omega/\omega_0$ )の値は、1.0よりも小さくなってより計算値と多少の違いがみられる。この傾向は、振動系の質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ の小さな振動系Aに大きくでており( $\omega/\omega_0$ 値は約0.95)、この質量減衰パラメータ $\bar{\epsilon}$ の増加に伴って次第に小さくなっている。(振動系Bでは約0.97、振動系Cでは約0.99) 続いて換算風速 $V$ が3.5を越せば再び( $\omega/\omega_0$ )値は1.0に近づいており、計算値と一致するものと考えられる。このように換算風速 $V$ が2.5から3.5の風速領域で円振動数比( $\omega/\omega_0$ )の値が1.0より多少小さくなる原因としては、丁度この風速領域で風琴振動現象が生じているためと考えられるが、詳しくは今後の研究に待ちたい。

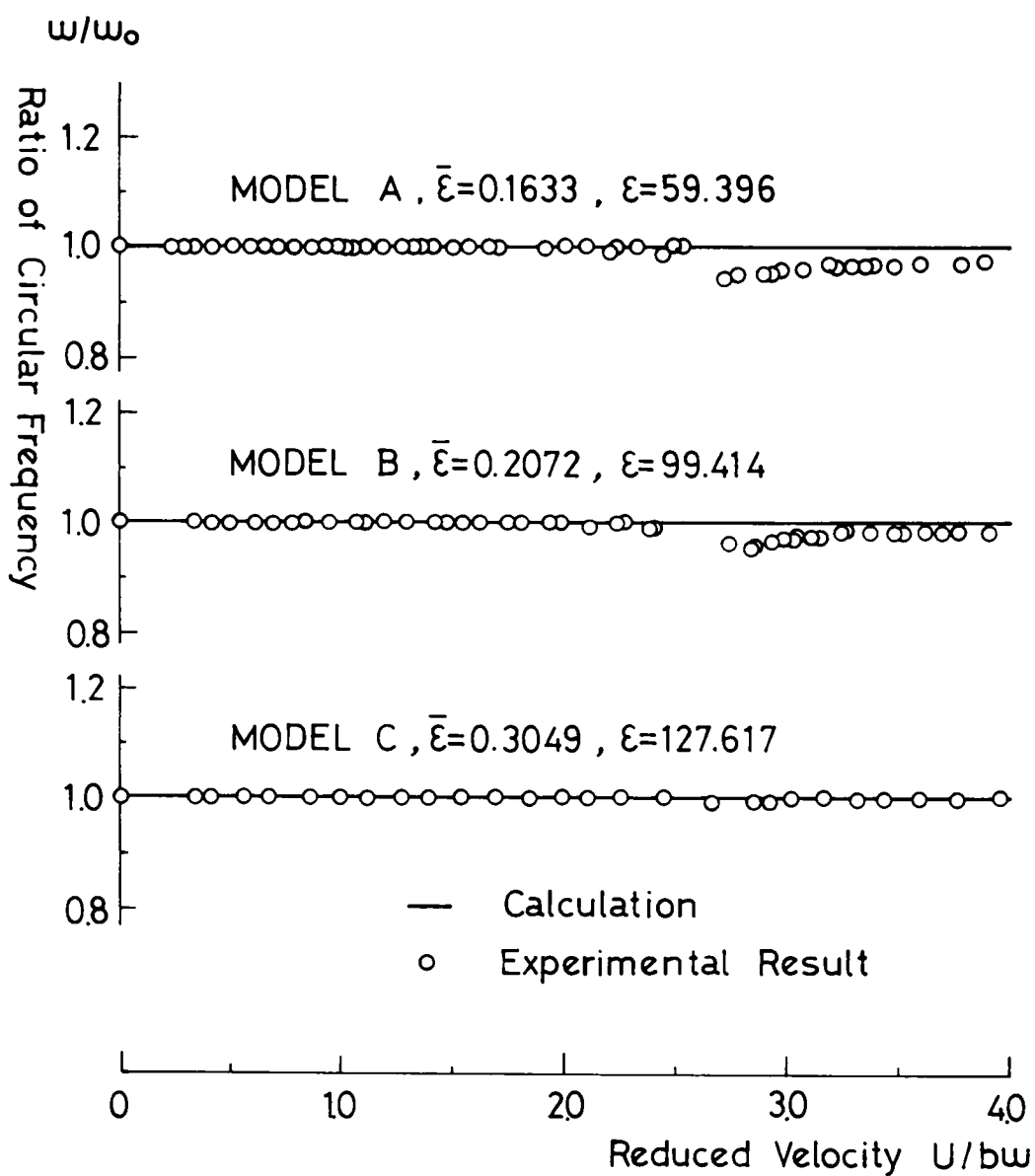


Fig. 7.1.1

## 7.2. 振動系の減衰変化特性

すでに第3章で述べたように、振動系 A, B および C について行なった実験の結果、これらの振動系の減衰比  $\zeta$  の値は、Table 3.4.2.1 に示したように、風速が風琴限界風速  $U_{AC}$  に達するまでの風速領域では、風速の増加に伴って大きくなっている。このような実験より得られる風速に対する振動系の減衰比  $\zeta$  の変化特性を、振動系 A, B および C に対してそれぞれ Fig. 7.2.1, Fig. 7.2.2 および Fig. 7.2.3 中において○印で示す。また、これらの図中において、実線で示される曲線は、式 (5.1.4) より求められる数値計算結果を表わす。これらの図が示すように、換算風速が 2.5 以下の風速領域においては、振動系 A, B および C の実験値に多少のばらつきがみられるが、式 (5.1.4) より計算される結果は、実験値の特性をかなり良く表わしているものと考えられる。しかし、換算風速が 2.5 以上の風速領域では、正方形断面振動系が風琴領域特有のビート状の応答を示し始めるため、実験より得られた減衰比  $\zeta$  の値は、急にばらつきが大きくなり、計算値より大きくはずれている。

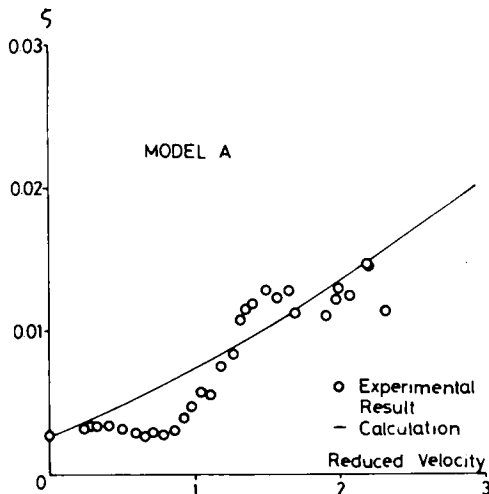


Fig. 7.2.1

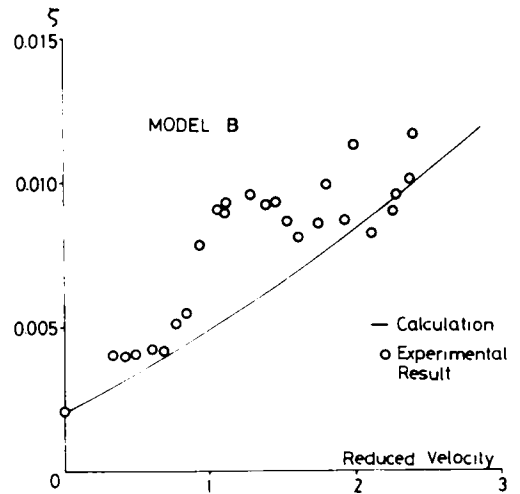


Fig. 7.2.2

なお、式(5.4.1)に示される振動系の減衰比 $\zeta$ を求める式は、断面背後に生ずる周期渦の発生振動数が風速増加に伴って線形的に増加する場合に定義されるものであり、風琴限界風速より大きな風速領域では振動系が同期状態となるため、式(5.1.4)より求められる振動系の減衰比 $\zeta$ は、もはや意味をなさないものと考えられる。すなわち、以上で述べた正方形断面振動系における風速の増加に伴う減衰の変化は、特に質量または減衰の小さな振動系の、風琴限界風速より小さな風速領域における動的特性と考えられる。

### 7.3. 風琴振動による最大振幅

すでに、5.3節の数値計算(IV)で述べたように、数値計算の結果、Fig. 5.3.5に示されるように、風琴振動による正方形断面振動系の示す最大振幅比 $(x_0/b)_{\max}$ は、振動系の質量パラメータ $\bar{m}$ が大きいたときには、ほとんど振動系の質量減衰パラメータ $\bar{e}$ の値によって変化する。このため振動系の質量パラメータ $\bar{m}$ を100の値として、風琴振動による振動系の最大振幅比 $(x_0/b)_{\max}$ と、C.Scrutonの用いた質量減衰パラメータ $(2m\delta/\rho D^2)$ ； $\delta$ ；対数減衰率、 $D$ ；正方形一辺の長さ、 $\rho$ ；空気密度、 $m$ ；単位長さ当りの振動系質量）との関係を式(5.2.1)より求め（本研究で用いる質量減衰パラメータ $\bar{e}$ と $2m\delta/\rho D^2$ の間には、 $2m\delta/\rho D^2 = 2\pi^2\bar{e}$ の関係が成立する。）、その計算結果と、G.V.Parkinson<sup>1)</sup>、C.Scruton<sup>2)</sup>および著者等の行なった実験値をFig.7.

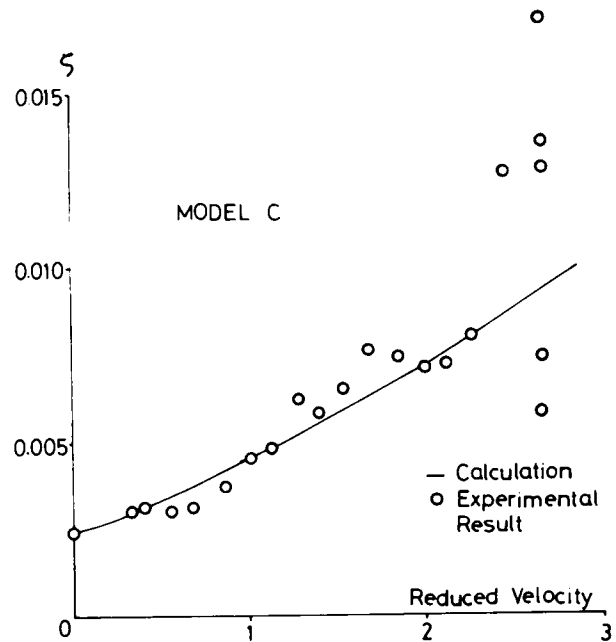


Fig. 7.2.3

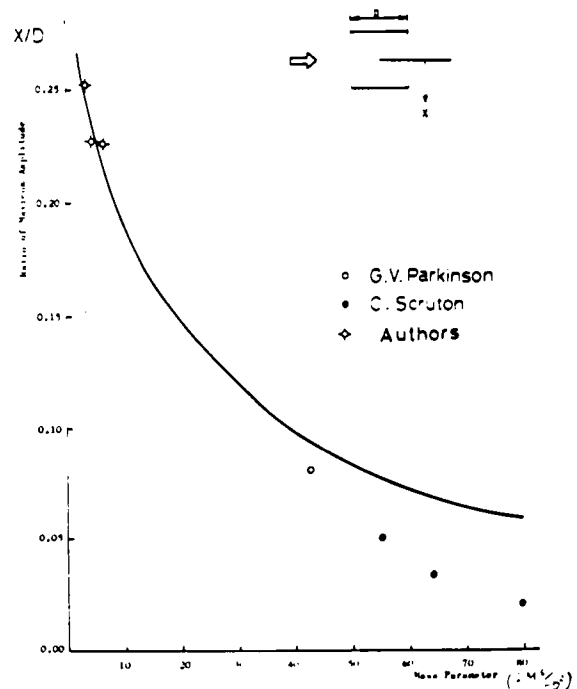


Fig. 7.3.1 周期渦による最大振幅—質量パラメータ図



3.1に示す。この図が示すように式(5.2.1)より求められる計算値は、著者等の行なった実験結果(図中○印)と比較的よく一致しているが、G.V.ParkinsonおよびC.Scrutonにより報告されている実験結果(図中○印および●印とは、多少の差がみられる。しかしながら、正方形断面振動系の質量減衰パラメータの変化に基づく振動系の風琴振動による最大振幅比の変化特性の傾向としては一応満足できるものと思われる。また、円柱断面を対象として、風琴振動による応答解析は、Silvio等により試みられているが<sup>3)</sup>、正方形断面については、著者の知る限りでは、理論的解析はなされていない。このようなことより、正方形断面を有する構造物や部材の質量および減衰を知ることによって、式(5.2.1)より、これらの構造物または部材の振動系における風琴振動に基づく最大振幅を、ある程度の精度でもって定量的に推定できるものと考えられる。

#### 7.4. 振動系の応答振幅

正方形断面振動系における風琴振動による応答振幅、同期現象による応答振幅および擬定常空気力理論より求められる応答振幅は、それぞれ式(5.2.1)、式(5.2.5)および式(6.2.7)～式(6.2.9)に示されている。これらの各式より、振動系A, B およびCの3種類に対する振幅比( $x_0/b$ )と換算風速 $V$ ( $=U/b\omega$ )の関係を求め、これらの数値計算結果と、第3章で述べた著者等の行なった実験より得られた結果をFig. 7.4.1(振動系A)、Fig. 7.4.2(振動系B)およびFig. 7.4.3(振動系C)に示す。

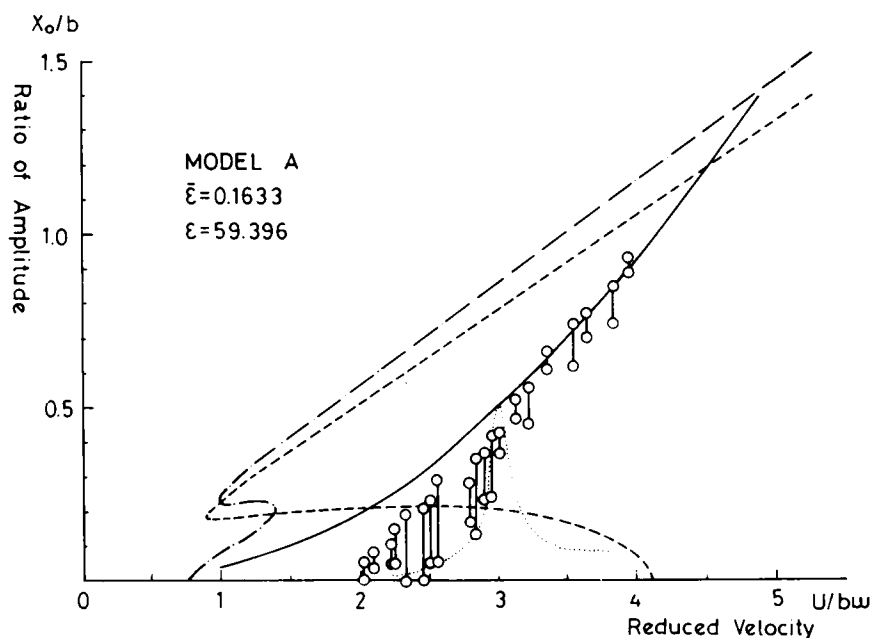


Fig. 7.4.1

これらの図中、○印は実験値を表わし、点線は式(5.2.1)より求められる風琴振動による振幅比( $x_0/b$ )の計算値を表わし、実線は、式(5.2.5)より求められる同期現象の場合の振幅比( $x_0/b$ )の計算値を表わす。また、破線および一点鎖線は、擬定常空気力理論より求められる振幅比( $x_0/b$ )の計算値であり、前者は、著者等の行なった静的実験より得られる、式(6.1.7)に示される空気力係数  $C_p$  を用いた(case 2.)の結果を示し、一方、後者は、G.V.Parkinson<sup>1)</sup>により報告されている、式(5.1.6)に示される空気力係数  $C_p$  を用いた場合(case 1.)の結果を示す。これらの図が示すように、正方形断面振動系の質量減衰パラメータ  $\bar{m}$  が小さい場合には、実験より得られる応答特性は、擬定常空気力理論より求められる結果と、大きく違っている。ところが、風琴限界換算風速  $V_{AC}$  (およそ 3.0) 以下の風速領域では、式(5.2.1)より計算される風琴振動による振幅比( $x_0/b$ )の結果(図中点線)と実験結果は比較的良好一致しており(振動系 A においては、多少の差異が認められるが)、さらに、風琴限界換算風速  $V_{AC}$  以上の風速領域では、式(5.2.5)により計算される同期状態における振幅比( $x_0/b$ )の結果(図中実線)と実験値は、かなり良く一致している。

一方、C.Scruton によって報告されている<sup>2)</sup>ように、正方形断面振動系の質量減衰パラメータが小さい場合には、風速の増加に伴って、振動系は、安定領域、風琴振動不安定領域、ギャロッピング振動不安定領域へと移行していく。しかしながら、ギャロッピング振動は、正方形断面が流体の中で振動することによって自ら不安定な振動系となるいわゆる自励振動であり、G.V.Parkinson によって発表されている擬定常空気力理論<sup>1)</sup>によって説明されるものとすれば、以上に述べた実験値と計算値の比較検討によって、質量減衰パラメータが小さい場合の、風速増加に伴う正方形断面振動系の示す動的応答特性は、つぎのようなパターンで特徴づけることができるものと考えられる。

- (i) 低風速領域(すなわち、風琴限界風速よりもはるかに小さな風速領域)では、振動系は応答を示さず安定領域となる。
- (ii) 風速が風琴限界に近づいたとき、風琴振動による応答が生じるようになる。(風琴振動による不安定領域)
- (iii) 風速が、風琴限界風速以上になれば、正方形断面背後に生ずる周期渦の発生振動数が振動系の振動数と同期するいわゆる同期状態となり、この同期現象により応答は、風速増加と共に増大する。(同期状態における振動に基づく不安定領域)
- (iv) 風速が更に大きくなれば、上記の同期現象は衰え、それに代って擬定常空気力理論により説明づけられるギャロッピング振動へと移行する。(同期状態における振動からギャロッピング振動へ移行する過渡的不安定領域)
- (v) さらに風速が大きくなれば、擬定常空気力理論により説明される応答特性に従って、振動系の振幅は、風速増加と共に、ほぼ直線的に増大する。(ギャロッピング振動による不安定領域)

以上に述べた、質量減衰パラメータの小さな正方形断面振動系の、風速増加に伴う応答特性の移行状態を簡単に図示すれば Fig. 7.4.4 のように表わせる。

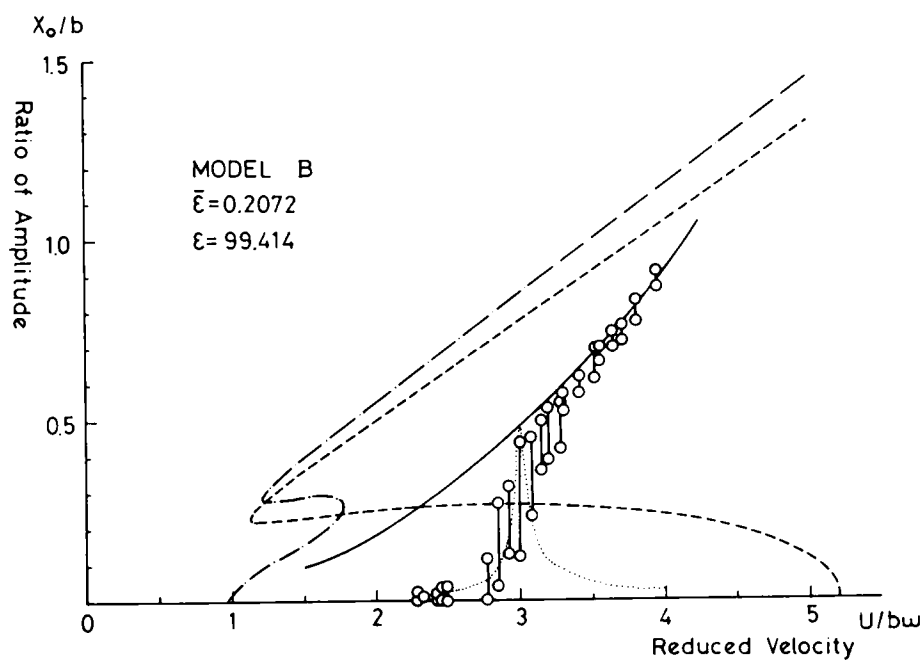


Fig. 7.4.2

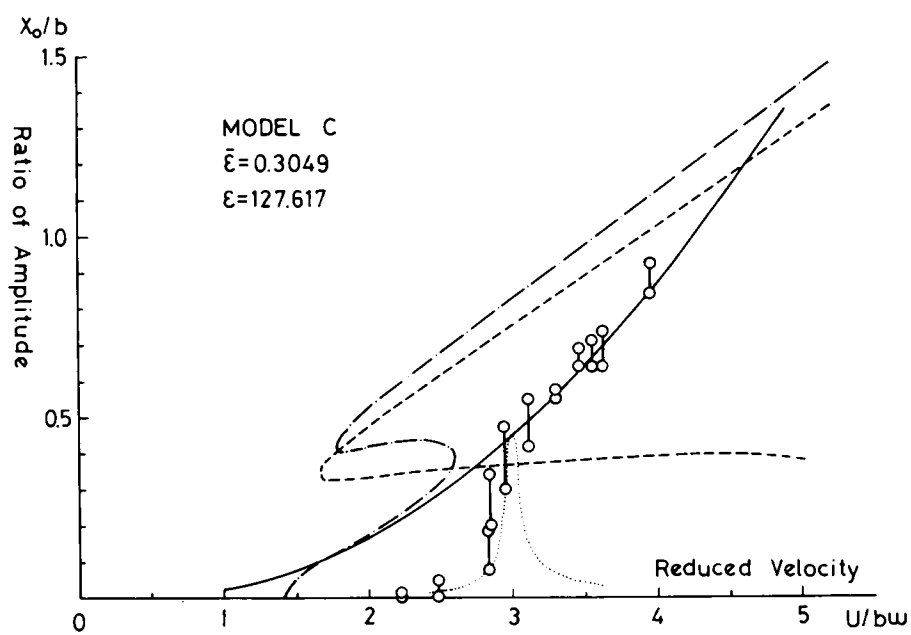


Fig. 7.4.3

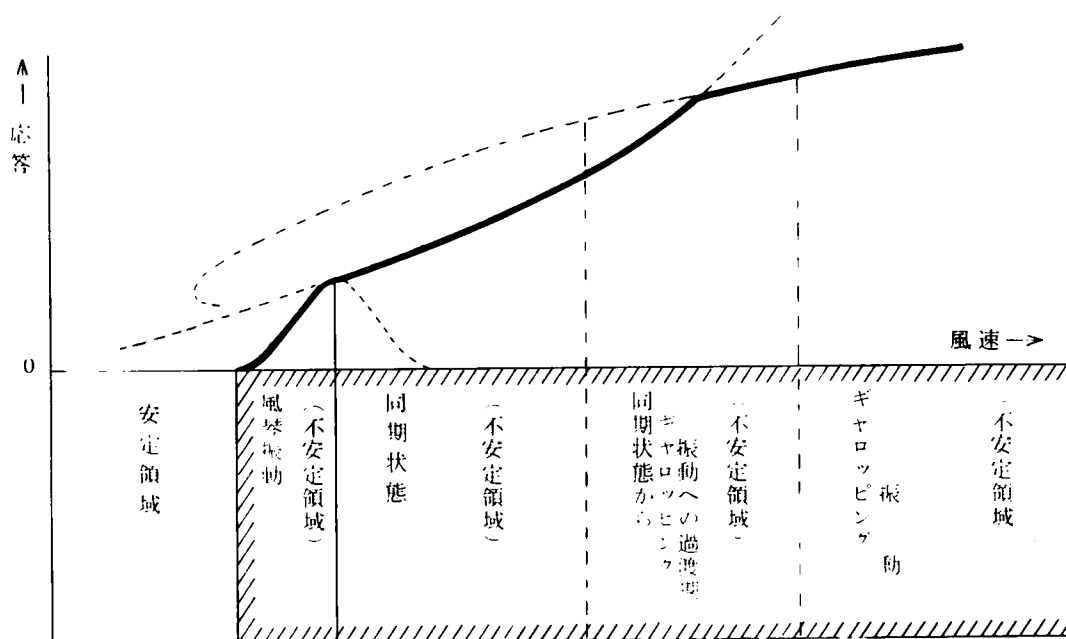
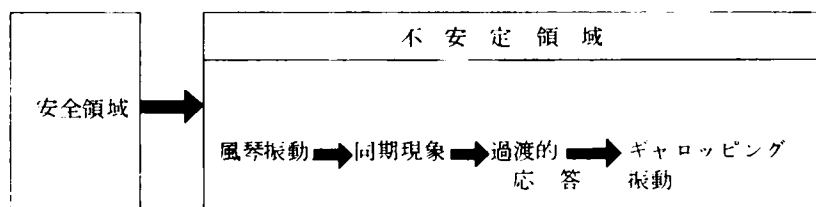


Fig. 7.4.4

なお、G.V. Parkinson は、乱れの強さ 6.7% (変動成分の 2 乗平均 平均風速) の乱された空気流の中に置れた断面  $1\text{ inch} \times 1\text{ inch}$  の正方形断面について行なった動的実験結果が報告されている<sup>4)</sup>。なお、そのときの振動系の質量パラメータおよび質量減衰パラメータの値は、それぞれ、765.6 および 1.814 であり、著者等の行なった振動系に比べて、かなり大きな値を示している。この実験値および擬定常空気理論 (G.V. Parkinson の報告による) より求める結果と、式 (5.2.1) および式 (5.2.5) より求められる風琴振動ならびに、同期現象による振幅比 ( $x_0/b$ ) の数値計算結果を Fig. 7.4.5 に示す。図中、点線は、風琴振動による振幅比  $x_0/b$  を表わし、一点鎖線は、同期現象による振幅比 ( $x_0/b$ ) を表わす。この図に示されたように、低風速における応答は、明らかに擬定常空気力理論より求められる応答特性とは異っており、この場合も、前述のような、風速増加に伴う振動系の動的挙動の変化、すなわちつぎに示されるブロック図；



のような特性を示しているものと考えられる。

なお、Fig. 7.4.5 中、下方に示される図は、C. Scruton により報告されている<sup>2)</sup>一様流中の正方形断面の質量減衰パラメータと、振動系の安定不安定限界を与える限界風速図から求められる、質量減衰パ

ラメータ  $\bar{e}$  の値が 765.6 に対応する場合の風速変化による振動系の安定・不安定状態を示すものである。この図と、G. V. Parkinson の実験値より考えられる振動系の安定・不安定状態の間には、つぎのような点で本質的にその特性は違っている。すなわち、C. Scruton の結果によれば換算風速  $V$  の値がおよそ 3.5 ~ 7.0 の風速領域では、振動系は応答を示すことなく、安定な領域となっているのに対して、G. V. Parkinson の結果では、この風速領域においても、かなりの応答が生じており不安定領域となっている。このような応答特性に大きな差異がみられる原因としては、つぎの3項目が考えられる。

(i) C. Scruton の結果は、一様流での結果であるのに対して、G. V. Parkinson の結果は乱れた空気流（乱れの強さ 6.7%）に対するものである。

(ii) 空気流が乱れ成分を含んでいる場合には、定常一様空気流中に比べて同期現象が生じ易くなると推定される。

(iii) 両者の結果は、それぞれ違った振動系から得られたものであり、振動系の振動数および風速そのものの値が違っていると考えられ、そのため、同期現象の生ずる風速領域にかなりの差があるものと思われる。

以上の結果より言えることは、前にも述べたように、風速や振動系の振動数をさまざまに変化させると同時に、乱れの強さを変化させることにより、同期現象の風速領域を定量的にかつ正確に調べることは、正方形断面振動系、特に質量や減衰の小さな振動系の動的安定問題を論ずる上で極めて重要な問題点であり、今後この方面の研究の発展を期待するものである。

## 参 考 文 献

- 1) Parkinson, G. V. & Brooks, N. P. H., "On the Aereolastic Instability of Bluff Cylinders", Transactions, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 83, 1961.
- 2) Scruton, C., "On the Wind-Excited Oscillation of Stacks, Towers and Masts", Int. Conf. Wind

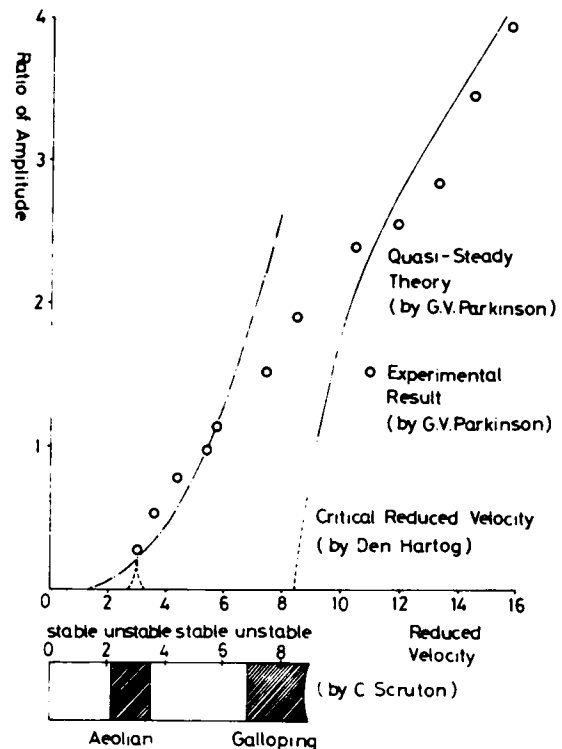


Fig. 7.4.5

Effects on Buildings and Structures, NPL, June, 1963.

- 3) Di Silvio, G., "Self-controlled Vibration of Cylinder in Fluid Stream", Journal of Engineering Mechanics Division, Proc. of ASCE., EM2, April, 1969.
- 4) Lanerrille, A. & Parkinson, G.V., "Effects of Turbulence on Galloping of Bluff Cylinders", Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo, Sept., 1971.

## 第 8 章 結 語

本編では、土木構造物における部材断面によく用いられる正方形断面について、二次元一様空気中流の空気力学特性を明らかにするため、実験的および理論的な考察を加えた。

まず、静的実験によって、静的揚力係数および静的抗力係数が迎え角と共にどのように変化するかを明らかにした。その結果、揚力係数については、迎え角  $0^\circ$  付近で典型的な負勾配 ( $dc_L/d\alpha < 0$ ) を確認すると共に、抗力係数については、従来より報告されている値より小さな値を得た。またこれらの空気力係数がいずれも迎え角が  $13^\circ$  付近で急変しており、断面回りの流れに急激な変化があるものと考えられるが、この課題については今後の研究に待ちたい。

続いて、動の実験によって、振動系の質量および減衰の小さな場合の動的挙動を明らかにした。その結果、振動系の振動数は、Scruton により報告されているように、風速変化にかかわらずほとんど変化しないが、風琴限界風速の近傍でやや小さくなることが確認され、また、風琴限界風速以下の低風速領域において風速増加に伴って振動系の減衰が増大する現象が生じた。この現象は、円柱断面および長方形断面についてはすでに報告されており、興味ある現象と云えよう。さらに、振動特性としては、風速が風琴限界風速よりやや小さいところで応答が生じ始め、その後、風速増加と共にその振幅は増大した。この特性は、Scruton によって指摘されている質量減衰パラメータの小さな正方形断面特有の不安定現象と考えられる。なお、風琴限界風速付近では、振動波形は顕著なビート状を示したが、その原因については今後の課題として本研究では検討を加えることができなかった。また、振動状態にある正方形断面に作用する空気力が静止時の場合に比べてどのような差異があるかを明らかにするため動的揚力係数および動的抗力係数を求めた。その結果、抗力については、静止時よりやや大きな抗力が作用することが確認されると同時に、Keulegan, Carpenter によって報告されている円柱および垂直平板と比較することにより、正方形断面は、これらのほぼ中間的な特性を示しているものと判断される。

ところで、振動状態の正方形断面に作用する非定常揚力を理論的に求めるためには、断面回りの流れの様子を正確に知ることが必要である。一般に断面回りの流れの様子は従来より Navier-Stokes 方程式を差分化して数値計算することにより調べられている例もある。(著者も、レイノルズ 40 の場合について収束値を得た。)しかしながら本研究で対象としている高レイノルズ数においては断面背後にカルマン渦が発生すると共に、さらに断面が振動状態にある場合には、Navier-Stokes 方程式より直接求めることは現段階では不可能である。そのため、本研究では正方形断面およびその回りの流体系を単純な流体モデルに置き換え、Karman の薄平板に対する理論を応用することによって正方形断面に作用する擬定常揚力を誘導した。この揚力を用いて、振動系の動的挙動特性すなわち振動系の振動数、減衰の変化特性および風琴振動による応答特性が、質量減衰パラメータによってどのように変化するかを数値計算により明らかにすると共に、断面背後に生ずる周期渦の発生振動数が、振動系の振動数と同期する場合の強制同期振動現象についても同様の解析を行なった。

更に、Parkinson 等によって報告されている擬定常空気力理論において、静的空気力係数として、Parkinson の結果および本研究での結果を用いて得られるギャロッピング振動現象における応答特性が、振動系の質量減衰パラメータにより、それぞれどのように変化するかをも併せて調べた。

本編で誘導された非定常揚力を用いることにより、実験より得られた質量減衰パラメータの小さな場合の振動系の振動数および減衰の変化特性がよく説明されると共に、風速増加に伴う正方形断面振動系の不安定現象は、風琴振動、同期振動（本研究における実験の場合）、あるいは、風琴振動、同期振動、過渡振動、ギャロッピング振動（Parkinson による結果の場合）へと順次移行しているものと考えればよく説明することができる。

最後に、本編の結論としては、風琴振動現象による応答特性がある程度定量化できたこと、また、質量減衰パラメータの小さな場合の正方形断面振動系の風速増加に伴う不安定現象は、順次、風琴振動、同期振動、過渡振動、ギャロッピング振動へと移行する現象と考えられることの2点が挙げられる。なお、同期現象の起り得る風速領域は、風速、振動系の振動数、風洞断面と断面寸法比、流れに含まれる乱れ等によって大きく影響を受けるものと考えられるが、この点に関しては、極めて重要な課題として今後の研究に待ちたい。



## 第2編 南港連絡橋の耐風安定性に対する評価

### 第1章 長大トラス橋の耐風性

最近の橋梁の長大化の傾向に伴って、その耐風性状を調べることは、極めて重要な要素となっている。一般に長大橋梁の形式としては、

(i)吊橋 (ii)斜張橋 (iii)トラス橋 (iv)プレートガーダー橋(又はボックスガーダー橋)

などが代表として表わすことができよう。ここでは、南港連絡橋のゲルバートラス形式が、上記の吊橋や斜張橋形式の橋梁に比べて、その耐風性状がどのように違うかを述べると共に、長大トラス橋の耐風性状に関して報告されている従来の研究を簡単に紹介する。

#### 1.1 吊橋・斜張橋との違い

産業経済の発展に伴って、交通輸送量が増加し、かつ時間短縮の目的で、世界各国において、港湾や、河川に長大スパンの橋梁が建設されるようになって久しい。橋梁構造が長大化になるにつれ部材材料の軽減や、船舶航路の空間確保を目的として、長大吊橋が脚光をあびている。しかしながら、経済性を重んずるがため、吊橋の剛性は次第に減少し、世界各国でいくつかの吊橋が、強風時に落橋した。(1940年に、わずか風速19 m/secでタコマ橋が落橋した例は、典型的なものである。)これらの教訓を機会に、吊橋の耐風安全性に関する研究が行われるようになった。<sup>1), 2), 3), 4)</sup>いくつかの風洞実験の結果、耐風安定性上有利な断面形状としては、新タコマ橋のように補剛桁をトラス式にすると共に、さらに、床板に橋軸平行方向にいくつかの隙間(スロット)をもつ断面や、セバン橋のように、流線型の箱型ガーダー断面などがあげられよう。一方、斜張橋については、その歴史は、吊橋に比べて浅く、新しい橋梁形式として注目されると共に、最近、世界各国でいくつかの建設例をみることができる。我国においても尾道大橋や豊里大橋がこの形式の橋梁であることは、周知のとおりである。しかしながらこの斜張橋もスパンが長大化すれば、上記の吊橋と同じく、剛性(たわみならびにねじれ)は減少し、耐風上、動的に不安定となることは、いくつかの風洞実験結果より明らかである。

以上述べたように、長大スパンの吊橋や斜張橋の耐風性状を調べるためには、その動的特性が最も重要な問題点であり、各種の風速のもとで、どのような応答を示すかを知ることは不可欠のことである。しかしながら現段階においては、各種断面形状についての動的特性を示すような理論はできておらず、その都度、模型を用いて風洞実験を行って調べているのが現状である。

一方、長大トラス橋の場合には、吊橋や斜張橋に比べて、たわみ剛性やねじれ剛性は、極めて大きく、また質量、質量慣性も大きいと動的には、かなり安全度が高いものと考えられる。しかしながらその反面、吊橋や斜張橋に比べて、部材断面が大きくなると共に部材数も多くなるため、受風面積は、極めて大きくなる。そのため、空気流より受ける流体力すなわち静的空気力は、吊橋、

斜張橋等に比べてはるかに大きいものと考えられ、長大トラス橋の場合の耐風特性を調べるには、動的にどのような挙動を示すかという問題より、静的にどのような大きさの空気力を受けるかという問題点の方がより重要となろう。

以上の各事項をまとめて表にすれば右のようになる。

なお、上表において、多少、大小、難易は、絶対的なものでなく相対的なものであり、これらの比較は、あくまで一般的なものであり、勿論、例外もあるものと考えられる。

長大トラス橋と吊橋・斜張橋の耐風性上の比較

項 目	長大トラス橋	吊橋・斜張橋
部 材 数	多	少
部 材 寸 法	大	小
剛 性	大	小
振動の起り易さ	難	易
安全性のチェック	静的空気力	動的応答特性

## 1. 2 長大トラス橋の耐風性に関する従来の研究<sup>5)</sup>

長大トラス橋の耐風性に関する研究としては、その動的挙動に關しての報告は、極めて少なく、大部分が静的空気力、特に抗力に注目した研究である。ここでは、1962年に発表されている American Society of Civil Engineers による Wind Forces on Structures (Final Report of the Task Committee on Wind Forces of the Committee on Loads and Stresses of the Structural Division) 中に報告されている J. M. Biggs や W. W. Pagon の研究を以下に紹介する。

上記の報告書の中で、J. M. Biggs らは、トラス橋に作用する抗力について次に列記するようないくつかの性状を述べている。

1. aspect ratio の影響としては、トラス橋全体よりむしろ、各部材独自の aspect ratio の方が重要である。
2. 一般的に、トラス橋の各部材は、鋭い角部を有するため、他の橋梁形式に比べて Reynolds 数の影響は小さい。
3. 充実率（実質面積と外形面積の比）は大きな影響をおよぼす。
4. 上流トラスにもとずく流れの攪乱による下流トラスに作用する抗力の変化特性は重要な要素である。
5. 2面トラス間距離は、トラス橋全体に作用する抗力の重要なパラメータである。
6. 水平迎え角（angle of yaw）および迎え角（angle of attack）が0°のとき、上流トラス部材は下流トラス部材を遮蔽するが、これらの迎え角がある程度の角度をもてば、この遮蔽効果は小さくなる。すなわち上流トラスの下流トラスに対する遮蔽効果は充実率と密接な関係がある。
7. トラス橋の場合は、他のプレートガーダー橋等と違って、それに作用する静的空気力は、床板の形式よりむしろ、各部材の断面寸法に支配される。

以上は、全般的な性質であるが、更に、トラス面が1面の場合と、2面の場合について、充実率や、ト

ラス高さとトラス2面間の距離の比が抗力係数にどのような影響を及ぼすかをある程度、定量的に報告されており、これらの内容を以下に紹介する。

#### (1) 1面トラスの場合

1面トラスに作用する抗力は、トラスの充実率と密接な関係があり

- (i) 充実率  $\phi$  が 0.15 以下のときは、抗力係数は、2.0 に近づく。（ただし対象面積として実質面積をとった場合）このようなとき、各部材は、細くかつ長い場合である。更に、トラス各部材断面が正方形に近いときには、フラットプレートの抗力係数とほぼ同じオーダーの値を示す。
- (ii) 充実率  $\phi$  が 0.9 以上のときには、抗力係数は、同じ aspect ratio の solid plate の値に近づく。
- (iii) 充実率  $\phi$  が 0.15 ～ 0.9 のときには、各部材の有効 aspect ratio が不明確であり、かつガゼット・プレートに作用する抗力も効果的になるため、上記の(i), (ii)の2つの場合のようにトラス橋全体に作用する抗力を簡単に算出することはできない。

普通一般のトラス橋の場合には、その充実率  $\phi$  の程度から考えて、抗力係数は、1.6 ～ 1.7 の値を示すが、各部材の組み合わせ方には、実際上余り影響されない。W. W. Pagon は、充実率  $\phi$  が 0.6 までのトラス橋については、近似的に、実質面積に基づく抗力係数は、1.8 であることを提案すると共に、更に、トラス面空間を通る流れの収縮に基づく実際の充実率より大きな有効充実率による改良された抗力算定法をも併せて提案している。

#### (2) 2面トラスの場合

トラス面が2面ある場合には、それらの間の距離が重要な要素となる。すなわち、この距離が非常に小さいときには、1面トラスの2倍の値の抗力が作用するものと考えられる。いま、Fig. 1 に示すように、横軸に上記の距離とトラス高さの比 ( $s/h$ ) を、更に、充実率  $\phi$  をパラメータとして結果が報告されている。

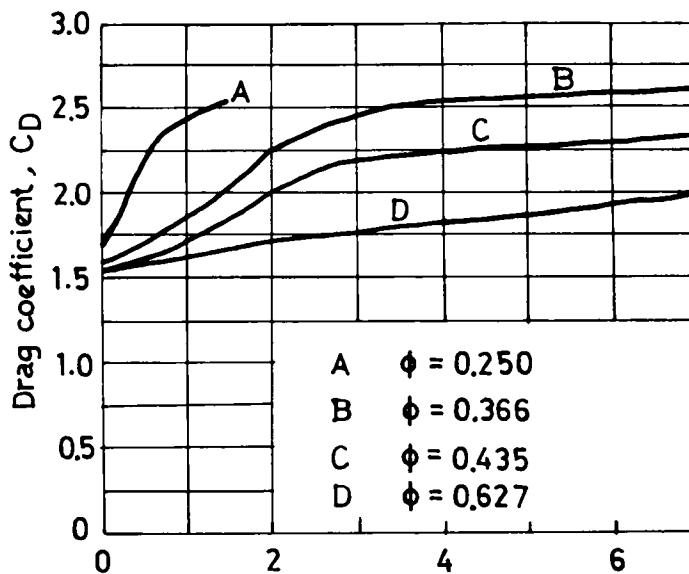


Fig. 1 Ratio of spacing to depth,  $s/h$

このように、上流トラスによる流れの攪乱と下流トラスまでの距離は、抗力係数に大きな影響を与えている。また  $s/h$  が小さいときには、上流トラスの遮蔽効果すなわち、充実率  $\phi$  の影響は小さくなっている。ところで、一般のトラス橋においては、充実率  $\phi$  は、0.4 以下であり、また 2 面トラス間距離はトラス高さの 2 倍以下である。このようないくつかの事項を参考にして、W. W. Pagon は、2 面トラスに作用する抗力係数を近似的に次式で表わし得るものと提案している。

$$C_D = \sqrt{1.7/\phi} + \log s/h$$

但し、上式において、

$C_D$  ; 抗力係数,  $\phi$  ; 充実率

$S$  ; 2 面トラス間距離,  $h$  ; トラス高さ

以上述べられている結果は、橋軸と風方向が直角（すなわち水平迎え角が  $0^\circ$ ）の場合である。そのため、更に、上流トラスの遮蔽効果に大きな影響をもたらすものと考えられる水平迎え角の効果については Fig. 2 に示すように、充実率  $\phi$  が 0.25 のワレントラス橋の場合の抗力係数は水平迎え角と共に大きく変化している。この図から知られるように、 $s/h$  が 0.27 と、0.22 の場合とでは、抗力係数は、およそ 40 % の違いがあるのに対して、水平迎え角が  $0^\circ$  と  $20^\circ$  での抗力係数はおよそ 15 % の違いがあり、 $s/h$  の影響がかなり大きく効いていると共に、水平迎え角が  $20^\circ$  付近で抗力が最大となっている。

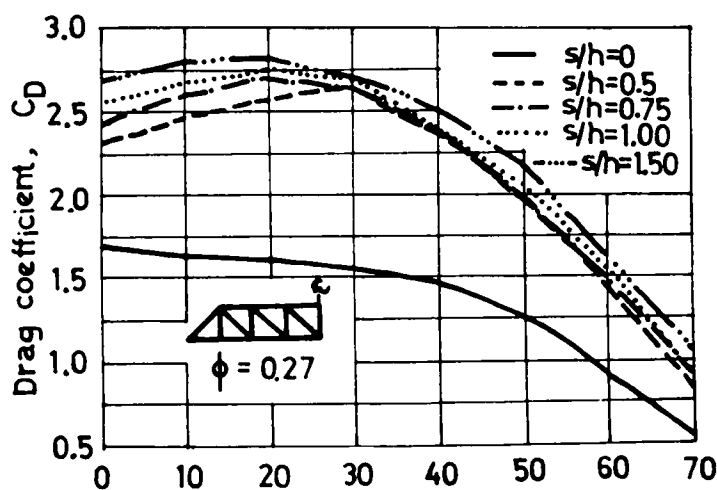


Fig. 1 Angle of yaw, in degrees

## 参 考 文 献

- 1) Scanlan, R.H. & Ali Sabzevari ; "Suspension Bridge Flutter Revisited", ASCE, Structural Engineering Conference, Seattle, Washington, May, 1967
- 2) 伊藤, 田中( 宏) ; "風の渦による橋げたの振動", 構造物の耐風性に関する第1回シンポジウム論文集(1970), pp. 213~220
- 3) 釜口, 坂田, 西谷 ; "An Investigation of Aeroelastic Instability of Suspension Bridges", Paper No.11, Sym. on Suspension Bridges, Lisbon, Nov., 1966
- 4) 白石成人 ; "耐風設計法の問題点", 土木学会関西支部昭和 45 年度講習会テキスト, 構造物設計法の最近の進歩と問題点, 1969
- 5) A. S. C. E. ; "Wind Forces on Structures", Trans. ASCE, Vol.126, Part II, 1961, pp.1124

## 第 2 章 南港連絡橋の耐風性に関する問題

現在、大阪湾南港に建設中の南港連絡橋は、総スパン長 980 m、幅員 19.25m のゲルバートラス形式の橋梁であり、現存するゲルバートラス形式の橋梁としては、ケベック橋、フォース鉄道橋に次いで世界第 3 位の長大橋梁である。そのため、架設時ならびに完成時には、耐風上のさまざまな問題点がある。本章においては、南港連絡橋の問題点をいくつか指摘すると共に、続いてこれらの問題点の内容を説明する。

### 2. 1 南港連絡橋の耐風上の問題点の提起

南港連絡橋は、前述のように長大ゲルバートラス形式の橋梁であり、かつそれらの各部材が箱型断面になっているため、その耐風上の安全性を吟味するために必要な問題点をあげてみれば、次のようになる。

- (i) 強風時に受ける静的空気力
- (ii) 静的空気力と水平迎え角の関係
- (iii) 静的空気力と充実率の関係
- (iv) 上流および下流の 2 つのトラス面の受け持つ抗力の分担率
- (v) 建設地点における風速の鉛直分布と乱れの強さの鉛直分布
- (vi) 静的空気力と迎え角の関係
- (vii) 南港連絡橋全体の動的安定性
- (viii) 各部材の動的特性
- (ix) 建設地点での自然風の空間的特性

### 2. 2 強風時に受ける静的空気力

南港連絡橋は、総スパン長 980 m という長径間に加えて、部材数も、上下弦材、鉛直材、斜材、横材、対傾構と、非常に多く、また、それぞれの断面寸法も大きいため、強風時にはかなり大きな静的空気力を受けるものと考えられる。ところが、長大トラス橋に作用する空気力についての従来の研究では、ほとんどの場合が抗力主体になっており、その他の空気力については余り触れられていない。従って、南港連絡橋の場合も、果して抗力だけが他の空気力に比べて絶対的に大きいものかどうかといった疑問が残っている。更に、南港連絡橋の断面がかなり複雑なため従来からの実験結果や理論的な試みによってこれらの疑問点を明確にすることは極めて難しく、そのため模型を用いて、風洞内で南港連絡橋の各空気力係数を調べることは、設計上不可欠な要素である。更に架設中では、その支持状態は、完成時に比べて十分でないため、架設中の南港連絡橋に作用する静的空気力を予め知ることも併せて重要な問題点である。

### 2. 3 南港連絡橋に作用する静的空気力と水平迎え角の関係

長大トラス橋に作用する静的空気力のうち、抗力については、すでに述べたように、Biggs 等により、水平迎え角がおよそ  $20^\circ$  付近で最大となることが報告されている。<sup>1)</sup> この結果から、当然、南港連絡橋に作用する静的空気力も、水平迎え角によって変化することが予想される。従って、各静的空気力（例えば抗力、横力、揚力、モーメント等）が、どのような水平迎え角のときに最大となるのかを明確にすると共に、その最大の空気力の値を知ること、非常に重要な問題点である。

## 2. 4 南港連絡橋に作用する静的空気力と充実率

長大トラス橋に作用する抗力と充実率の間には、密接な関係があることは、すでに述べたように Biggs 等により報告されている。<sup>1)</sup> しかしながら、彼等の研究では、水平迎え角が  $0^\circ$  のときの充実率の変化に伴う抗力の変化についてのみ検討を加えており、充実率自身が水平迎え角とどのように変化し、それが抗力にどの程度の影響を及ぼしているのかということには触れていない。従って、南港連絡橋に作用する抗力の水平迎え角に対する変化特性は、従来の研究からすれば、一応充実率の変化特性によって推定できるものと考えられ、このため充実率の水平迎え角に対する変化特性を知ること重要な要素と考えられる。

## 2. 5 上流および下流の 2 つのトラス面の受け持つ抗力の分担率

南港連絡橋に作用する全抗力は、その大部分が上流トラスと下流トラスに作用する抗力の和として考えられる。そこで、これらの 2 面トラスの受け持つ抗力の分担率がどの程度であるのか、また、その分担率が水平迎え角と共にどのように変化するのか、ということ調べることによって、横構や対傾構に加わる力が引張力となるのか、あるいは逆に圧縮力になるのかを知ることができる。そのため南港連絡橋に作用する抗力の分担率を知ること重要な問題点である。

## 2. 6 建設地点における風速および乱れの強さの鉛直分布

現実の風（自然風）では、その風速は、高さ方向に一定ではなく地表や海面付近では、各種の障害物のため風速欠損が著しく、上空に行くに従って、その欠損量も少なくなる。すなわち、自然風の風速は地表の状態に依存しながら鉛直にある分布をしている。一般にその鉛直分布は、べき法則に従っていることが数多くの気象観測データより明らかにされており、地表（または、海面上）より高さ  $z$  における風速を  $U(z)$  とするとき、

$$U(z) = U_0 (z/\delta)^\alpha$$

と表わせる。ここで  $U_0$  は平均風速を表わし、 $\delta$  は境界層厚さを表わすものとする。上式のべき指数  $\alpha$  の値は、測定地点の状態により変化し、次のように報告されている。<sup>2)</sup>

平坦な地形の草原、海岸地方	$1/10 \sim 1/7$
田園地方	$1/6 \sim 1/4$
森林、市街地	$1/4 \sim 1/2$

海上風についての観測データは極めて少なく、明石海峡付近でパイパールによる 2 点観測を行った資料

によると、この指数  $\alpha$  の値は  $1/10 \sim 1/8$  となっている。

一方、乱れの強さ（変動成分 / 平均風速）の鉛直分布については、平均風速が増し、地表の粗度が増すに従って増加する。これまでの実測は主として平均流方向の成分  $\sqrt{\bar{u}^2}$  について多くなされており乱れの強さ（ $\sqrt{\bar{u}^2} / \bar{U}$ ）は、

東京タワーにおける観測	8 ~ 21 %
都市郊外	17 ~ 25 %
台風時の海上	9.6 ~ 12.5 %

となっている。

これらの乱れの強さが高さ方向とどのように変化しているかその様子を Fig. 2.1 に示す。

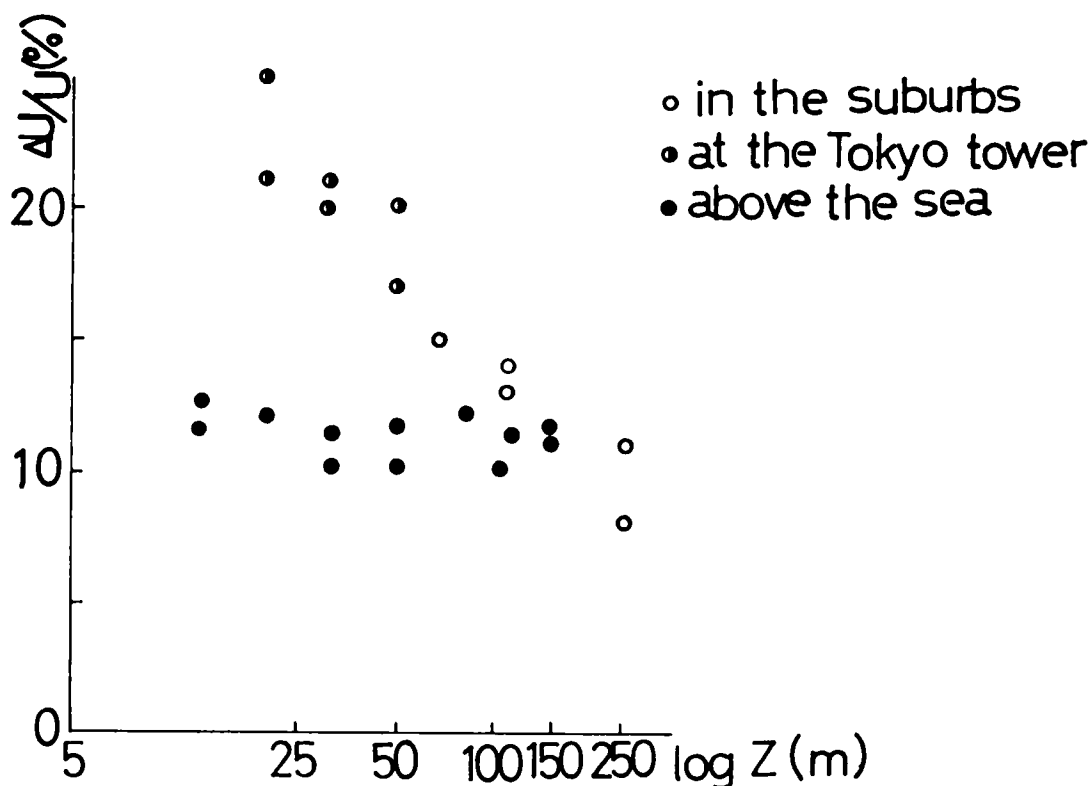


Fig. 2.1 Intensity of Turbulence in Meteorological Observation

さて、南港連絡橋の上弦材は最も高い所で海面上およそ 80 m あり、そのため、各種の部材は、高さによって、風速および乱れの強さの異った風的作用を受けることになる。従って、南港連絡橋がせん断流れを受けた時に生ずる静的空気力を調べるのが、現実の状態に則しており極めて重要な研究課題である。

## 2.7 南港連絡橋に作用する静的空気力と迎え角の関係

自然風は、常に床板平面内の方向（すなわち迎え角が  $0^\circ$  の状態）から作用するものとは限らず、海面



上からの吹き上げや、また逆に上空からの吹き下げの場合もある。従って、南港連絡橋に作用する静的空気力を調べる時、上記の水平迎え角、充実率、風速や乱れの強さの鉛直分布等の各要素の他に、迎え角（angle of attack）によってどのように変化するかを知ることも併せて重要な問題点である。また迎え角が $0^\circ$ 付近での揚力係数の勾配が正であるか否かを調べることは、後に述べる動的安定性の検討にも大いに関係があり、この問題も重要であろう。

## 2. 8 南港連絡橋の動的安定性

第2章で述べたように、一般的に、トラス橋の場合には、剛性、質量、質量慣性モーメントは、吊橋や斜張橋に比べて大きく、そのため、吊橋や斜張橋に比べて一応より安全であると考えられる。しかしながら南港連絡橋は、総スパン長980mの長大トラス橋でありかつ二重床板形式になっているため、その動的挙動はどのようなものであり、もしも不安定現象が起り得るのならばどのような振動現象になるのかを定量的に把握することも必要な問題点であろう。

## 2. 9 南港連絡橋の各部材の動的特性

南港連絡橋の部材断面の多くは、正方形断面に近いため、正方形断面特有の動的不安定現象についての考察を加えることが必要となる。一般に正方形断面特有の動的不安定現象としては、第1編で述べたように

(I) 断面背後のカルマン渦による風琴振動

(II) ギャロッピング振動<sup>3), 4), 5)</sup>

の2つの振動が挙げられる。

(I)の風琴振動は、部材の振動数と部材断面背後のカルマン渦の発生周波数と一致したときに生じる。

一方(II)のギャロッピング振動は、den Hartogの条件で与えられる風速に始まる破壊的な振動現象であるが、その限界風速は、C. Scrutonの報告によれば、正方形断面の質量と、減衰比と断面寸法および空気密度で表わされるパラメータと共に線型的に変化する。<sup>3)</sup>

このような正方形断面特有の不安定現象が南港連絡橋の各部材に起り得るものかどうか、また、仮に起ったときどの程度の振幅を有する振動であるのかを調べることも併せて、重要な研究課題である。

## 2. 1 0 建設地点での自然風の空間的な特性

南港連絡橋の建設地点における自然風が、空間的にどのような特性を有しているかを知ることも重要な要素である。すなわち、極端な例で言えば、南港連絡橋のあるたわみ振動モード（例えば対称1次や逆対称2次）に丁度一致するようなスパン方向に大きさの変化する揚力が生じるような風の作用を、丁度その振動モードの振動数に一致する周期で受けたときには、当然そのモードのたわみ振動は容易に起るものと考えられる。実際問題としては、このような極端な例はまず考えられないし、万が一にもあったにせよごく短い時間あるいは瞬間的であろうから、動的安全性に支障をきたすことはあり得ないであろう。しかしながら、自然風は、空間的に一様ではなく、空間的に風速の異った風が刻々風速を変化させながら、南港連絡橋の各点に作用するために、更に、風速の空間的な相関をも加味して南港連絡橋全体の動的安定性を

吟味しなければならない。従って、南港連絡橋の建設地点におけるいくつかの地点の長期にわたる同時気象観測データが必要となるが、現段階では、これらの詳しい気象観測データは得られておらず、この問題点については、今後の観測および研究に待ちたい。

#### 参 考 文 献

- 1) A. S. C. E. ; "Wind Forces on Structures", Trans. ASCE, Vol.126, Part II, 1961, pp.1124
- 2) 本州四国連絡橋耐風設計指針解説(1967), 土木学会
- 3) Scruton, C ; "On the Wind-Excited Oscillations of Stacks, Towers and Masts", National Phy. Lab., June, 1963
- 4) Parkinson, G. V & Smith, S. D., : "On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders", Jnl. Applied Mechanics, Trans. ASME., 1961. pp. 252~258
- 5) Novak, M., "Aeroelastic Galloping of Prismatic Bodies", Jnl. Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE. Feb., 1969

## 第 3 章 静 的 実 験

### 3. 1 実験装置および測定器具

本研究において、静的実験に用いた実験装置ならびに測定器具を以下に簡単に述べる。

#### 1. 風 洞

京都大学工学部土木工学教室に設置されたエッフェル型風洞を使用した。風速  $0 \sim 25 \text{ m/sec}$  の範囲で連続的にコントロールすることが可能であり、二次元一様流を発生することができる。測定断面 (working section) は高さ  $1.5 \text{ m}$ 、幅  $2.5 \text{ m}$  で長さは約  $8 \text{ m}$  に渡って測定可能となっている。また内壁は  $3\%$  で断面を拡大し、境界層の発達を防いでいる。

#### 2. 風速測定

##### (i) ピトー管およびマノメータ

主として、一様風速や平均風速を測定するために使用した。原理は、動圧と静圧との差圧をピトー管で得、それをマノメータ (ベッツ型, 理化精機工業 K.K.) で読みとる。

##### (ii) 多点ピトー管およびマノメータ

主として、せん断流れにおける風洞内床面上の風速の鉛直分布を調べるために測定点 6 個 (床面上より  $0.5 \text{ cm}$ ,  $1 \text{ cm}$ ,  $5 \text{ cm}$ ,  $10 \text{ cm}$ ,  $15 \text{ cm}$ ) の多点ピトー管を使用した。6 点の差圧を、ロータリーコックを通じてマノメータで読みとった。

##### (iii) 熱線風速計 (日本科学工業 K.K. 製)

主として平均流と風の変動成分を測定するために使用した。本実験では 2 方向の風の変動成分を調べるため、 $45^\circ$  に張られた 2 本の白金線 (X 型エレメント) を用いて 2 台のアンプの出力を演算器を通じて、風方向とそれに直角方向の 2 成分の変動風速を得た。

#### 3. 水平迎え角可変ターンテーブル

風方向と模型橋軸のなす角度を連続的に変化させることができるように、直径  $2 \text{ m}$  の円型ターンテーブルを用いた。上面には、流れの三次元化を防ぐために円形端板を取りつけると共に、その高さもコントロール出来るようになっている。

#### 4. 境界層発生装置

床上に角材を配列した形式、円錐を配列した形式、アルミ曲線形状平板を配列した形式を用いてせん断流れを作った。この境界層発生装置については後に詳しく説明する。

#### 5. 静的空気力測定

##### A. 小型三分力天秤 (島津製作所 K.K. 製)

主として、小さな模型に作用する空気力 (下図に示すような三成分) を測定する場合に用いられ、本研究では、 $1/500$  縮尺全径間模型と  $1/200$  縮尺部分模型  ${}_9P_9$  および  ${}_7P_9$  に作用する静的空気力を測定するのに用いた。原理は、下図に示される三分力天秤上面の測定板の空気力による変位

に基づく、三分力天秤内部の3個のレバーの不均衡を均衡状態に戻すように電磁コイルが作動し、それに必要な電氣量をアンプで増幅し、空氣力を電氣量として検出する。

B. デジタルボルトメータ（日本電波 K.K. 製）

上記のアンプで増幅された電氣量を読みとるために用いた。

C. 大型六分力天秤（島津製作所 K.K. 製）

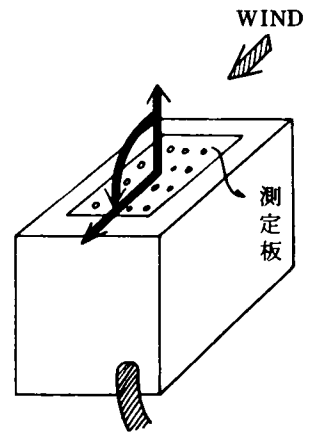
この天秤は、3本のストラットで支えられた模型に作用する6個の空氣力（揚力、抗力、横力、ピッチングモーメント、ローリングモーメント、ヨーイングモーメント）を測定することが出来ると共にピッチングアングルとヨーイングアングルの  $-30^{\circ} \sim +30^{\circ}$  まで連続的に変化させることが出来る。

本研究では、南港連絡橋吊部部分模型（縮尺 1/200）に作

用する揚力、抗力、ピッチングモーメントがピッチングアングル（迎え角）と共にどのように変化するかを調べるために用いた。その原理は、上記の小型三分力天秤の場合と同様である。

D. X-Y レコーダー（島津製作所 K.K. 製）

上記の大型六分力天秤の出力である電氣量をアンプ（制御装置）を通した後、揚力、抗力、ピッチングモーメントを縦軸に、迎え角を横軸にとって自動的に3台の X-Y レコーダに記録した。



小型三分力天秤

### 3. 2 平板上の乱流境界層

平板上において発達する乱流境界層について以下に、簡単に述べる。<sup>1)</sup> 一般に、平板上の乱流境界層中に作用する表面摩擦応力は、近似的に、円管流の表面摩擦応力  $\tau_0$  で表わし得る。従ってまず円管流の場合について簡単に説明し、順次平板の場合について述べる。

円管の抵抗係数を  $\lambda$  とすれば、表面摩擦応力  $\tau_0$  は次式で表わされる。

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{8} \rho \bar{U}^2 \quad (3.2.1)$$

但し、 $\rho$  は流体の密度を表わし  $\bar{U}$  は管内の平均流速を表わすものとする。一方、Blasius の実験式によれば、レイノルズ数  $R_e$  が  $10^5$  以下の範囲では、管の抵抗係数  $\lambda$  は、

$$\lambda = 0.3164 R_e^{-1/4} \quad (3.2.2)$$

$R_e = \bar{U} a / \nu$ ,  $a$  ; 管の半径

と表わされる。速度分布が  $1/7$  乗法則に従うものとすれば、円管流れの表面摩擦応力  $\tau_0$  は

$$\tau_0 = 0.03325 \rho \bar{U}^{7/4} \nu^{1/4} a^{-1/4} \quad (3.2.3)$$

のように表わされる。上式中、 $\nu$  は流体の動粘性係数を表わすものとする。また、円管内の最大速度  $U_{max}$

は、 $U_{\max} \approx 1.235 \bar{U}$  で表わされるから、表面摩擦応力  $\tau_0$  は、

$$\tau_0 = 0.025 \rho U_{\max}^2 \left( \frac{U_{\max} \cdot a}{\nu} \right)^{-1/4} \quad (3.2.4)$$

となる。式 (3.2.4) において半径  $a$  を境界層厚さ  $\delta$  で、また円管内最大速度  $U_{\max}$  を境界層外 velocity  $U$  で置き換えれば、平板の表面摩擦応力  $\tau_0$  は、近似的に次式で表わされる。

$$\tau_0 = 0.025 \rho U^2 \left( \frac{U \delta}{\nu} \right)^{-1/4} \quad (3.2.5)$$

一方、拡大座標系  $\eta$  ( $\eta = y/\delta$ ) を用いて、境界層内の速度  $u$  を次式で定義する。

$$u = U f(\eta) \quad (3.2.6)$$

このとき、平板上の乱流境界層の運動量方程式は、

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = \frac{d\delta}{dx} \int_0^1 f(\eta) \{ 1 - f(\eta) \} d\eta \quad (3.2.7)$$

と表わすことができる。ここで境界層内の速度分布は、 $1/7$  乗法則に従うものと考えているから、

$$f(\eta) = \eta^{1/7}$$

となり、式 (3.2.5) と式 (3.2.7) より、平板上の乱流境界層の厚さ  $\delta$  は、つぎの式で与えられる。

$$\delta = 0.366 \left( \frac{\nu}{Ux} \right)^{1/5} \cdot x \quad (3.2.8)$$

なお、上式中  $x$  は、Fig. 3.1 に示されるように、平板の leading edge より測った距離を表わすものとする。

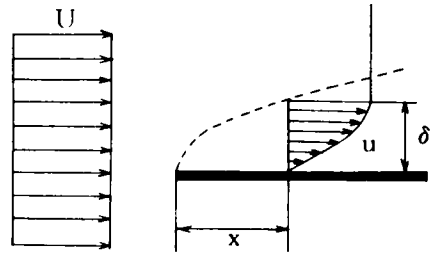


Fig. 3.1

### 3.3 乱流境界層発生平板装置の形状決定

平板上に発達する乱流境界層を利用して風洞内に、乱流境界層を作成する方法は、すでに、J. LLOYD<sup>2)</sup> や J. Counihan<sup>3)</sup> によって試みられている。本研究では、J. LLOYD の用いた方法を応用して、以下に述べる方法で、乱流境界層発生装置の形状を決定した。基本的には、あらかじめ発生する境界層の速度鉛直分布を決めておき、この速度分布を発生させるように、高さと共に流れ方向の長さが変化する平板を流れと直角方向の面に適当な間隔で配置するものとする。このとき、高さ  $z$  の平面で切断したときの断面図を Fig. 3.2 に示す。従って、空気流の連続性より

$$Ud = (d - 2\delta) U_0 + 2\delta U_m \quad (3.3.1)$$

が成立する。ただし各記号は以下に示す。

A, A' ; 平板の高さ  $z$  における leading edge

B, B' ; 平板の高さ  $z$  における trailing edge

$U$  ; 断面 BB' における平均風速

$U_o$  ; 断面 AA' における一様風速

$U_m$  ; 断面 BB' における境界層内の平均風速

$d$  ; 2 平板間の距離

$\delta$  ; 断面 BB' での境界層厚さ

$x$  ; 高さ  $z$  における平板の流れ方向の長さ

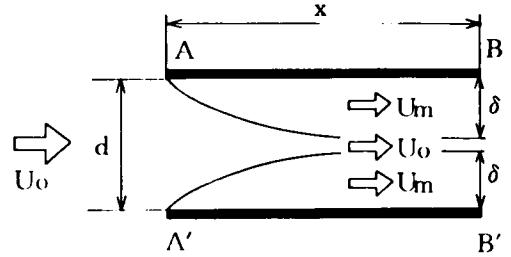


Fig. 3.2

一方、平板上に発達する境界層厚さ  $\delta$  は、前述のように、近似的に次式で表わされる。

$$\delta = 0.366 R_e^{-0.2} x \quad (3.3.2)$$

$$R_e = \frac{Ux}{\nu}$$

また、断面 BB' における境界層内の平均風速  $U_m$  は、

$$U_m = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} U_o \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/7} dy = \frac{7}{8} U_o \quad (3.3.3)$$

となる。従って、

$$U \cdot d = U_o \cdot d - \frac{0.366}{4} R_e^{-0.2} \cdot x \cdot U_o \quad (3.3.4)$$

と表わすことができる。更に、高さ  $z$  方向の速度分布勾配は  $1/7$  乗則に従うものと考えているから、次式が成立する。

$$U_o \cdot d \left( \frac{z}{\delta} \right)^{1/7} = U_o \cdot d - \frac{0.366}{4} \nu^{1/5} x^{4/5} \cdot U_o^{4/5} \quad (3.3.5)$$

従って、式 (3.3.5) より、

$$x = \left( \frac{4d}{0.366} \right)^{5/4} \left( \frac{U_o}{\nu} \right)^{1/4} \cdot \left\{ 1 - \left( \frac{z}{\delta} \right)^{1/7} \right\}^{5/4} \quad (3.3.6)$$

が求められ、上式より、 $1/7$  乗法則に従う速度分布勾配をもつ乱流境界層を発生する装置の形状が決定される。また、式 (3.3.6) が示すように、この形状は、平板間隔 ( $d$ )、平均 (一様) 風速 ( $U_o$ )、流

体の動粘性係数 ( $\nu$ ), 求めたい境界層の厚さ ( $\delta$ ) によって変化する。

数値計算の1例として,  $\delta = 40\text{ cm}$ ,  $d = 2\text{ cm}$  としたときの, 乱流境界層発生装置の形状を, 風速  $U$  をパラメータとして求めた結果を Fig. 3.3 に示す。

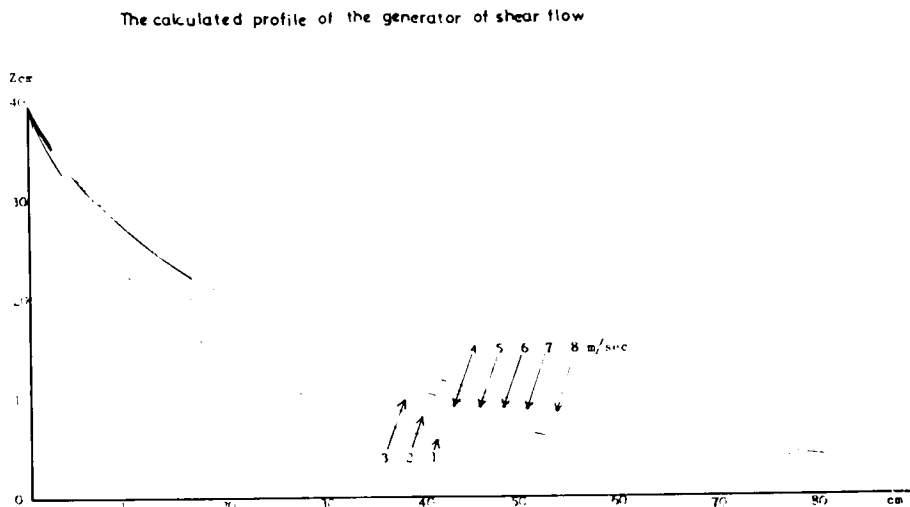


Fig. 3.3

### 3.4 境界層発生装置

風洞内に, せん断流を発生させるため, 本研究では大別して次の三種類の境界層発生装置を用いた。

- (i) 角柱配列
- (ii) 円錐配列
- (iii) 曲線平板配列

これらの発生装置に便宜上, それぞれ記号 R, C および P を付けて表わすことにする。更にそれぞれの場合について, 配列変化により, 下記に示すような添字 (suffix) を付けて表わすものとして, その配列状態を簡単に説明する。

角柱配列 (Fig. 3.4.1 参照)

タイプ R 1 ; 断面  $6\text{ cm} \times 4\text{ cm}$  の角柱を空気流と直角方向に, 床上に合計 12 本を空気流方向  $10\text{ cm}$  間隔で配列した形式。

タイプ R 2 ; 上記のタイプ R 1 の上流側に, L 字型角材を 2 本を  $20\text{ cm}$  間隔で配列した形式。

タイプ R 3 ; タイプ R 2 の下流側に, 断面  $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$  の角柱を 6 本,  $10\text{ cm}$  間隔で追加配列した形式。

タイプ R 4 ; 上流側から, 空気流に直角に, 順次, L 字型角柱を 2 本, 断面  $6\text{ cm} \times 4\text{ cm}$  の角柱を 12 本をそれぞれ空気流方向  $20\text{ cm}$  間隔で配列し, 更にコード線を 13 本,  $5\text{ cm}$  間隔で配列した形式。

タイプ R 5 ; 上流側より空気流と直角に, 順次, L 字型角材を 2 本, 断面  $6\text{ cm} \times 4\text{ cm}$  の角柱を 6 本

をそれぞれ空気流方向 20 cm の間隔で配列し、更に、断面 3 cm × 3 cm の角柱を 16 本、10 cm 間隔で配列し、その後流にコード線を 5 cm 間隔で 13 本配列した形式。

Generators of shear flow

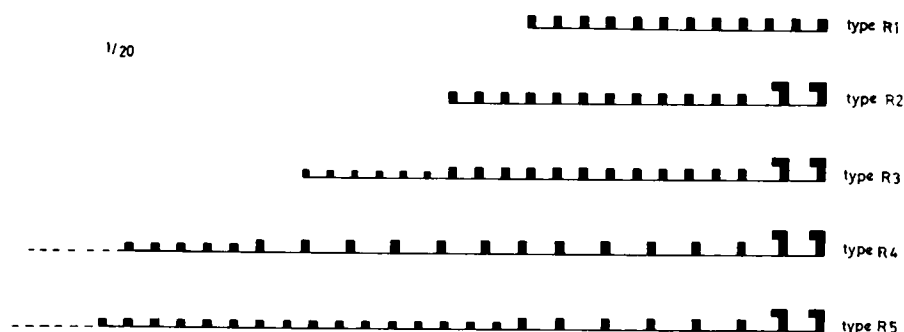


Fig. 3.4.1

円錐配列（円錐の高さによって順次番号を付け、それらの高さを Table 4.1 に示すと共に、配列寸法、形式を Fig. 3.4.2 に示す。）

タイプ C 1；上流側より、空気流れ方向に順次 No 0 から No 25 までの 26 種類の円錐を千鳥状に配列した形式。

タイプ C 2；上流側より順次 No 0, No 2, No 4, No 6, No 8, No 10, No 12, No 14, No 16, No 18, No 20, No 22, No 24 の合計 13 種類の円錐を配列した形式

タイプ C 3；上記のタイプ C 2 と同じ種類の円錐を用い、配列のみを千鳥状にした形式。

タイプ C 4；上流側より順次、No 0, No 5, No 10～No 25 までの合計 18 種類の円錐を千鳥状に配列した形式。

Table 4.1

cone number	height(cm)	cone number	height(cm)	cone number	height(cm)
0	30	9	15.75	18	8.25
1	27.96	10	14.67	19	7.65
2	26.07	11	13.59	20	7.17
3	24.33	12	12.69	21	6.69
4	22.56	13	11.85	22	6.18
5	20.94	14	11.04	23	5.79
6	19.53	15	10.26	24	5.37
7	18.21	16	9.53	25	5.00
8	16.98	17	8.85		



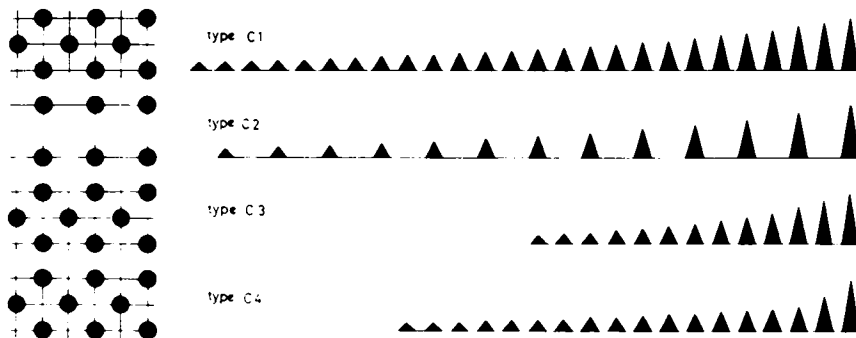


Fig. 3.4.2

### 曲線平板配列

式 (3.3.6) より求められる  $1/7$  乗法則に従う速度の鉛直分布を発生される平板装置形状は風速により変化するため、Fig. 3.4.3 に示すような形状をもつ曲線平板を、空気流と直角方向に  $2\text{ cm}$  間隔で合計 121 枚配列した形式。

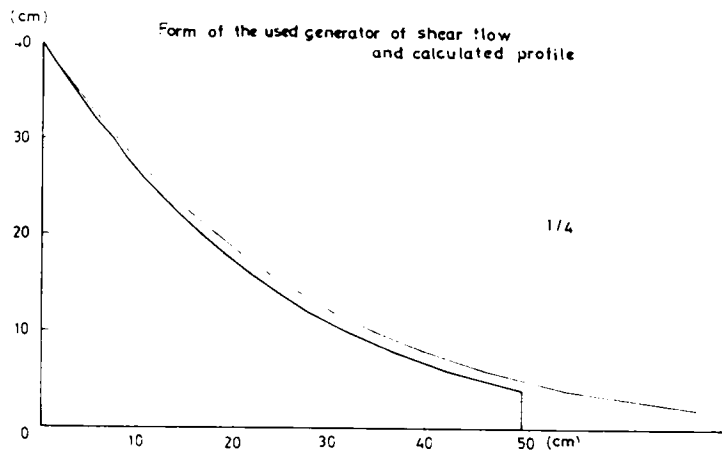


Fig. 3.4.3

## 3. 5 境界層実験結果および考察

### I 予備実験

前述の 10 種類の境界層発生装置について、風速の鉛直分布および風方向の乱れの強さの測定を行った。測定値の整理にあたっては、べき法則

$$U = U_0 \left( \frac{z}{z_0} \right)^\alpha$$

の指数  $\alpha$  でもって風速の分布形状を比較する観点より、両対数（縦軸に床面よりの高さ  $z$  を、横軸に風速  $U$  とする。）グラフにプロットした。（この場合、風速分布が上式で示されるべき法則に完全に従っていれば直線的な関係となる。）また、乱れの強さについては、流れ方向の速度の変動成分の2乗平均（ $\Delta U$  とする）を風速（ $U$ ）で割った値  $\Delta U/U$  を各高さに応じて、パーセントで求めた。その結果を Fig. 3.5.1 より Fig. 3.5.17 に示す。なお図中の記号  $X$  は、風速の測定位置を表わし、発生装置の下流端から、風下方向に測った水平距離を示すものとする。これらの結果より、次の事項が言えよう。

一般的に、風速の鉛直分布形状を示す指数  $\alpha$  の値は、設定風速が大きくなるに従って小さくなり、更に下流にいくに従って（すなわち  $X$  が大きくなるに従って）小さくなる傾向がある。例えば、タイプ C1 の場合についてみれば、 $X = 0.5\text{ m}$  において、設定風速が約  $1\text{ m/sec}$ ,  $2\text{ m/sec}$ ,  $3\text{ m/sec}$ ,  $4\text{ m/sec}$ ,  $5\text{ m/sec}$  のときに得られた  $\alpha$  の値は、それぞれ  $1/2.2$ ,  $1/2.8$ ,  $1/2.8$ ,  $1/2.9$ ,  $1/3.6$  となった。（Fig. 3.5.8 より Fig. 3.5.13 参照）また、タイプ C3 の場合について、同じ設定風速  $5\text{ m/sec}$  の場合でも、 $X = 0.5\text{ m}$  のときと、 $X = 2.5\text{ m}$  のときでは、 $\alpha$  の値は  $1/1.5$  と  $1/3.0$  となり流下するに従って小さくなっている。（Fig. 3.5.15 と Fig. 3.5.16 参照）

一方、床面からの高さが  $5\text{ cm}$  ないし  $10\text{ cm}$  の領域で、 $\alpha$  の値が急に変化していることがあり、 $5\sim 10\text{ cm}$  より上の領域では、下の領域に比べて、 $\alpha$  の値が大きくなっている。（両対数グラフにプロットした場合には、直線の角折れとして現われる。）同時に、乱れの強さについてみれば、同領域から上方にいくに従って、次第に減少している。（例えば Fig. 3.5.15 および Fig. 3.5.17 参照）また、Fig. 3.5.18 は、タイプ C2 について、 $X = 0.5\text{ m}$  と  $X = 2.5\text{ m}$  のときの風速および風方向の乱れの強さを比較したものであるが、この図から乱れの強さは、境界層発生装置より流下するに従って減少し、一方平均風速は、回復しているものと考えられる。

以上の各形式の境界層発生装置によって、風速の鉛直分布形状からみて、 $30\text{ cm}$  ないし  $40\text{ cm}$  の厚さをもった境界層が得られているものと考えられる。

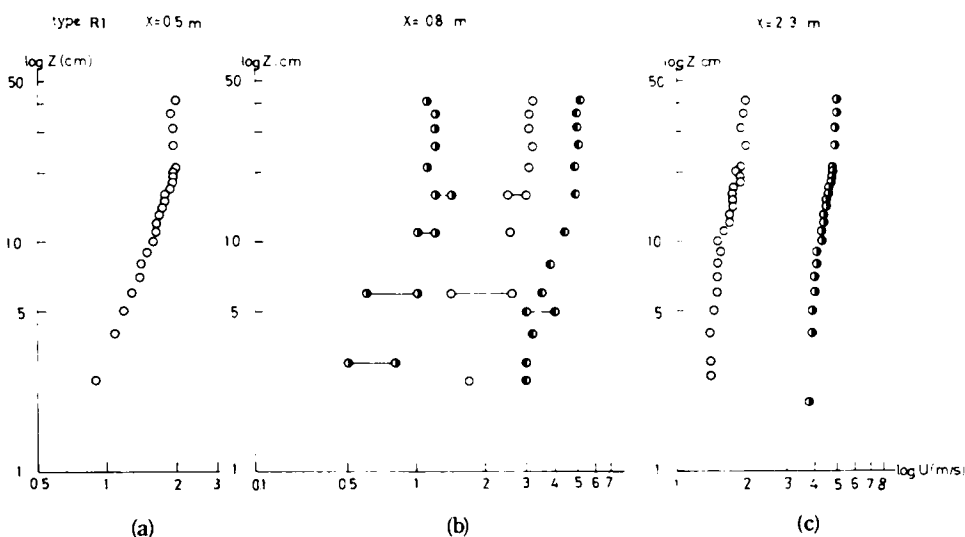


Fig. 3.5.1

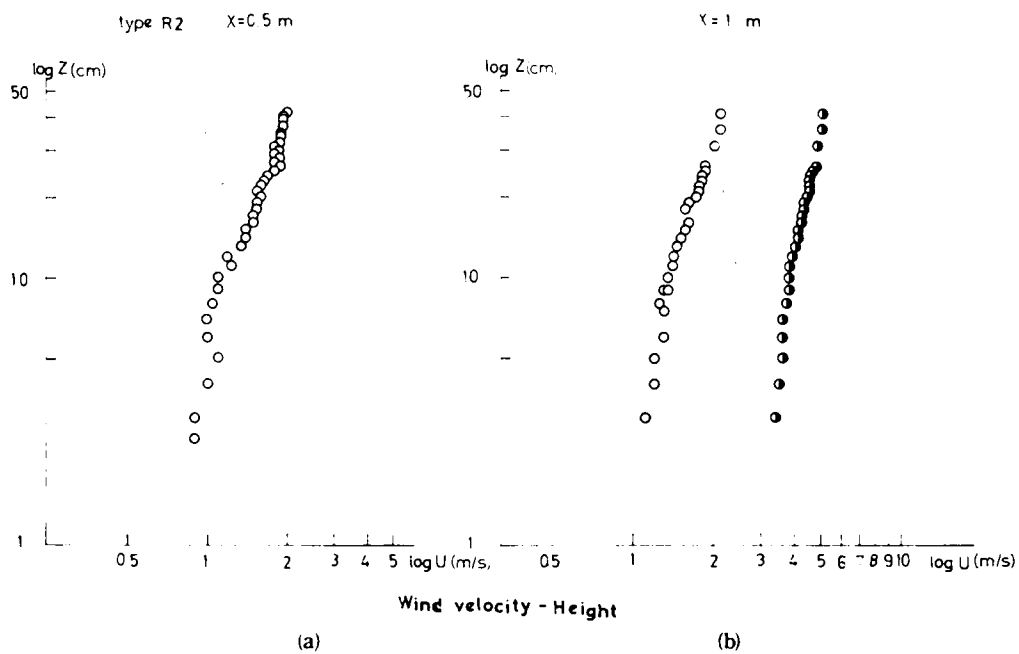


Fig. 3.5.2

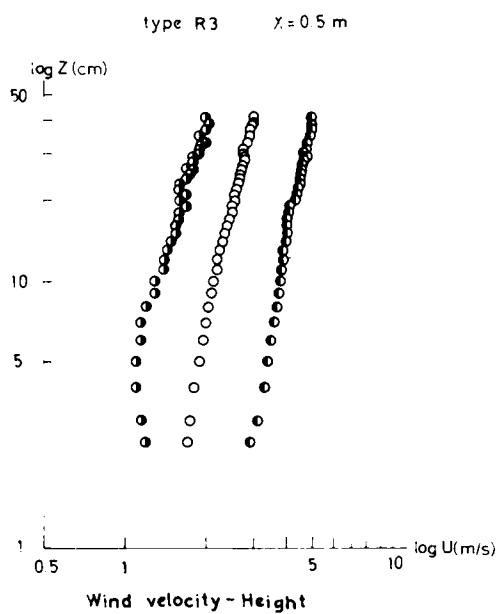


Fig. 3.5.3

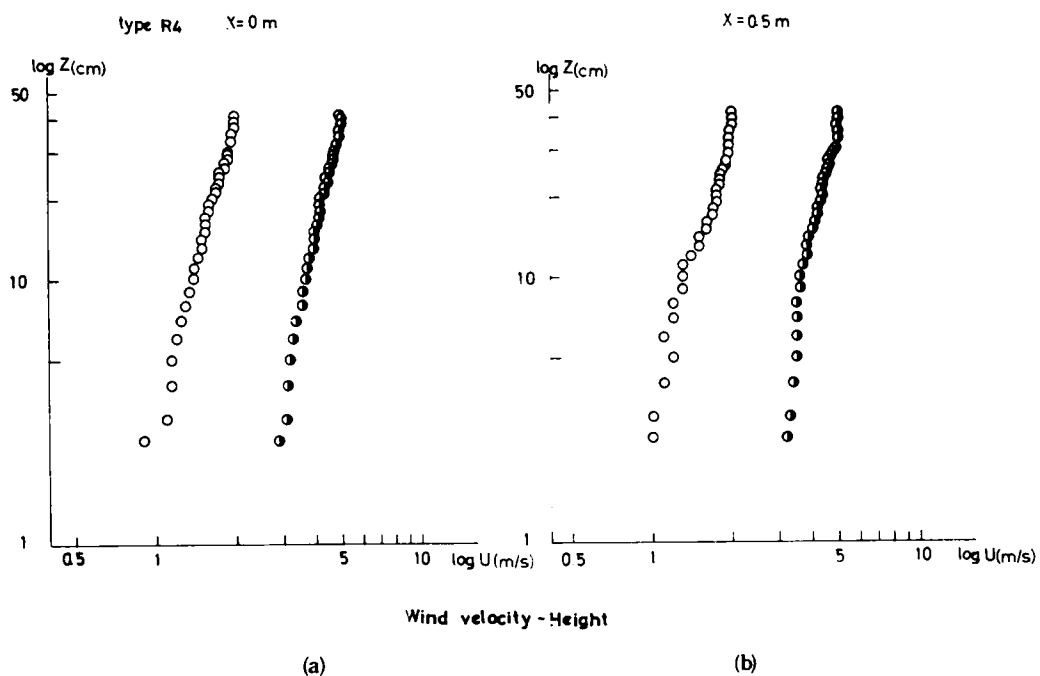


Fig. 3.5.4

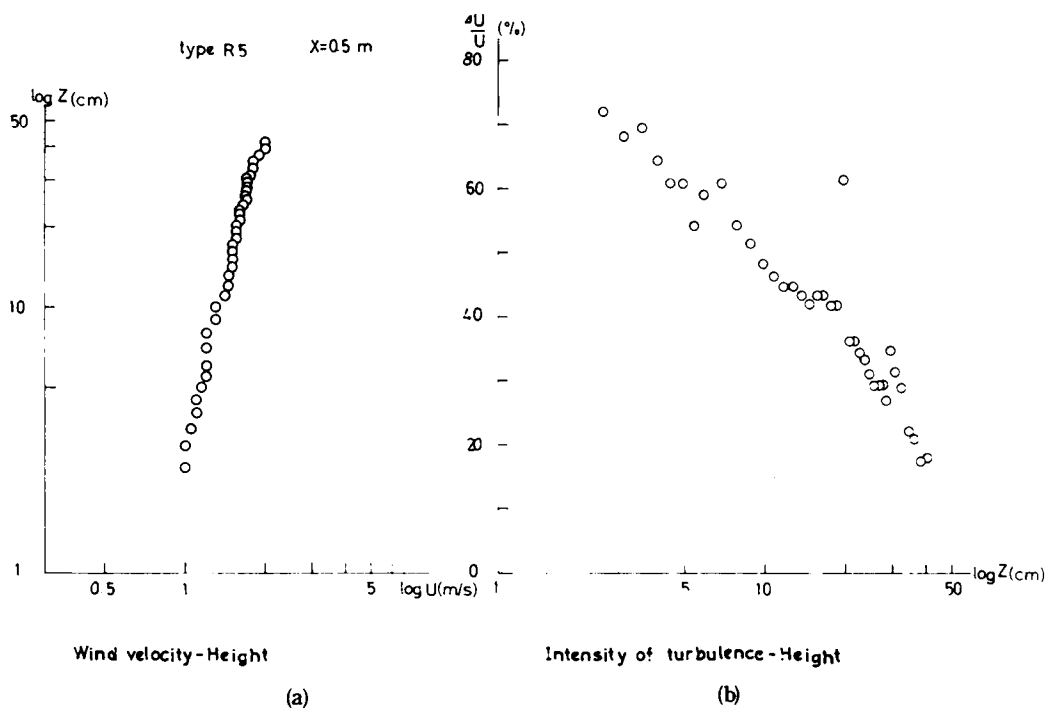


Fig. 3.5.5

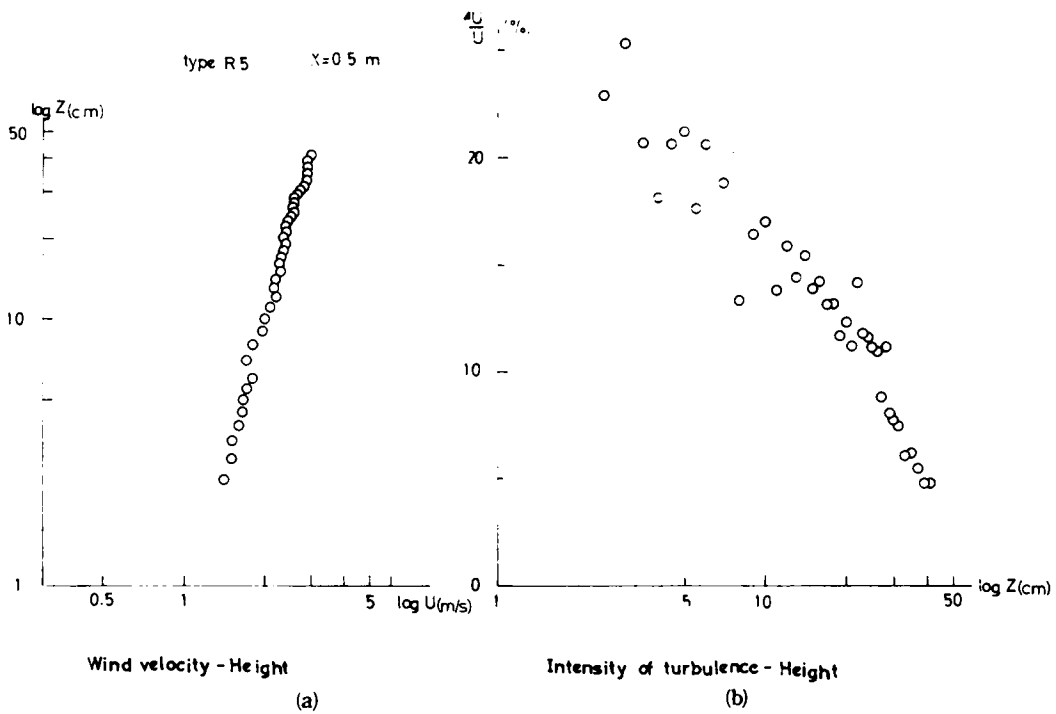


Fig. 3.5.6

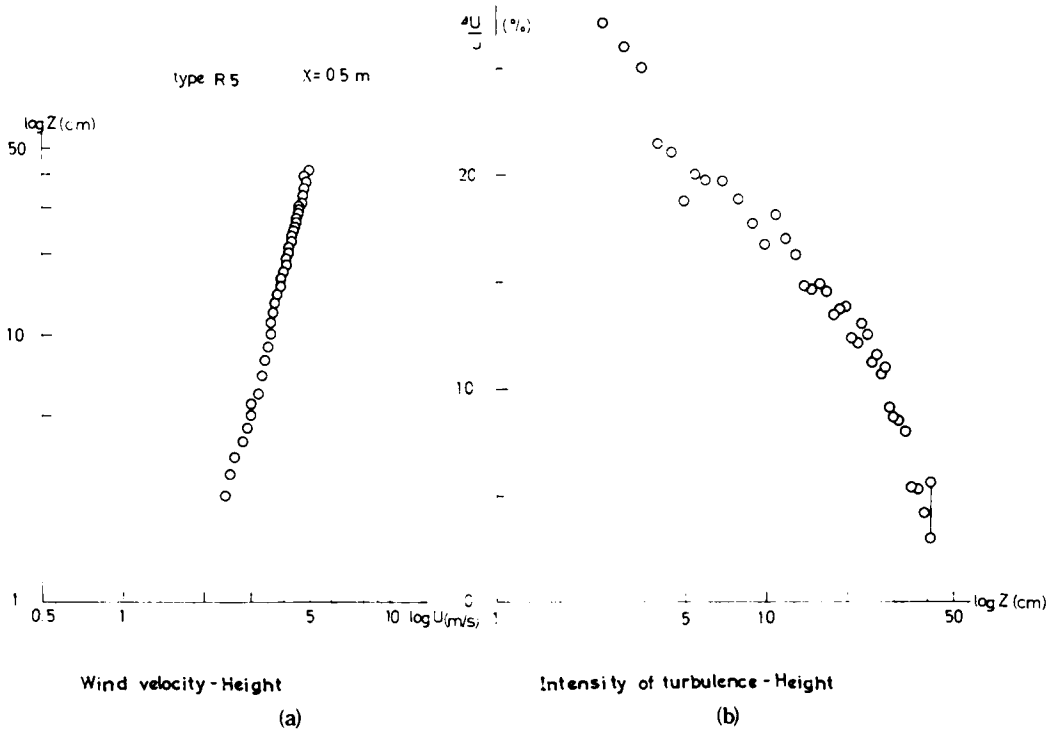


Fig. 3.5.7

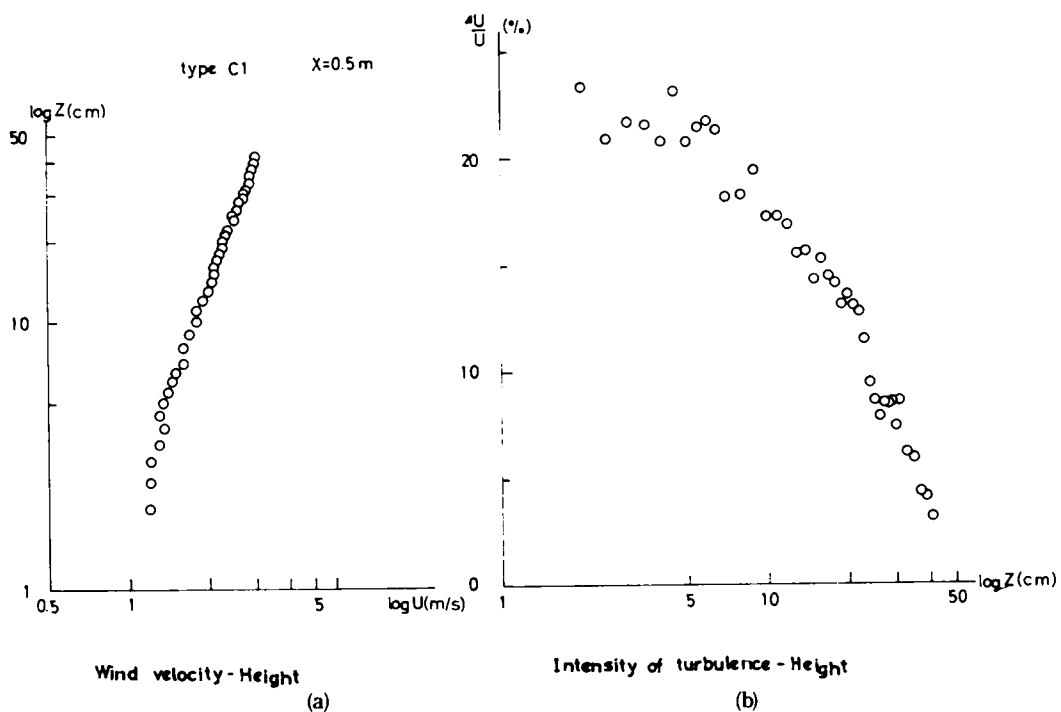


Fig. 3.5.8

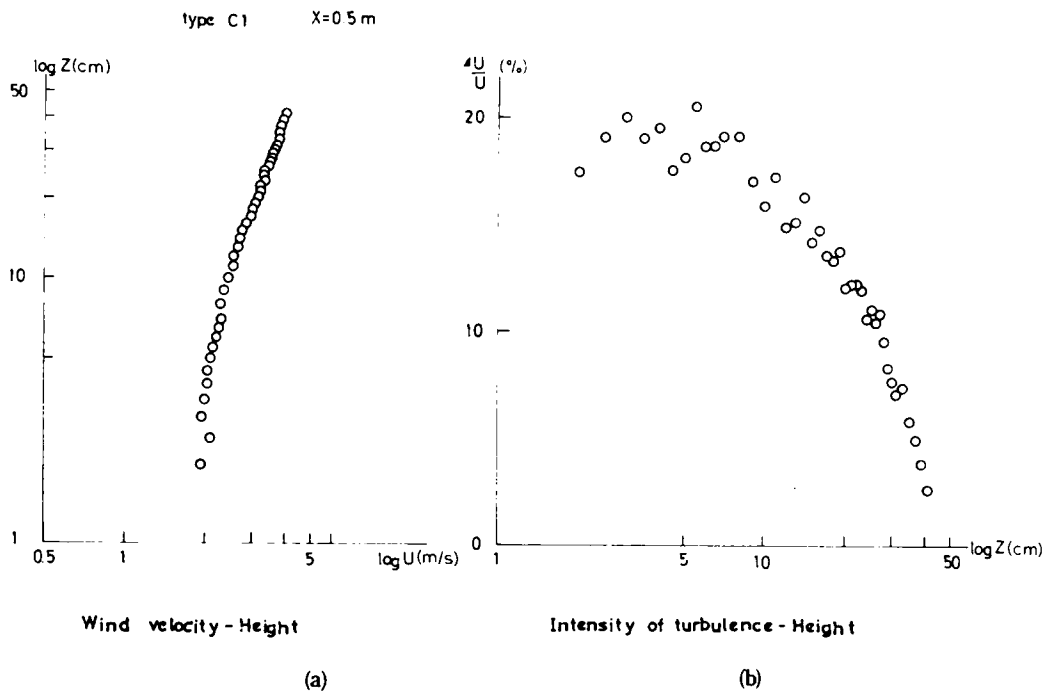


Fig. 3.5.9

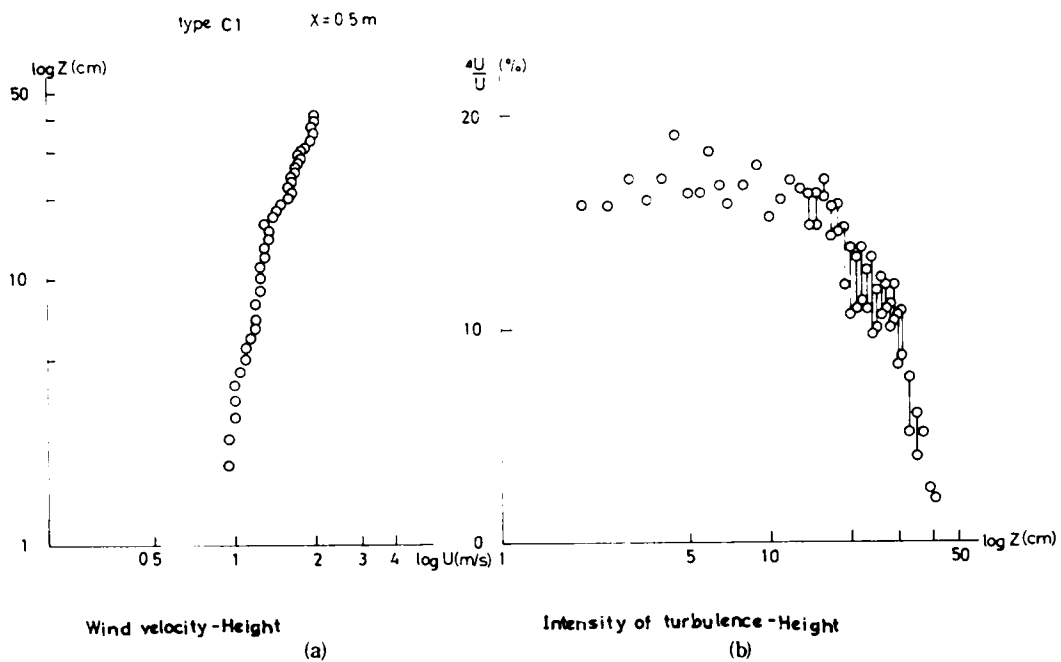


Fig. 3.5.10

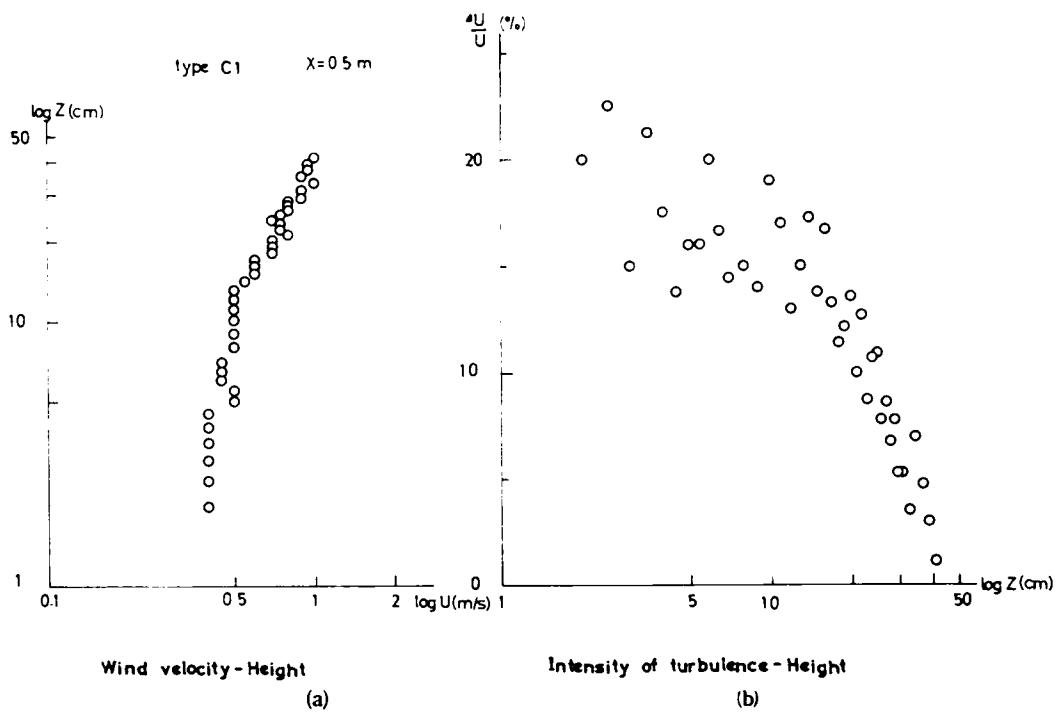


Fig. 3.5.11

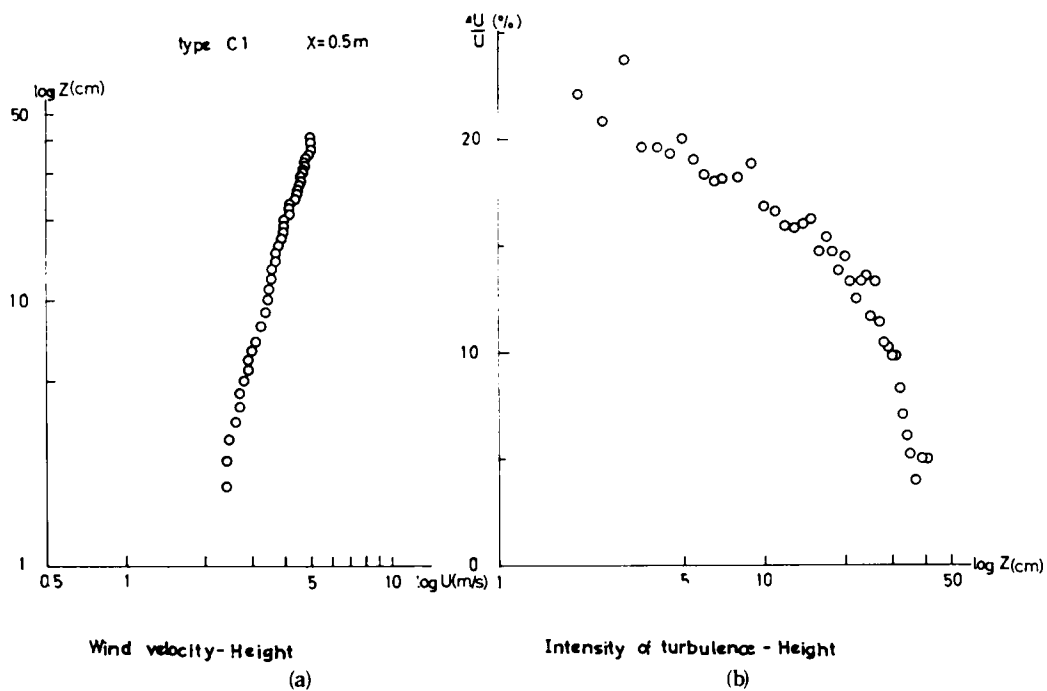


Fig. 3.5.12

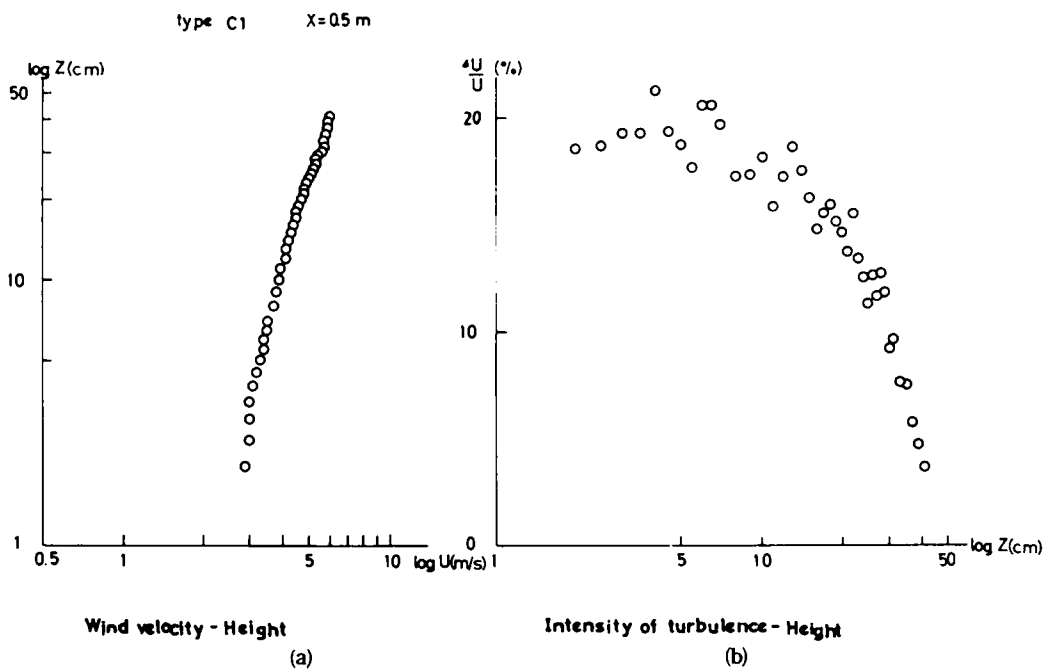


Fig. 3.5.13



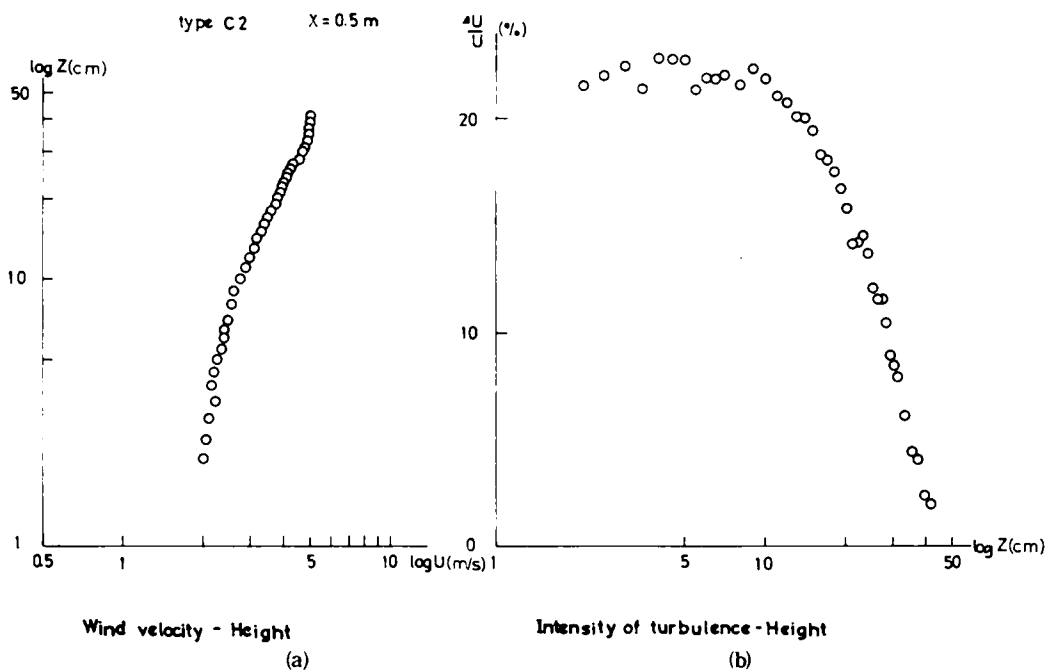


Fig. 3.5.14

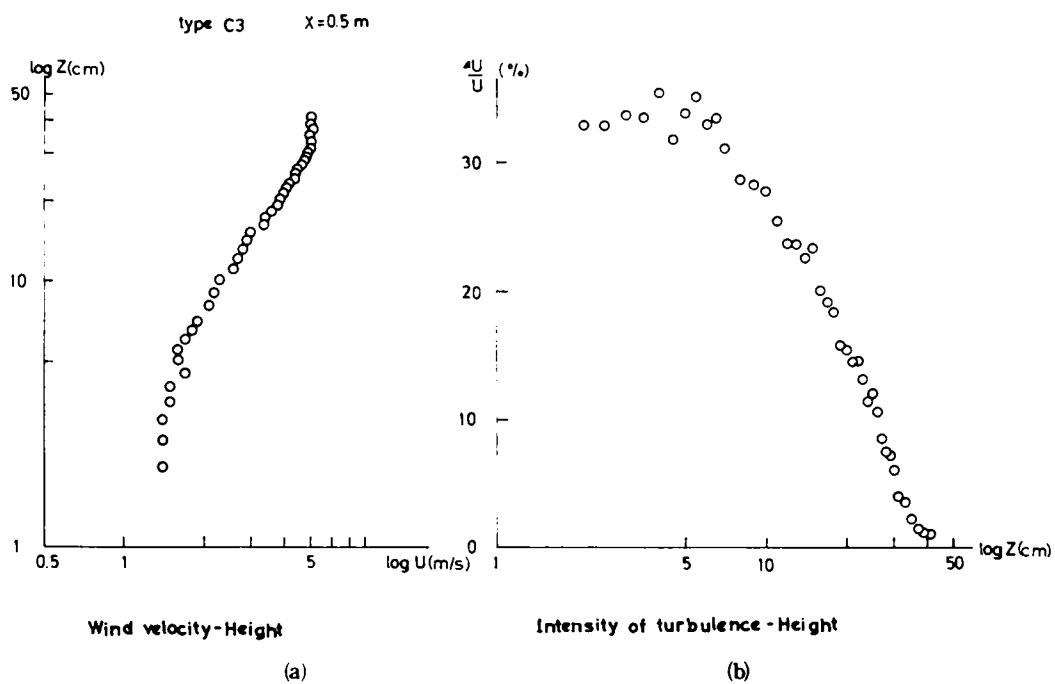


Fig. 3.5.15

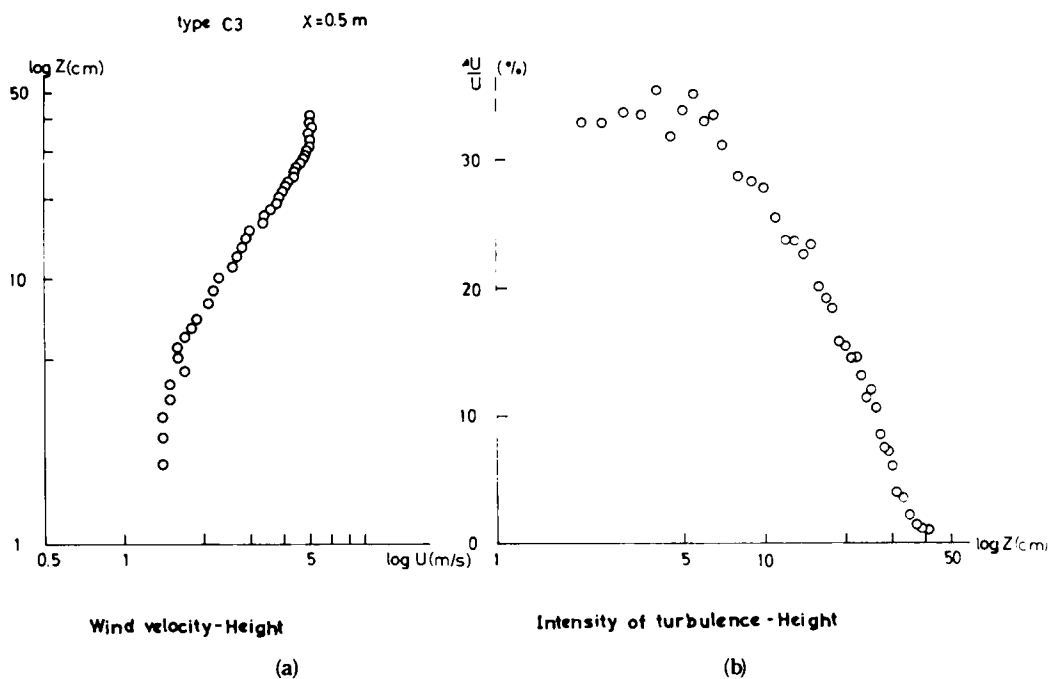


Fig. 3.5.16

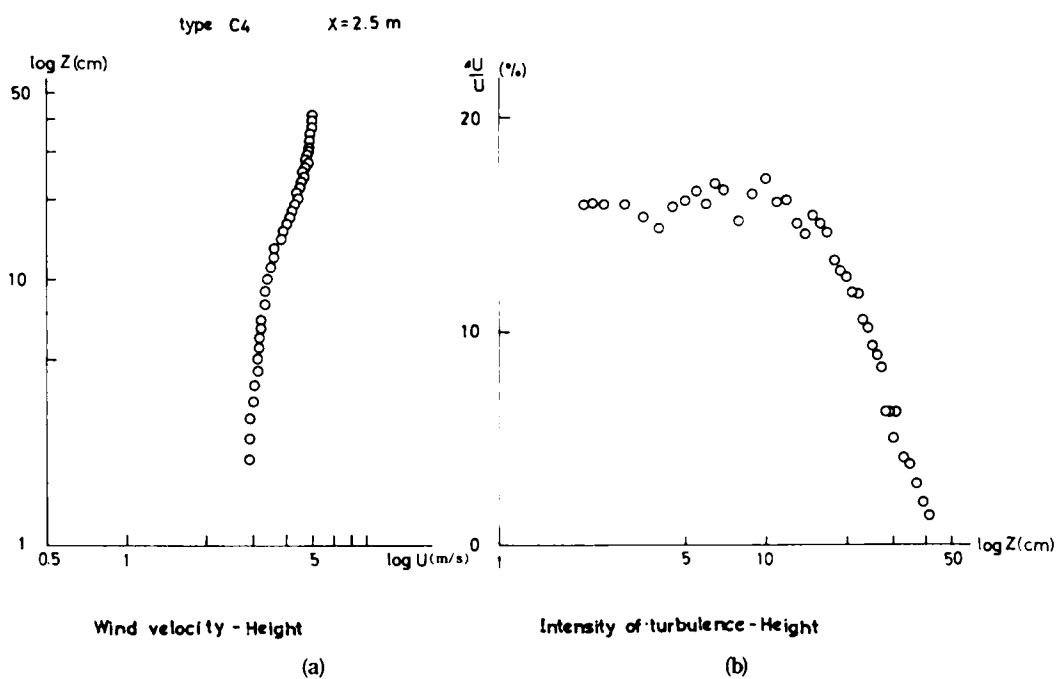


Fig. 3.5.17

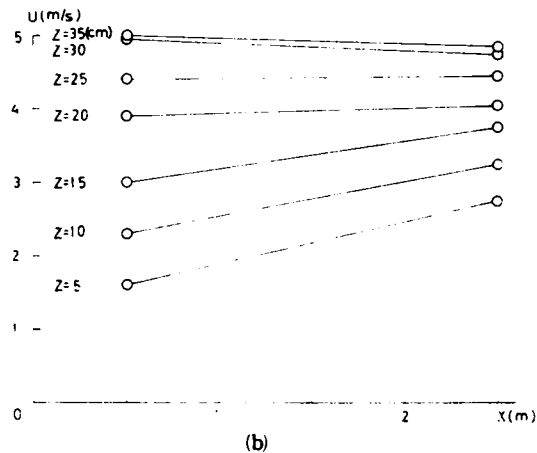
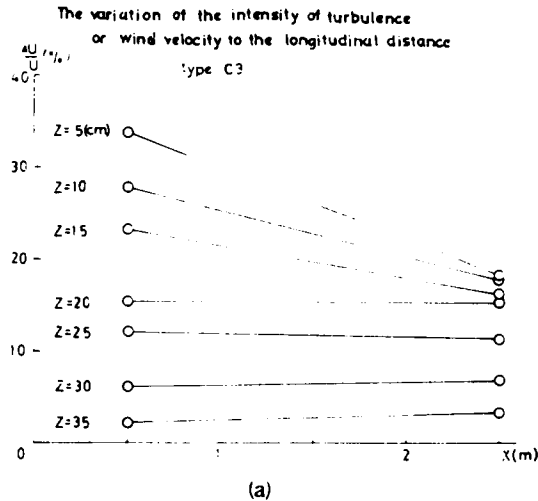


Fig. 3.5.18

## Ⅱ 静的空気力の測定に用いた境界層

静的空気力測定には、三分力天秤を使う関係上、風洞内に、高さ 50 m の床組みを設置し、その上に境界層発生装置を配した。既に説明した各種の境界層発生装置のうち、都市近郊の自然風の特徴をよく表わし得るものとして、タイプ C 4 を、また、海上の自然風の特徴を表わし得るものとして、アルミ平板形式を採用して、南港連絡橋模型に作用する静的空気力を測定した。本研究においては、便宜上

境界層 A : 床組み上にタイプ C 4 発生装置を設置したときに得られる境界層

境界層 B : 床組み上に、曲線平板形式発生装置を設置したときに得られる境界層

のように表わすこととする。

ここでは、上記の境界層 A および境界層 B について、風速の鉛直分布および乱れの強さを測定した結果を述べるものである。特にタイプ C 4 については、既に予備実験で、その境界層の特性を測定してい

るが、境界面Aにおいては、床組み上の設置になり、多少条件が異なるため、その結果を、曲線平板形式の場合の境界層Bの場合と併せて、以下に示す。また、床組みのみの場合についての風速の鉛直分布および乱れの強さの結果も同時に示す。測定値の整理は、予備実験の場合と同じ方法によった。結果を Fig. 3.5.19 から Fig. 3.5.28 に示す。

#### (1) 境界層 A

風速の鉛直分布形を示す指数  $\alpha$  は、床組上 7 cm から 10 cm 程度の領域で変化しており、設定風速（境界層外の風速）が約 2 m/sec, 5 m/sec, 8 m/sec のとき、それぞれ  $1/1.6$  ( $1/5.4$ ),  $1/2.4$  ( $1/8.2$ ),  $1/2.9$  ( $1/13$ ) となった。但し括弧内の値は、境界層下層部における  $\alpha$  の値である。（Fig. 3.5.19, Fig. 3.5.20, Fig. 3.5.21 参照）

一方、乱れの強さについては、設定風速が約 2 m/sec, 5 m/sec, 8 m/sec のとき、床組からの高さが 1 cm 付近で、それぞれ 18 %, 16 %, 16 % となっており、高さが 10 cm を越えると、次第に減少し、高さが 40 cm で 1 % となっている。高さが 40 cm を越えると、乱れの強さは再び増加するが、これは風洞の天井に発達する境界層や、風洞上流部天井付近の円柱ロッドの影響のためと考えられる。

タイプ C4 については、既に予備実験で、その境界層の特性を調べているので床組み上に設置した場合と比較する。Fig. 3.5.17 と Fig. 3.5.20 において、設定風速が約 5 m/sec で一致している。但し、測定位置が Fig. 3.5.17 においては  $X = 2.5$  m, Fig. 3.5.20 においては  $X = 1.5$  m と異っているため直接には比較することはできない。乱れの強さの様子については、両者は良く一致しているが、 $\alpha$  については、前者が  $1/3$  ( $1/9$ )、後者が  $1/2.4$  ( $1/8.2$ ) となっている。括弧内の値は、境界層下層部における値である。発生装置より下流にいくに従って、風速の鉛直分布形状を表わす  $\alpha$  の値が減少する一般的な傾向からすれば、床組みの影響は少ないものと思われる。

以上の結果を総合的に判断したとき、境界層 A は、風速の鉛直分布、乱れの強さの特性については、市街地における自然風による境界層をある程度表わし得るものと考えられよう。

#### (2) 境界層 B

境界層 B についての結果を Fig. 3.5.22, Fig. 3.5.23, Fig. 3.5.24 に示す。風速の鉛直分布を表わす  $\alpha$  の値は、設定風速が約 2 m/sec, 5 m/sec, 8 m/sec のときに、それぞれ  $1/7.04$ ,  $1/7.57$ ,  $1/7.83$  となっており、境界層 A についてみられた  $\alpha$  の値の変化（つまり、両対数グラフにプロットしたときの直線の角折れ）はほとんどみられず、また風速変化による  $\alpha$  の値の変化も少ない。

Fig. 3.5.25 は、式 3.3.6 より計算される風速の鉛直分布形状（図中の細線で示したもの）と実験値とを比較したものである。境界層下層部においては、計算値と実験値とは一致せず、高さが 5 cm 以上の領域では、その傾向がよく一致している。これは式 4.3.6 においては乱れの影響を考慮しておらず、床組上 5 cm の高さまでは、乱れの強さが大きいことに起因しているものと思われる。

これらの結果より、厚さ 35 cm 程度の境界層が得られているものと考えられる。一方、乱れの強さについては、床組表面付近で、設定風速が約 2 m/sec, 5 m/sec, 8 m/sec について、それぞれ 14 %, 11 %, 11 % となっており、床組上高さ 10 cm までは徐々に減少し、それ以上の高さになれば急激に減少して、高さ 20 cm で約 1 % となり、40 cm まではほぼ一定である。この場合も、境界層 A の場合

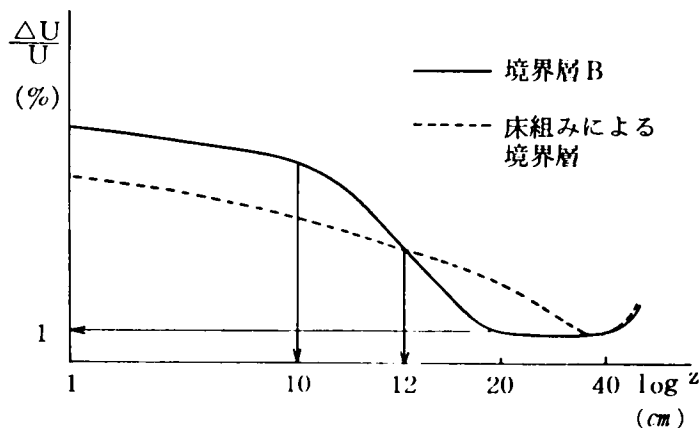
と同じく、高さが40 cmを越すと乱れの強さが大きくなっている。

以上の結果を総合的に判断したとき、境界層Bは、風速の鉛直分布、乱れの強さの特性については、海上における自然風による境界層をある程度表わし得るものと考えられよう。

### (3) 床組みによる境界層

床組みだけを風洞内に設置したときにも、境界層が発生する。その測定結果を Fig. 3.5.26, Fig. 3.5.27, Fig. 3.5.28 に示す。風速の鉛直分布形状を表わす  $\alpha$  の値は、設定風速が約 2 m/sec, 5 m/sec, 8 m/sec のときに、それぞれ 1/9.2, 1/10, 1/13 となった。また風速の鉛直分布形状からみて、10 cm ないし 20 cm の境界層が発生しているものと考えられる。一方、乱れの強さは、床面付近で 10 % 程度であり、高さと共に、次第に減少して、高さが 40 cm で約 1 % となった。この場合も前記の境界層AおよびBの場合と同様に、高さが 40 cm を越すと、乱れの強さは増加している。この場合も前記と同様の理由に基づくものと考えられる。

境界層Bと床組みによる境界層とを比較したとき、乱れの強さの様子が特徴的である。下図は、境界層Bと床組みによる境界層との乱れの強さと高さとの関係を示すものである。この図が示すように、境界層Bでは床組み上高さ 1 cm から 10 cm までは徐々に減少しているが、10 cm を越えると、急激に減少して、20 cm で約 1 % となり高さ 40 cm まではほぼ一定値となっている。一方、床組みによる境界層では高さ 1 cm から高さ 40 cm まで、ほぼ直線的に少しずつ減少し、高さ 40 cm で、境界層Bの場合と同様 1 % となっている。また高さ 1 cm から 12 cm までにおいては、境界層Bの場合の乱れの強さが、床組みによる境界層の乱れの強さより大きくなっているが、高さ 12 cm 付近で両者が一致し、12 cm から 40 cm の領域では、両者の関係が逆転している。



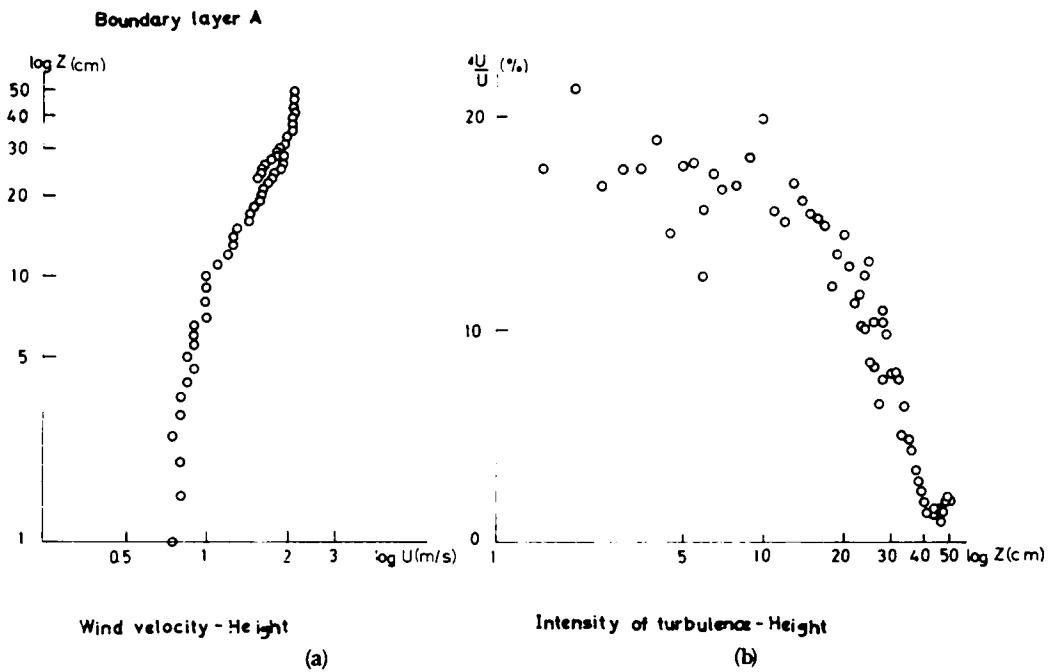


Fig. 3.5.19

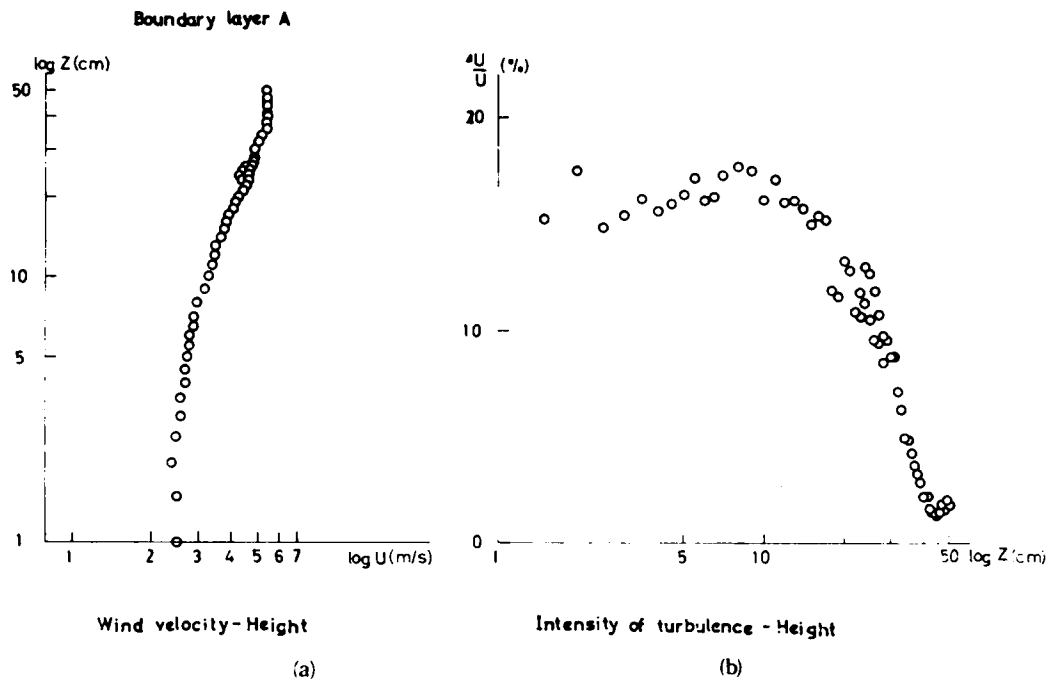


Fig. 3.5.20

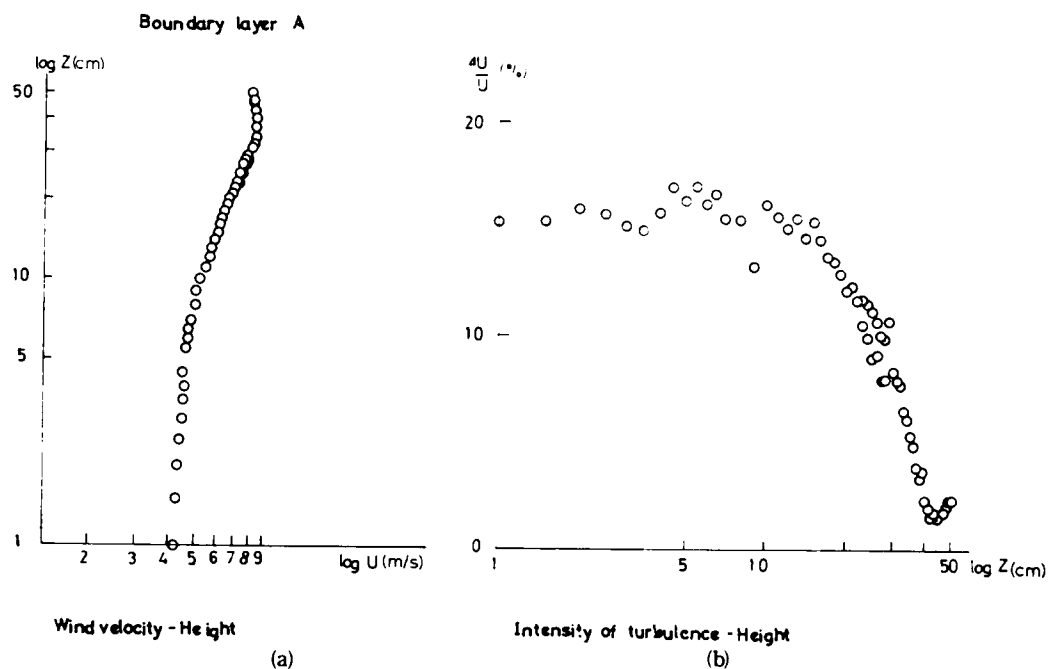


Fig. 3.5.21

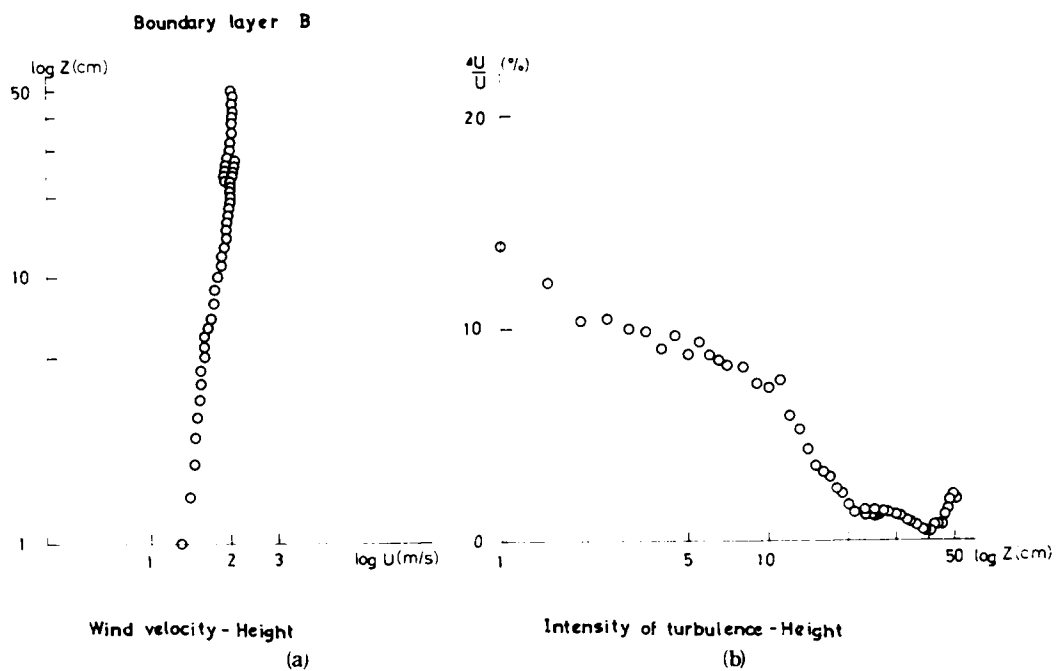


Fig. 3.5.22

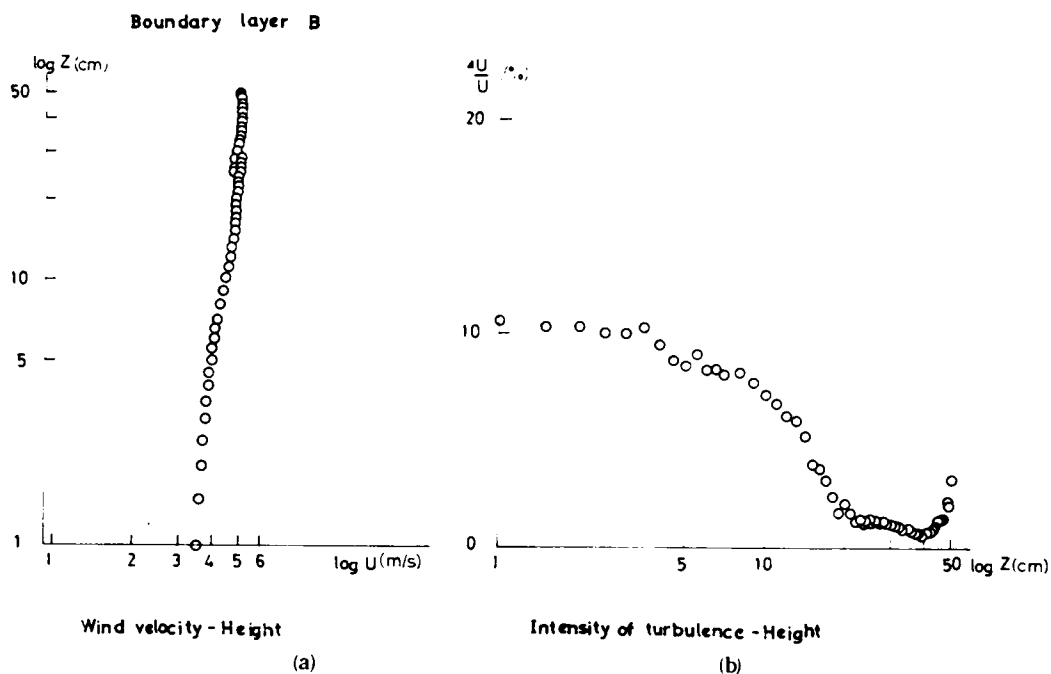


Fig. 3.5.23

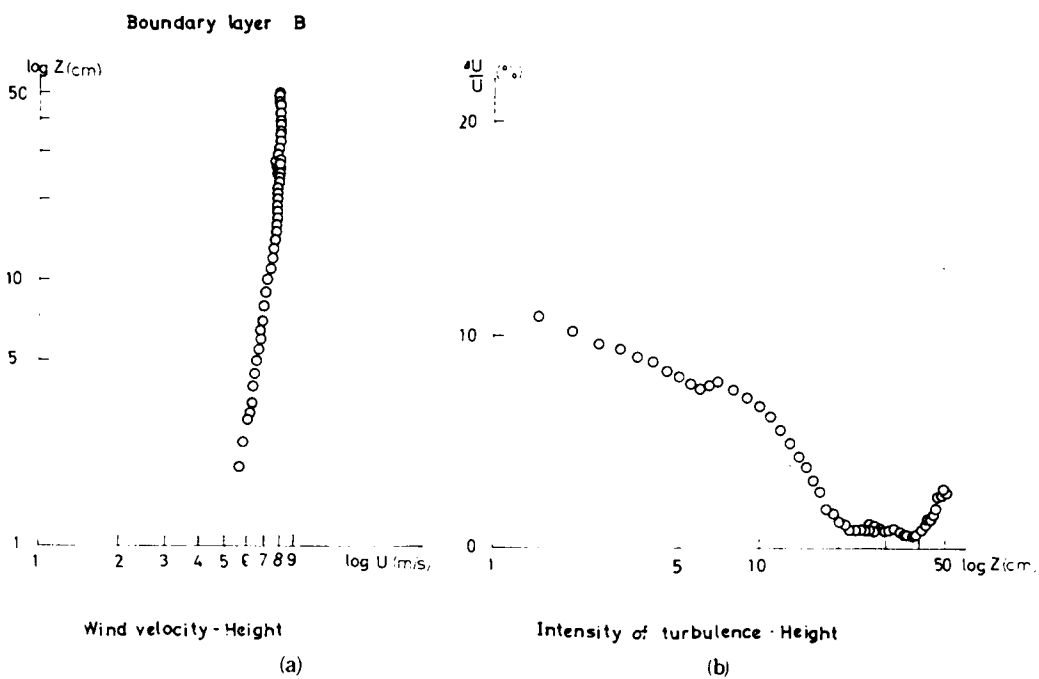


Fig. 3.5.24



Comparison with calculation and experimental result

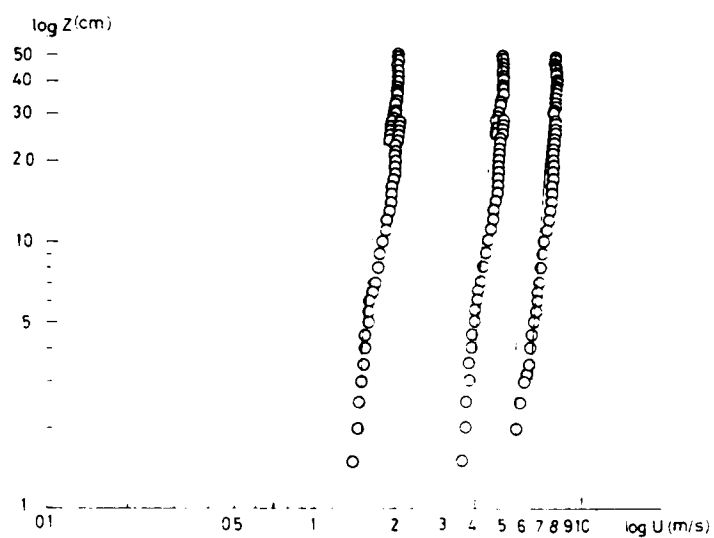


Fig. 3.5.25

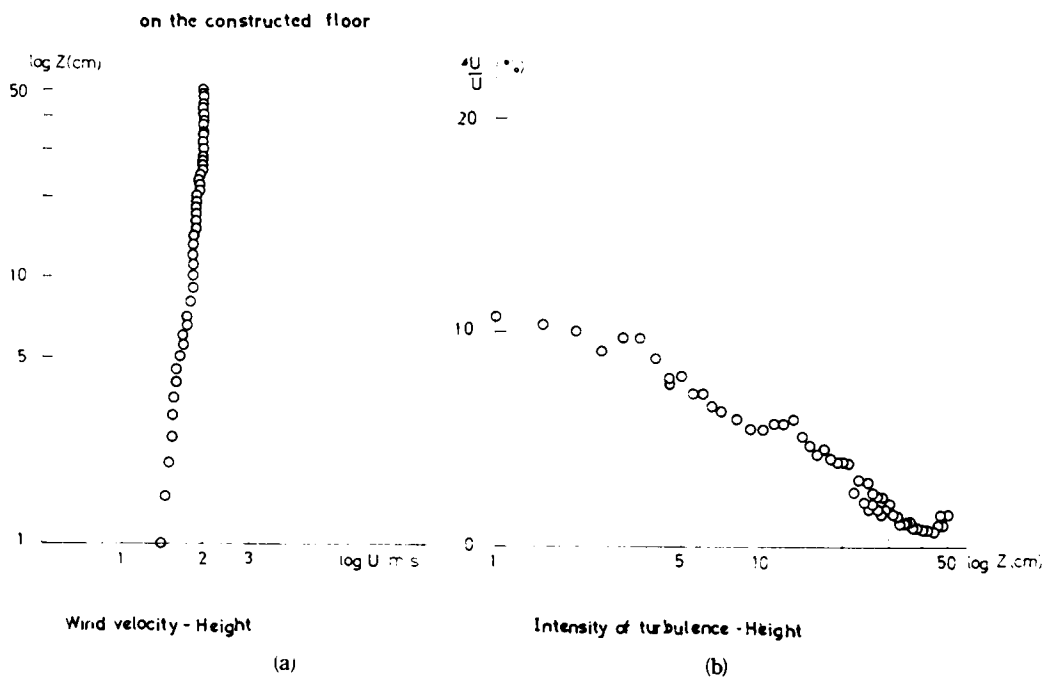


Fig. 3.5.26

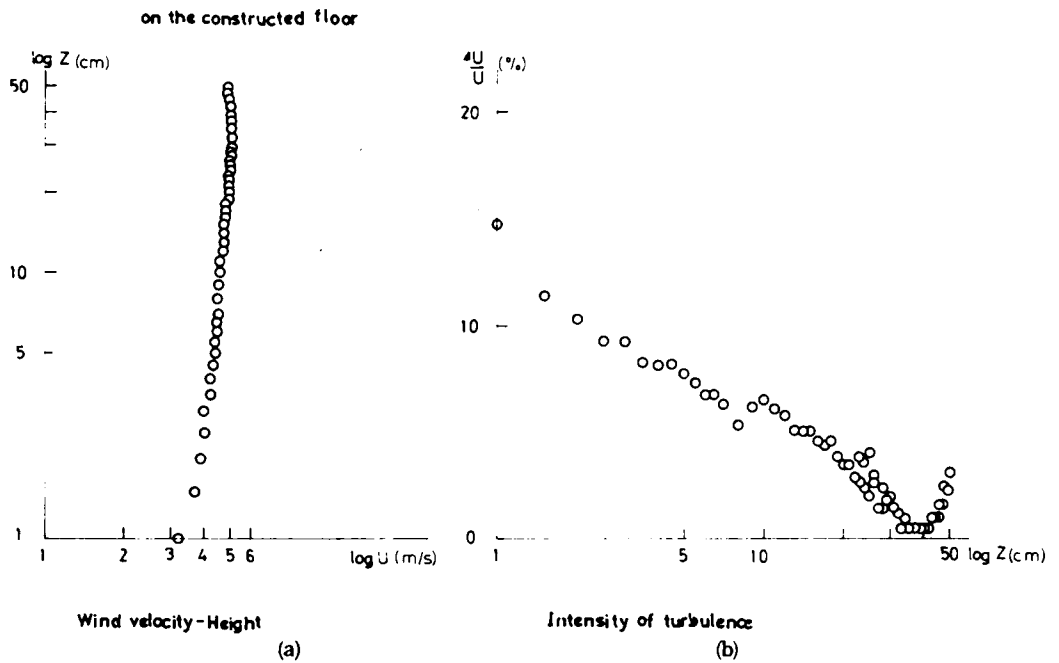


Fig. 3.5.27

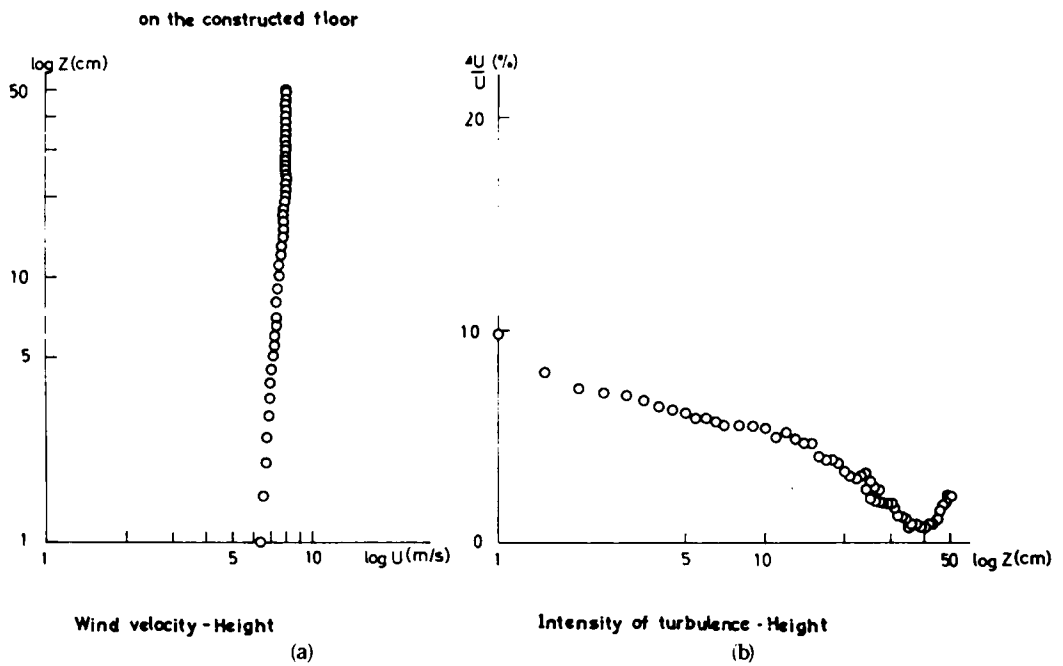


Fig. 3.5.28

### 3. 6 南港連絡橋模型

本研究に用いられた模型は、全径間模型1基と部分模型2基であり、それぞれについて以下に簡単に説明を加える。

#### 全径間模型

縮尺 1/500 の模型で主塔付近の部分2基と吊部分1基の3個の成分より形成されており、それぞれの要素に作用する静的空気力が測定可能となっている。また、2枚の床板は、取りはずし可能になっている。なお、材質はメタアクリル酸樹脂である。全径間模型の略図を Fig. 3.6.1 に示す。

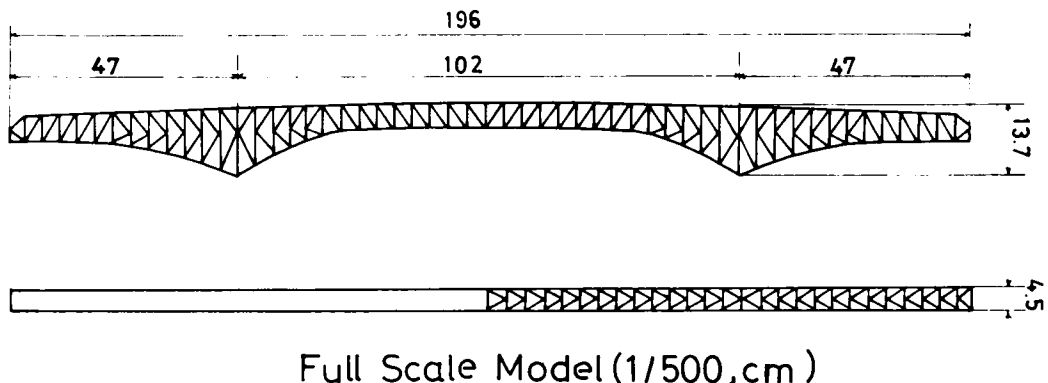
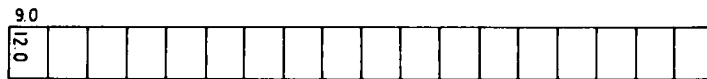
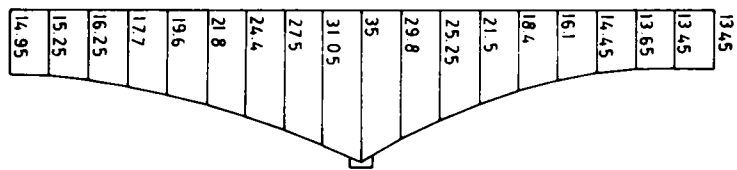


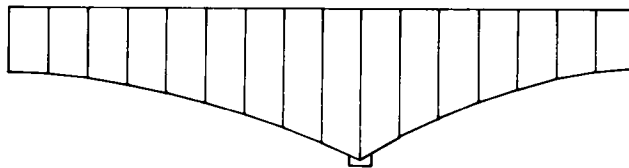
Fig. 3.6.1

#### 部分模型

部分模型は、1/200 縮尺の主塔を境にして左右9パネルずつ張り出している部分模型と、1/200縮尺の吊部の部分模型を用いた。前者の部分模型は、各パネルは自由に取りはずしが可能となっており、架設時に作用する静的空気力を調べる目的で作成されている。本研究では、主塔を境にして、左右9パネルずつ張り出している形式を記号  ${}_9P_9$  で表わし、吊部側に7パネル、逆側に9パネル張り出している形式を記号  ${}_7P_9$  で表わすことにする。一方、吊部部分模型は、両端に円形端板が取り付けられるようになっており、主として、迎え角 (angle of attack) による静的空気力の変化および断面の耐風上の動的な特性を調べるために作成された。以上2基の部分模型は、共にメタアクリル酸樹脂より出来ている。部分模型  ${}_9P_9$  および  ${}_7P_9$  の略図を Fig. 3.6.2 に示し、吊部部分模型の略図を Fig. 3.6.3 に示す。なお、図中の数字は断面寸法を示すものである。

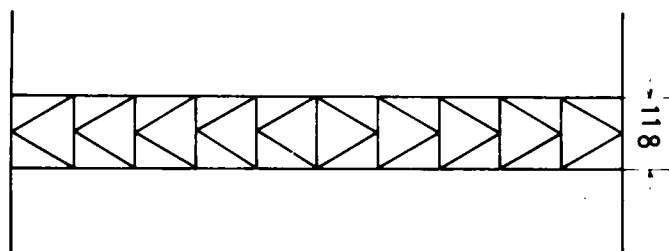
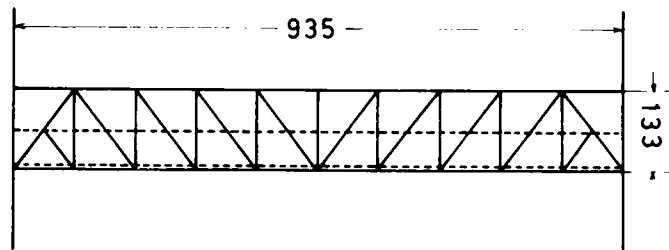


${}_9P_9$  Model (1/200,cm)



${}_7P_9$  Model

Fig. 3.6.2



SECTIONAL MODEL OF SUSPENDED PART  
(1 / 200)

Fig. 3.6.3

### 3.7 充実率 (solidity ratio)

一般に、トラス面が2枚ある橋梁形式においては、この橋梁に作用する空気力は、充実率に大きく影響されることは、すでに W. W. Pagon により指摘されている。<sup>4)</sup> 従って、本研究においても、南港連絡橋の部分模型  ${}_9P_9$  および  ${}_7P_9$  について、各水平迎え角に対する充実率を求めた。

ここで、充実率を次式で定義する。

$$\phi(\alpha) = \frac{S_R(\alpha)}{S_T(0)} \quad (3.7.1)$$

$$\phi^*(\alpha) = \frac{S_R(\alpha)}{S_T(\alpha)} \quad (3.7.2)$$

但し、

$\alpha$  ; 水平迎え角,  $\phi(\alpha)$ ,  $\phi^*(\alpha)$  ; 水平迎え角  $\alpha$  に対する充実率

$S_R(\alpha)$  ; 水平迎え角  $\alpha$  に対する模型の実質面積

$S_T(\alpha)$  ; 水平迎え角  $\alpha$  に対する模型の外形面積

$S_T(0)$  ; 水平迎え角  $0^\circ$  に対する模型の外形面積

このように充実率を定義するとき、各水平迎え角に対する外形面積ならびに実質面積を求める必要がある。本研究では、これらの面積を求めるのに以下に述べる方法によった。

- (i) 部分模型  ${}_9P_9$  について、模型の 1:2 (実橋の 1/400) の縮尺で、各部材の中心線を、まず水平迎え角  $0^\circ$  の状態で描く。
- (ii) この図を基にして、各水平迎え角に応じて、投影図を求める。
- (iii) 模型各部材の断面寸法を考慮して、上記の方法で得られた各水平迎え角に応じた部材中心線投影図に肉付けを行なう。
- (iv) 以上の方法で得られた各図より、水平迎え角に応じた実質面積および外形面積を求め、充実率を算出する。

上記のようにして求められた投影図より得られる、部分模型  ${}_9P_9$  の外形面積  $S_T(\alpha)$ 、実質面積  $S_R(\alpha)$  および式 (3.7.1)、式 (3.7.2) で定義される充実率  $\phi(\alpha)$ 、 $\phi^*(\alpha)$  の各値を以下の表に示す。

また、横軸に水平迎え角を、縦軸に充実率をとり、これらの結果をプロットしたのが Fig. 3.7.1 から Fig. 3.7.5 である。これらの図 次のことが知られる。

式 (3.7.1) より求められる充実率  $\phi(\alpha)$  については、

- (i) 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、充実率  $\phi(0)$  は、24.5 % (部分模型  ${}_9P_9$ )、24.5 % (部分模型  ${}_7P_9$ )、31.0 % (全径間模型) であるが、水平迎え角が増加するに伴って、充実率  $\phi(\alpha)$  も増加し、水平迎え角が  $20^\circ$  で最大となり、充実率  $\phi(20)$  は、それぞれ、53.3 % (部分模型  ${}_9P_9$ )、54.3 %

部 分 模 型  ${}_9P_9$

水平迎え角 $\alpha(^{\circ})$	外形面積 $S_T(\text{cm}^2)$	実質面積 $S_R(\text{cm}^2)$	充 実 率 (%)	
			$\phi(\alpha)$	$\phi^*(\alpha)$
0	3382	830	24.5	24.5
10	3403	2025	48.5	47.7
20	3418	1802	53.3	52.7
30	3430	1580	46.7	46.1
40	2909	1432	42.3	49.2
50	2722	1546	45.7	56.2
60	2002	1161	34.3	57.9
70	1519	972	28.7	63.7
80	1000	758	22.4	75.8
90	422	246	7.3	58.2

部 分 模 型  ${}_7P_9$

水平迎え角 $\alpha(^{\circ})$	外形面積 $S_T(\text{cm}^2)$	実質面積 $S_R(\text{cm}^2)$	充 実 率 (%)	
			$\phi(\alpha)$	$\phi^*(\alpha)$
0	3105	762	24.5	24.5
10	3157	1596	48.5	47.7
20	3202	1688	54.3	52.7
30	3245	1496	48.2	46.1
40	2731	1344	43.3	49.2
50	2575	1447	46.6	56.2
60	1887	1093	35.2	57.9
70	1458	932	30.0	63.7
80	969	735	23.7	75.8
90	422	246	7.9	58.2

全 径 間 模 型

水平迎え角 $\alpha(^{\circ})$	外形面積 $S_T(\text{cm}^2)$	実質面積 $S_R(\text{cm}^2)$	充 実 率 (%)	
			$\phi(\alpha)$	$\phi^*(\alpha)$
0	1362	423	31.0	31.0
10	1375	741	54.4	53.9
20	1385	812	59.6	59.8
30	1393	717	52.6	51.5
40	1187	662	48.6	55.8
50	1113	689	50.6	61.9
60	815	520	38.2	63.8
70	597	427	31.4	71.5
80	404	327	24.0	80.9
90	135	93	6.8	69.0

(部分模型  $7P_9$ )，59.6 % (全径間模型) となる。

- (ii) 水平迎え角が  $20^\circ$  を越えると、水平迎え角の増加に伴って、充実率  $\phi(\alpha)$  は、次第に減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、充実率  $\phi(90)$  は、それぞれ 7.3 % (部分模型  $9P_9$ )，7.9 % (部分模型  $7P_9$ )，6.8 % (全径間模型) となる。ただし、これら、3 種類の模型共通して、水平迎え角が  $50^\circ$  付近で、局所的なピークがみられるが、これは、上流面トラスと下流面トラスの相対的な位置によるものと考えられる。

式 (4.7.2) より求められる充実率  $\phi$

- (i) 水平迎え角が  $0^\circ$  のときは、充実率  $\phi^*(0)$  は、上記の  $\phi(0)$  と一致し、24.5 % (部分模型  $9P_9$ )，24.5 % (部分模型  $7P_9$ )，31.0 % (全径間模型) となる。
- (ii) 水平迎え角が  $20^\circ$  までは、充実率は増加するが、 $20^\circ$  から  $30^\circ$  の間は減少する。
- (iii) 水平迎え角が  $30^\circ$  を越えると、水平迎え角の増加と共に、充実率  $\phi^*(\alpha)$  も増加し、水平迎え角が  $80^\circ$  のとき最大となり、充実率  $\phi^*(80)$  は、75.8 % (部分模型  $9P_9$ )，75.8 % (部分模型  $7P_9$ )，80.9 % (全径間模型) となる。
- (iv) 水平迎え角が  $80^\circ$  を越えると、充実率  $\phi^*(\alpha)$  は減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、充実率  $\phi^*(90)$  は、58.2 % (部分模型  $9P_9$ )，58.2 % (部分模型  $7P_9$ )，69.0 % (全径間模型) となる。

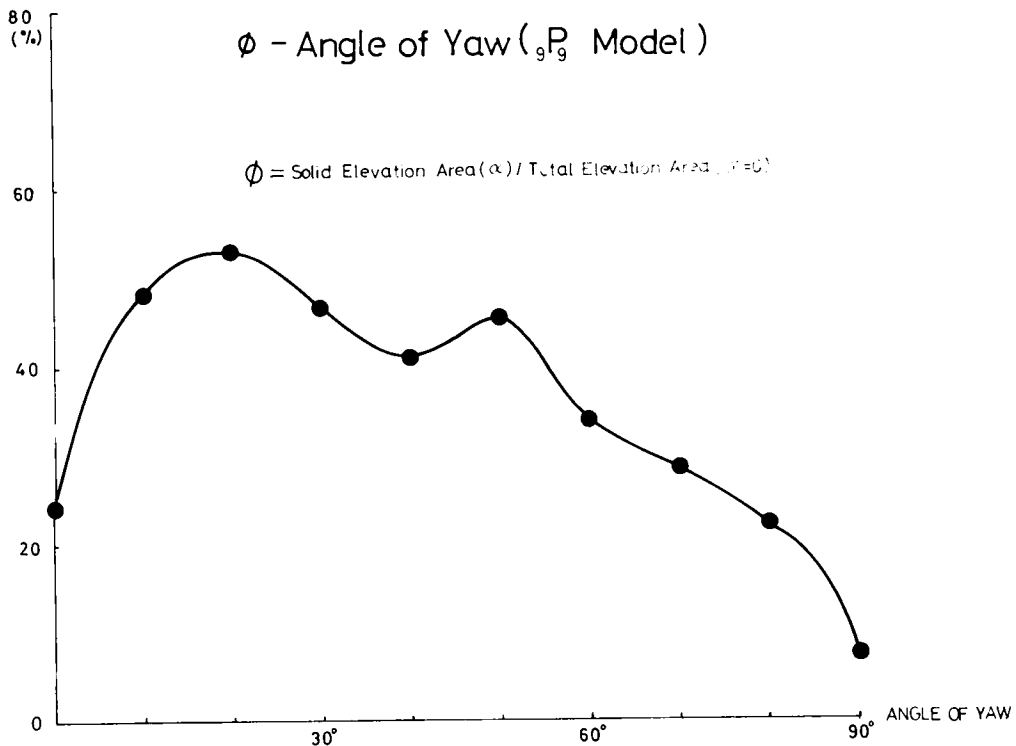


Fig. 3.7.1

### $\phi$ -Angle of Yaw (Full Scale Model)

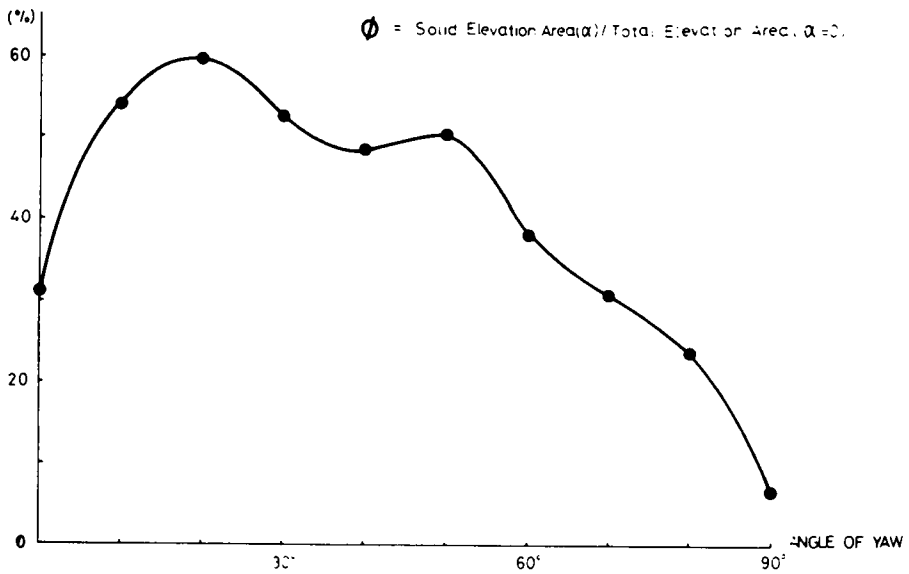
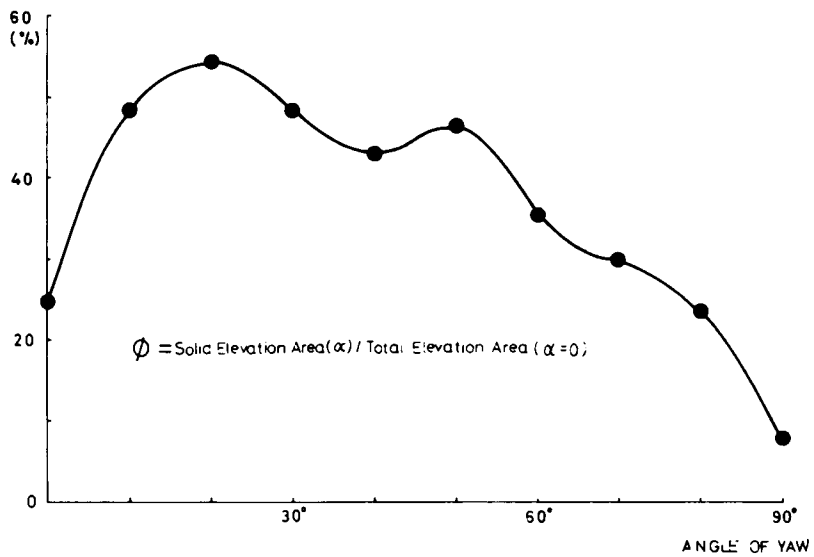


Fig. 3.7.2



### $\phi$ -Angle of Yaw ( $7P_9$ Model)

Fig. 3.7.3



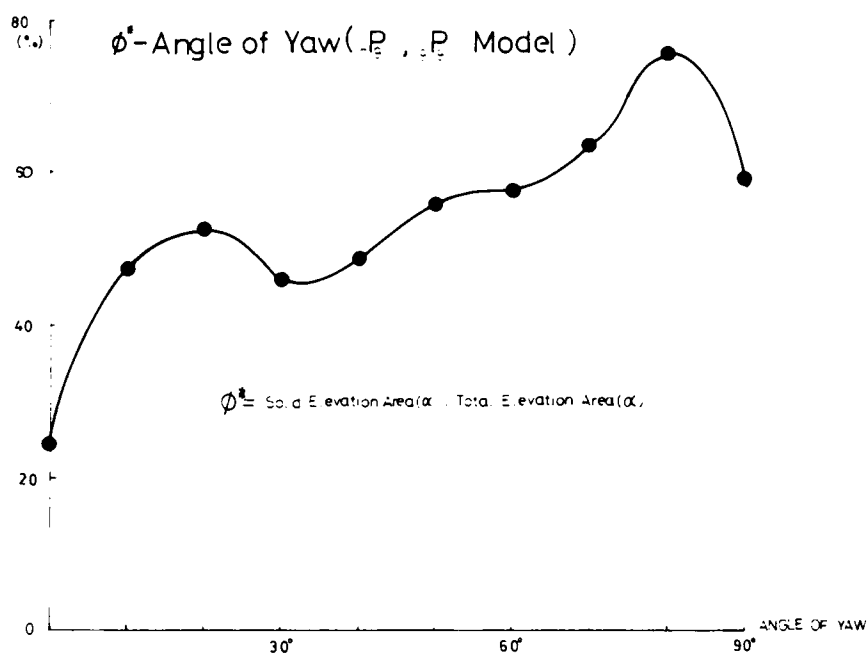


Fig. 3.7.4

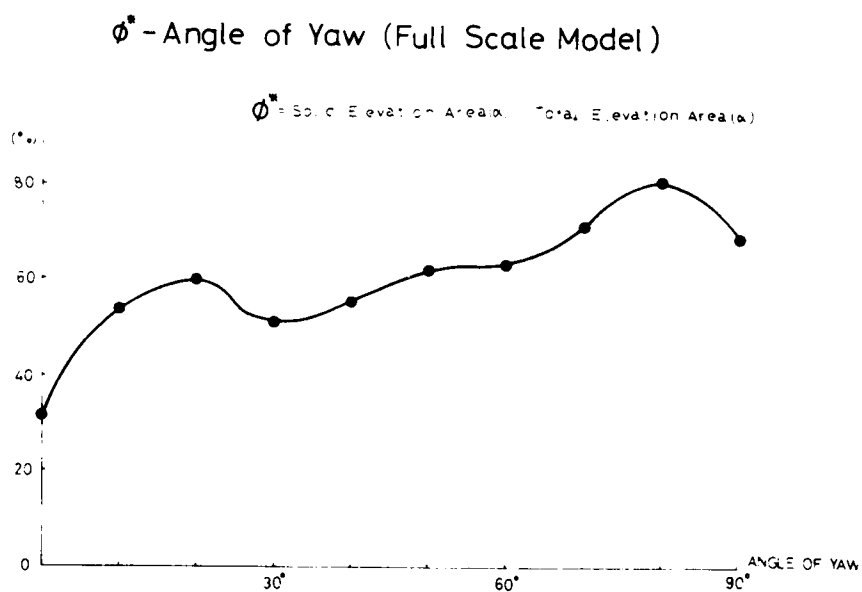


Fig. 3.7.5

なお、写真1より写真6に水平迎え角を有する部分模型，P，および全径間模型の様子を示す。

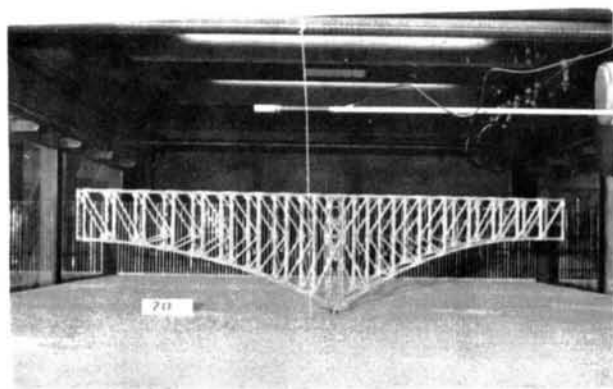
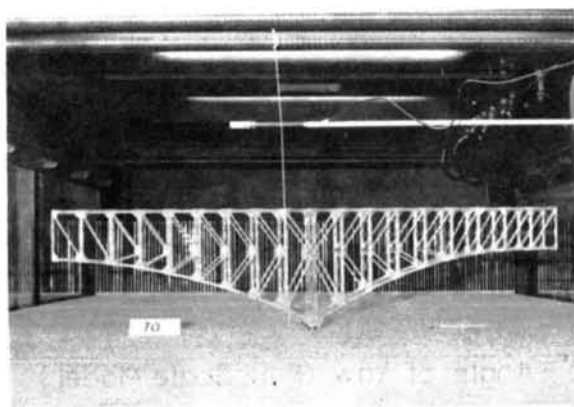
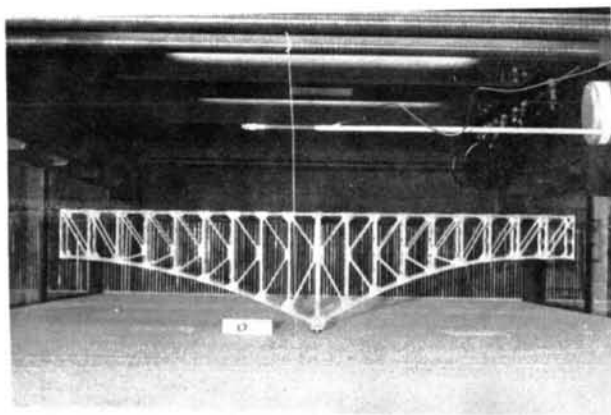


写真 1. 水平迎え角  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  をもつ  $9P_9$  模型

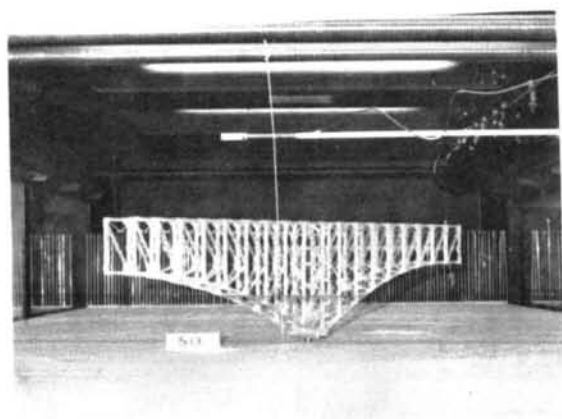
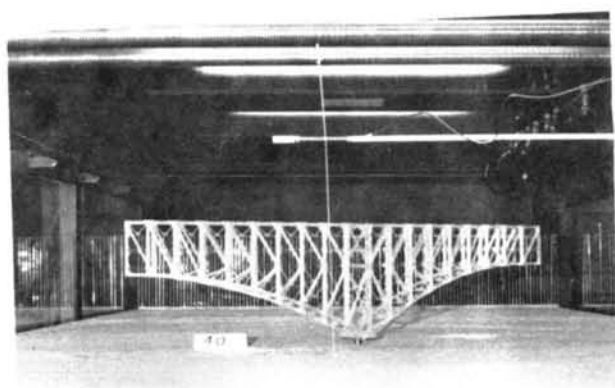
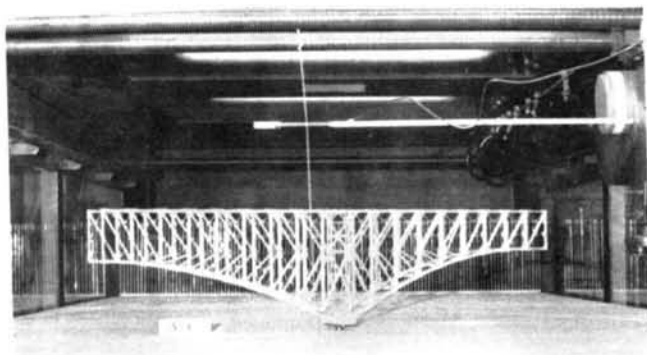


写真 2. 水平迎え角  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$  をもつ  $9P_9$  模型

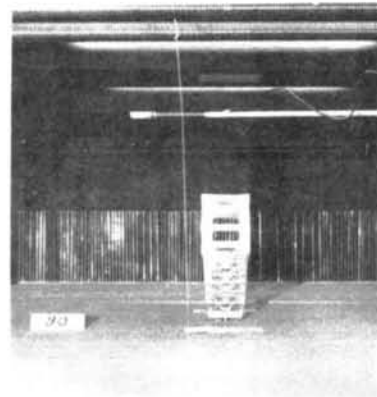
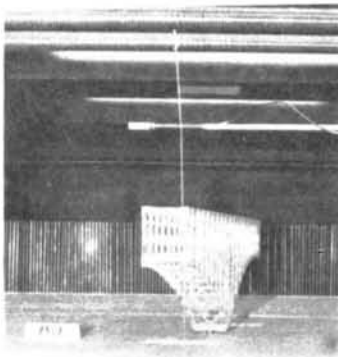
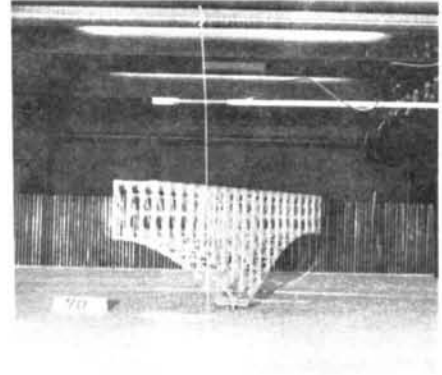
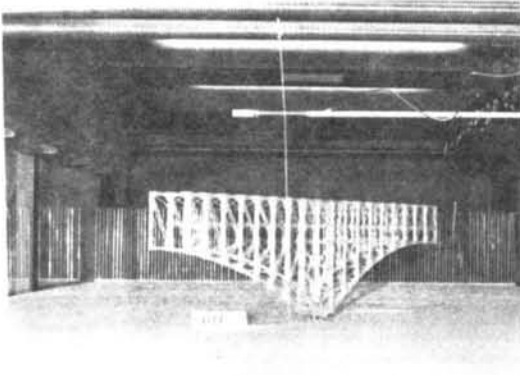


写真 3. 水平迎え角  $60^\circ$ ,  $70^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $90^\circ$  をもつ  $9P_9$  模型

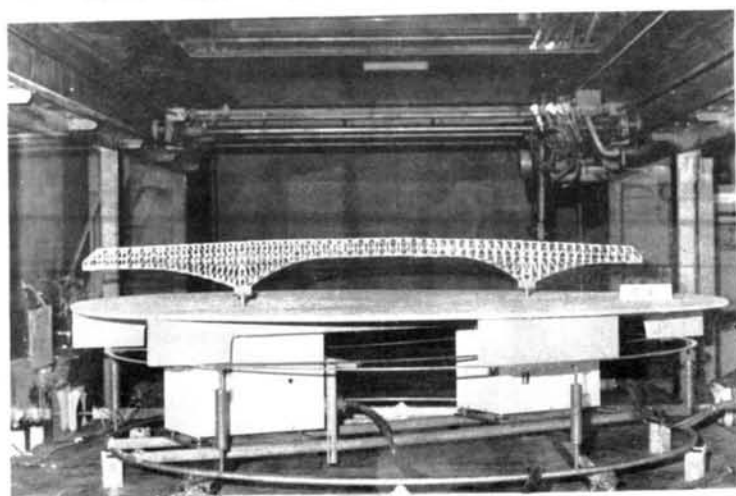
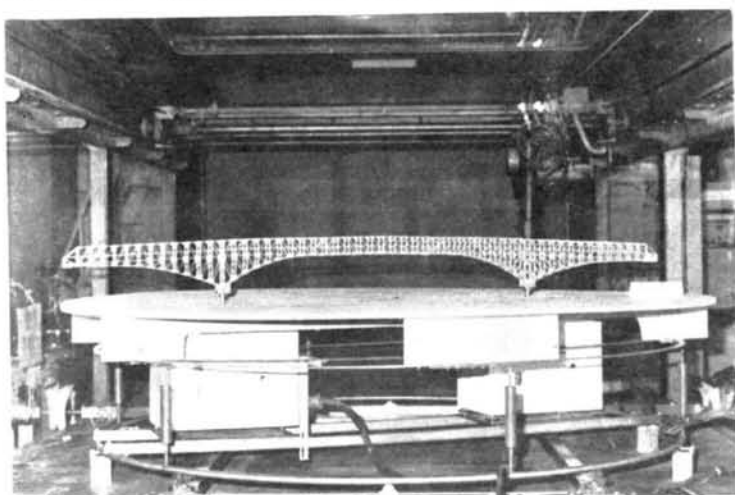
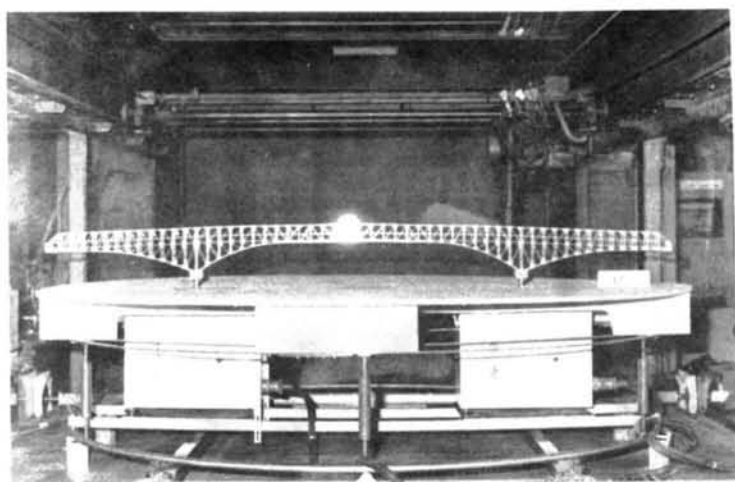


写真 4. 水平迎え角  $0^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  をもつ全径間模型

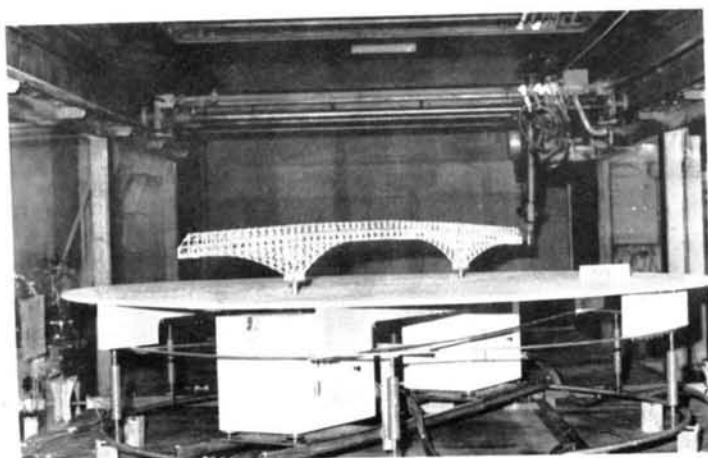
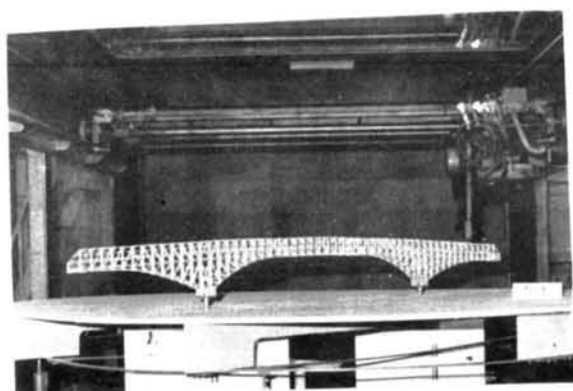
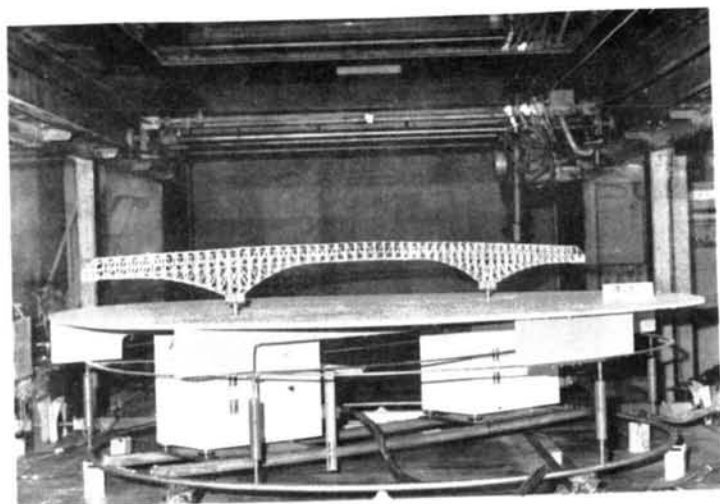


写真 5. 水平迎え角  $40^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  をもつ全径間模型

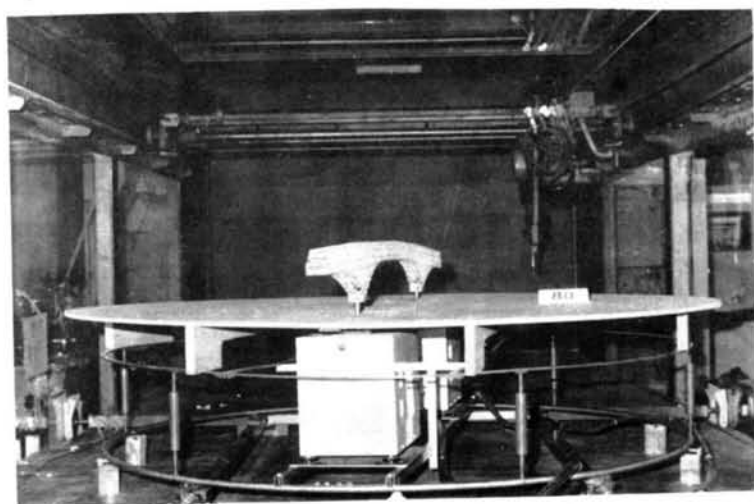
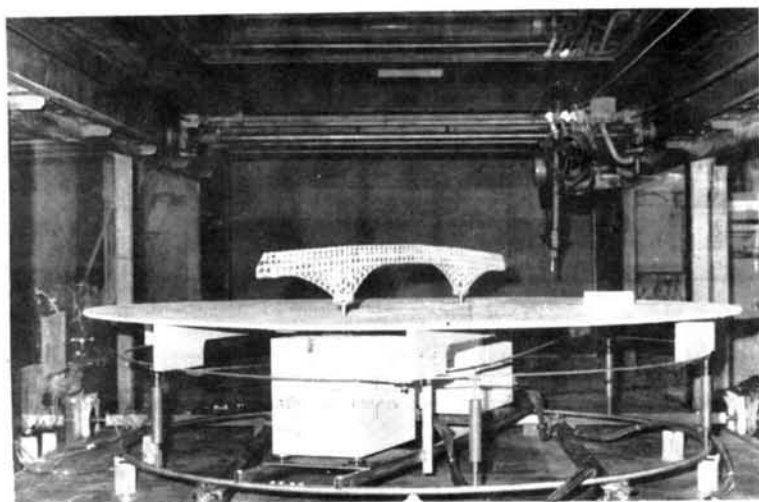
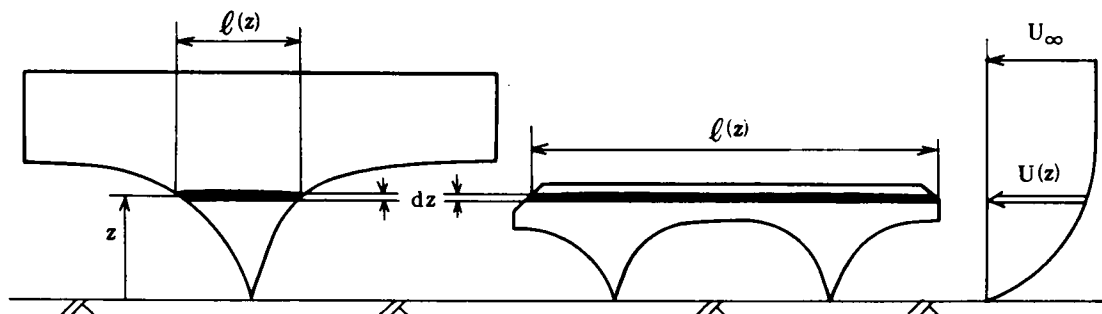


写真 6. 水平迎え角  $70^\circ$ ,  $80^\circ$  をもつ全径間模型

### 3. 8 せん断流れの中の南港連絡橋の抗力係数

前述のように、実際の自然風は、地表付近では各種の障害物のために、速度欠損が生じその結果風速は鉛直方向にある分布をなす。南港連絡橋の上弦材が海面上、最高高さが約80mであることを考えたとき、当然境界層の中に含まれてしまうため、高さによって、それぞれ異った風速が作用する。このため、模型実験においては前述の各種の境界層発生装置を用いて風洞内にせん断流れを作り出し、境界層中に置れた部分模型および全径間模型に作用する抗力を測定した。



模型に作用する抗力を  $D$ 、抗力係数を  $C_D^*(z)$ 、風速を  $U(z)$ 、空気密度を  $\rho$ 、床面からの高さを  $z$ 、高さ  $z$  での模型の長さを  $l(z)$ 、充実率を  $\varphi(z)$  とするとき、

$$D = \frac{1}{2} \int_z C_D^*(z) U^2(z) l(z) \varphi(z) dz \quad (3.8.1)$$

が成立する。

なお、

$$\int_z l(z) dz = \text{外形面積}, \quad \int_z \varphi(z) l(z) dz = \text{実質面積}$$

式 (3.8.1) における、抗力係数  $C_D^*(z)$  は、床からの高さ  $z$  面における支配的な部材断面と、空気流中に含まれる乱れの強さに従属する物理量であり、

$$C_D^*(z) = \text{func. (支配的な部材断面, 乱れの強さ)}_{z=z}$$

と考えるべきであろう。この抗力係数に及ぼす乱れの強さの影響については、境界層中では、床面に近づくにつれて乱れの強さが増大することを考えたとき、非常に重要な問題ではあるが現段階では、この方面の研究はほとんどなされておらず、この問題については今後の研究に待ちたい。

そこで本研究では、抗力係数は乱れの有無にかかわらず一定であると仮定すると共に、支配的な部材断面形状が高さにかかわらず、ほぼ正方形に近いことを考えたとき、式 (3.8.1) における抗力係数  $C_D^*(z)$



は高さ  $z$  によらず一定の値であると仮定できよう。更に、充実率  $\varphi(z)$  も、正確には当然高さ  $z$  の関数となろうが、各高さにおける充実率を求めることは極めて困難なため、各高さにおける充実率  $\varphi(z)$  は全て、模型全体の充実率  $\varphi_0$  に等しいものとする。

このような、幾つかの仮定のもとに式 (3.8.1) を書き直せば

$$D = \frac{1}{2} \rho C_D^* \varphi_0 \int_z U^2(z) \ell(z) dz \quad (3.8.2)$$

となる。

一方、南港連絡橋の形状の複雑さのため、床面支承部より、上弦材までの高さまでを  $n$  個に区切り、式 (3.8.2) で示される積分を和分で表わせば、各模型に作用する抗力は、次式で与えられる。

$$D = \frac{1}{2} \rho C_D^* \varphi_0 \sum_{i=1}^n U_i^2(z) \cdot \ell_i(z) \cdot \Delta z_i \quad (3.8.3)$$

但し、 $U_i^2(z)$  ; 高さ  $z$  ,  $z + \Delta z$  区間での風速の 2 乗の平均値。

次に、境界層外の風速を対象として、求められる抗力係数を  $C_D$  とすれば、

$$D = \frac{1}{2} \rho C_D \varphi_0 \cdot A \cdot U_\infty^2 \quad (3.8.4)$$

が成立する。

但し、 $A$  ; 模型の外形面積

$U_\infty$  ; 境界層外の風速

境界層内の風速と面積の鉛直分布を考慮して得られる抗力係数  $C_D^*$  と、考慮せず得られる抗力係数  $C_D$  の比は、式 (3.8.3) と式 (3.8.4) の比をとって、次式より求めることができる。

$$\frac{C_D^*}{C_D} = \frac{U_\infty^2 \cdot A}{\sum_{i=1}^n U_i^2(z) \ell_i(z) \cdot \Delta z} \quad (3.8.5)$$

境界層 A および B における部分模型  $9P_9$  および全径間模型に対する上述の抗力係数比  $C_D^*/C_D$  を求めれば次表のようになる。

模 型	境 界 層	抗 力 係 数 比 $C_D^*/C_D$				
		風 速 (m/sec)				平 均 值
		3	4	5	6	
部分模型 $9P_9$	A	(1.0181)	1.4450	1.3791	1.3682	1.3838
	B	1.1209	1.1227	1.1154	1.1139	1.1182
全 徑 間 模 型	A	(3.0788)	2.7581	2.4925	2.3496	2.5334
	B	(1.3872)	1.3784	1.3711	1.3574	1.3690

注) ( ) 内の数値は実験値のパラツキが大きいので、平均値の計算には含まれていない。

### 3.9 静的空気力実験結果

#### 3.9.1 抗力係数と水平迎え角

各模型に作用する抗力が実験的に求まれば式(3.8.3)および式(3.8.4)より、抗力係数  $C_D^*$ ,  $C_D$  を求めることができる。横軸に水平迎え角を、縦軸に抗力係数を取り、これらの結果をプロットしたのが Fig. 3.9.1.1 から Fig. 3.9.1.9 である。これらの図より次の事が知られる。

部分模型  $9P_9$  および  $7P_9$  について

(i) 部分模型  $9P_9$  がせん断流れによる境界層 A の中に置かれた時

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき(すなわち、空気流れが橋軸に直角に作用するとき)抗力係数は、約 1.9 (1.4)となる。なお( )内の値は、対象風速として境界層外の風速をとって計算される抗力係数  $C_D$  値を表わす。
2. 水平迎え角が  $20^\circ \sim 30^\circ$  付近までは、水平迎え角の増加と共に、抗力係数も増加し、水平迎え角が  $20^\circ \sim 30^\circ$  付近で最大となり、約 2.3 (1.7)となる。
3. 水平迎え角が  $20^\circ \sim 30^\circ$  付近を越せば、水平迎え角の増加に伴って、抗力係数は次第に減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  で 0 となる。

(ii) 部分模型  $9P_9$  がせん断流れによる境界層 B の中に置かれた時

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、抗力係数は、約 2.0 (1.80)となる。
2. 水平迎え角が  $10^\circ \sim 15^\circ$  付近までは、水平迎え角の増加と共に、抗力係数も増加し、水平迎え角が  $10^\circ \sim 15^\circ$  付近で最大となり、約 2.5 (2.2)となる。
3. 水平迎え角が  $10^\circ \sim 15^\circ$  付近を越せば、水平迎え角の増加に伴って、抗力係数は次第に減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  で 0 となる。

(iii) 部分模型  $7P_9$  がせん断流れによる境界層 B の中に置かれた時

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、抗力係数は約 2.0 (1.75)となる。
2. 水平迎え角が  $15^\circ \sim 20^\circ$  付近までは水平迎え角の増加に伴い、抗力係数も増加し、水平迎え角が  $15^\circ \sim 20^\circ$  付近で最大となり、約 2.4 (2.0)となる。
3. 水平迎え角が  $15^\circ \sim 20^\circ$  付近を越せば、水平迎え角の増加と共に、抗力係数は次第に減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  で 0 となる。

全径間模型について

全径間模型に作用する抗力は、2ヶ所の主塔下支承部で測定した。本研究では、便宜上、風上側測定部の抗力係数に記号Ⅱを、風下側測定部の抗力係数に記号Ⅰを付けて表わすものとする。

(i) 一様流中におかれた時、風上側支承部の抗力係数  $C_{DⅡ}$

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、風速の違いによるバラツキは多少あるが約 2.0 前後の値を示す。
2. 水平迎え角が増加するとき、上記で述べた部分模型  $9P_9$  または  $7P_9$  の場合にみられた水平迎え角  $10^\circ \sim 20^\circ$  付近でのピークはみられず水平迎え角が  $30^\circ$  までは、ほぼ水平かもしくは、ほんの少し減少している。

3. 水平迎え角が  $30^\circ$  付近を越せば、抗力係数は水平迎え角の増加に伴って、急激に減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、0 となる。

(ii) 一様流中におかれた時、風下側支承部の抗力係数  $C_{DI}$

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、抗力係数は、2.0 ～ 2.1 となる。
2. 水平迎え角が  $30^\circ \sim 40^\circ$  付近までは、抗力係数は、水平迎え角の増加にかかわらず、ほぼ一定であり約 1.7 を示す。
3. 水平迎え角が  $30^\circ \sim 40^\circ$  付近を越せば、抗力係数は、水平迎え角の増加に伴って、急激に減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、0 となる。

(iii) せん断流れによる境界層 A の中に置れた時、風上側支承部の抗力係数  $C_{DI}$

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、抗力係数は、約 3.0 (1.2) となる。なお、( ) 内の値は、部分模型の場合と同様に、対象風速として、境界層外の風速をとったときの抗力係数の値を示す。
2. 水平迎え角が  $10^\circ$  付近でややピークがみられるが、部分模型で述べたような、はっきりとしたピークではなく、水平迎え角が  $0^\circ \sim 30^\circ$  の範囲ではほぼ一定値約 3.0 (1.2) を示している。
3. 水平迎え角が  $30^\circ$  付近を越せば、抗力係数は、水平迎え角の増加に伴って、急激に減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、0 となる。

(iv) せん断流れによる境界層 A の中に置かれた時、風下側支承部の抗力係数  $C_{DI}$

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、抗力係数は、約 3.0 (1.2) となる。
2. 水平迎え角が  $10^\circ \sim 20^\circ$  付近までは、水平迎え角の増加と共に、抗力係数も少し増加し、水平迎え角が  $10^\circ \sim 20^\circ$  付近で最大となり、約 3.5 (1.4) 程度の値を示す。
3. 水平迎え角が  $30^\circ$  付近で抗力係数は、 $0^\circ$  のときとほぼ同じとなり、水平迎え角の増加に伴って、減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき 0 となる。

(v) せん断流れによる境界層 B の中に置れた時、風上側支承部の抗力係数  $C_{DI}$

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、風速の違いによる差異はかなり大きく、抗力係数は約 1.7 ～ 2.5 (1.25 ～ 1.8) となる。
2. 水平迎え角が  $25^\circ$  付近で、抗力係数は最大となり、2.6 ～ 2.8 (1.9 ～ 2.2) の値を示す。
3. 水平迎え角が  $25^\circ$  付近を越すと、抗力係数は急激に減少し、水平迎え角が  $80^\circ$  でほぼ 0 となり水平迎え角が  $90^\circ$  で 0 となる。

(vi) せん断流れによる境界層 B の中に置れた時、風下側支承部の抗力係数  $C_{DI}$

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、抗力係数は、約 2.2 (1.65) となる。
2. 水平迎え角が  $10^\circ \sim 30^\circ$  にわたって、抗力係数は、水平迎え角が  $0^\circ$  のときよりもやや大きい一定の値約 2.2 ～ 2.5 (1.7 ～ 1.9) の値を示す。
3. 水平迎え角が  $30^\circ$  を越すと、抗力係数は急激に減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、0 となる。

以上の水平迎え角に対する各模型の抗力係数の特性を次の表に示す。

模 型		空 气 流	抗 力 係 数 $C_D, C_D^*$						
			$\alpha = 0^\circ$		最 大 值			$\alpha = 90^\circ$	
			$C_D^*$	$C_D$	$\alpha$	$C_D^*$	$C_D$	$C_D^*$	$C_D$
部分模型 $9P_9$		境界層 A	1.9	1.4	$20^\circ \sim 30^\circ$	2.3	1.7	0	0
		境界層 B	2.0	1.8	$10^\circ \sim 15^\circ$	2.5	2.2	0	0
部分模型 $7P_9$		境界層 B	2.0	1.75	$15^\circ \sim 20^\circ$	2.4	2.0	0	0
全 徑 間 模 型	風上側 測定点	一 樣 流	2.0	2.0	$0^\circ$	2.0	2.0	0	0
		境界層 A	3.0	1.2	$0^\circ \sim 30^\circ$	3.0	1.2	0	0
		境界層 B	1.7~2.5	1.25~1.8	$25^\circ$	2.6~2.8	1.9~2.2	0	0
	風下側 測定点	一 樣 流	2.0~2.1	2.0~2.1	$0^\circ$	2.0~2.1	2.0~2.1	0	0
		境界層 A	3.0	1.2	$10^\circ \sim 20^\circ$	3.5	1.4	0	0
		境界層 B	2.2	1.65	$10^\circ \sim 30^\circ$	2.2~2.5	1.7~1.9	0	0

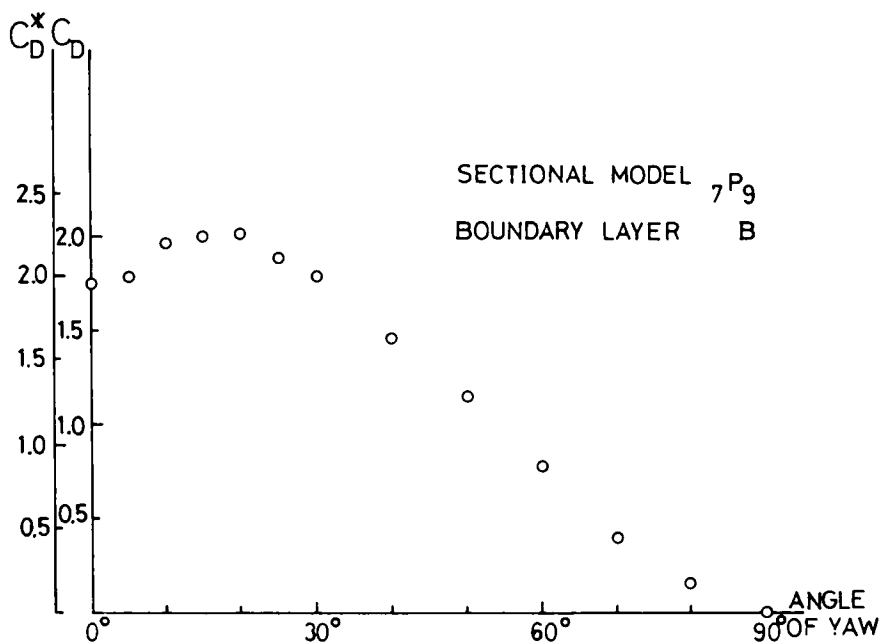


Fig. 3.9.1.1

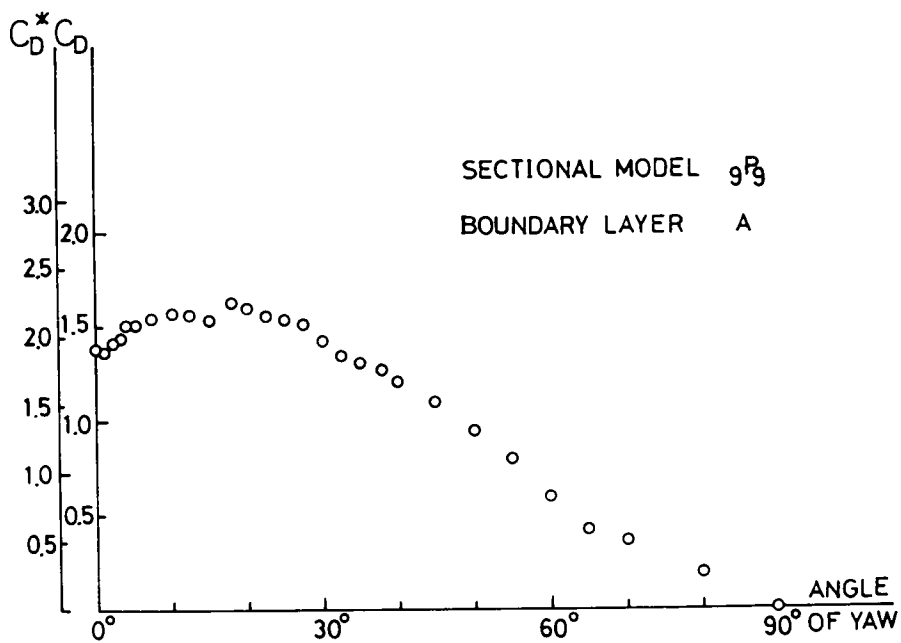


Fig. 3.9.1.2

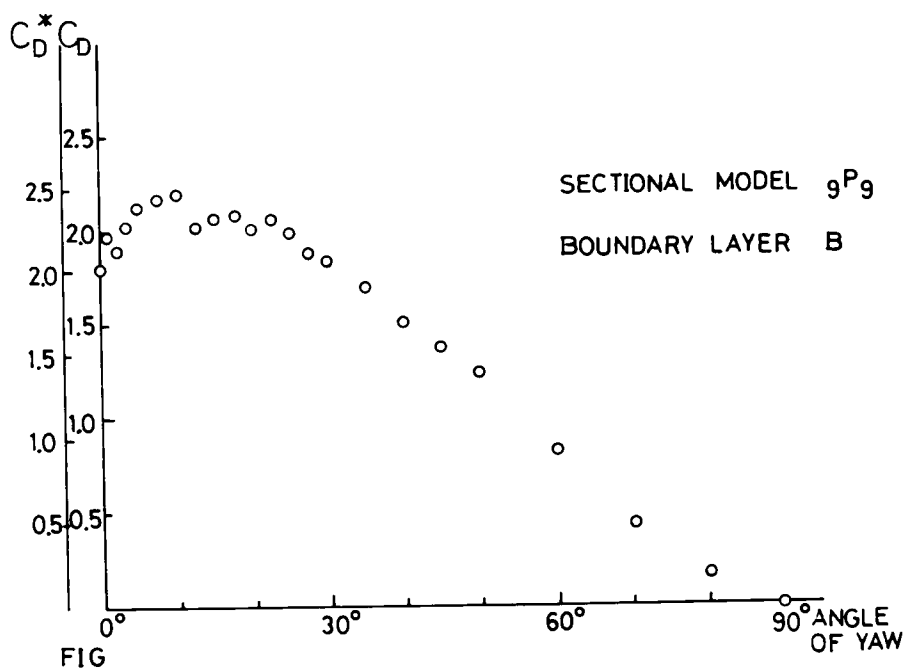


Fig. 3.9.1.3

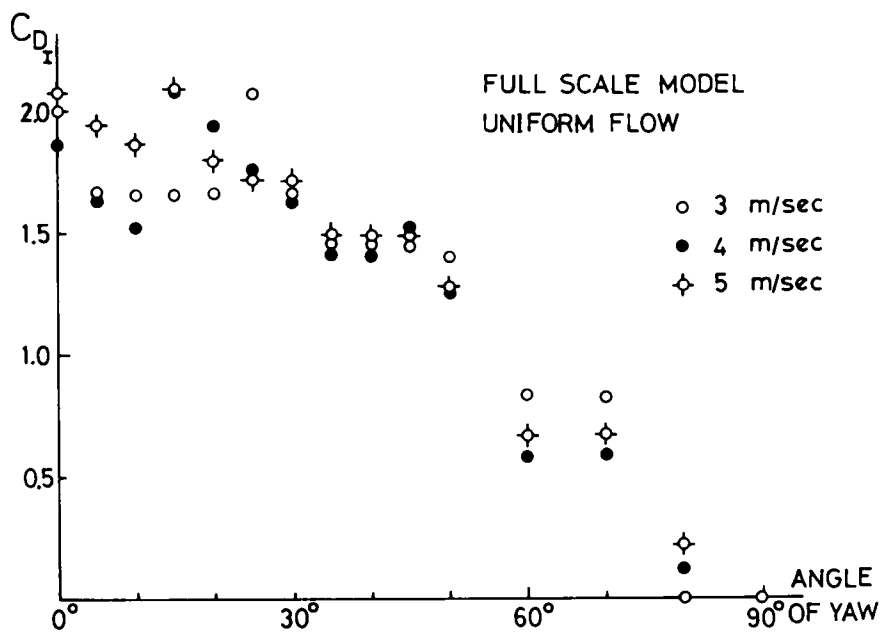


Fig. 3.9.1.4

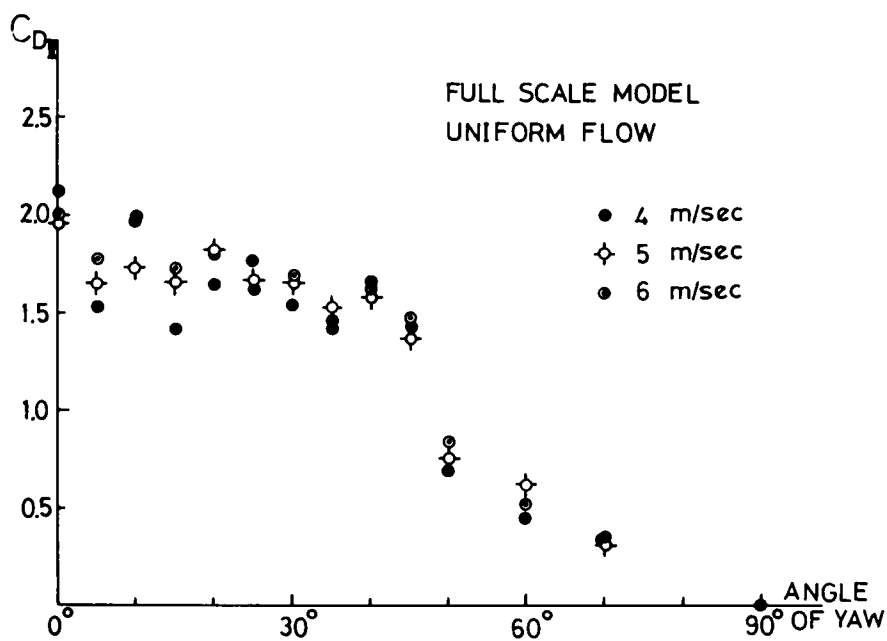


Fig. 3.9.1.5

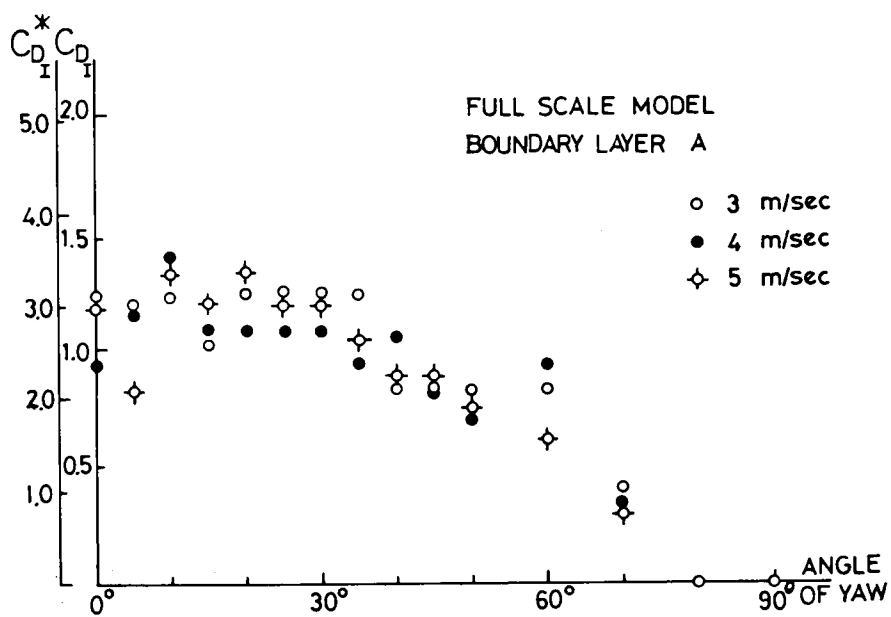


Fig. 3.9.1.6

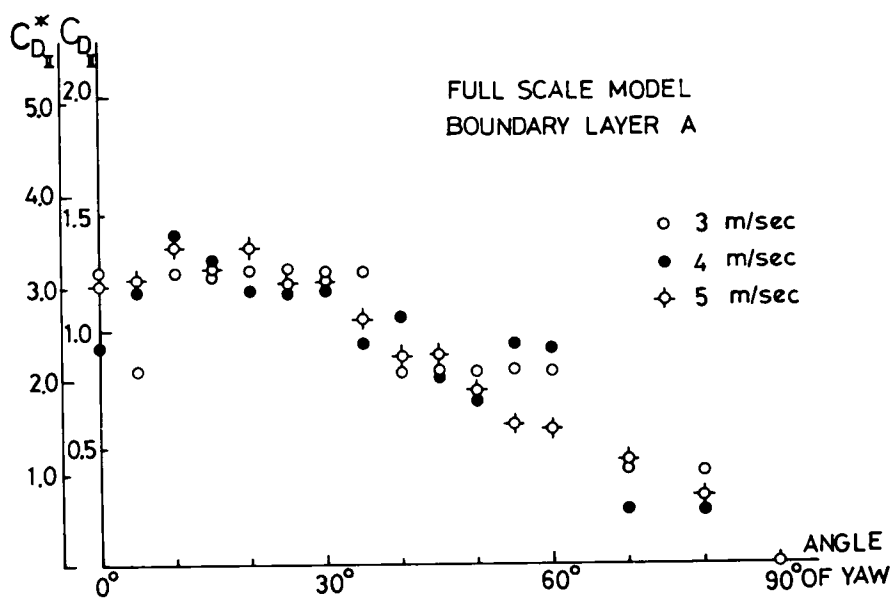


Fig. 3.9.1.7

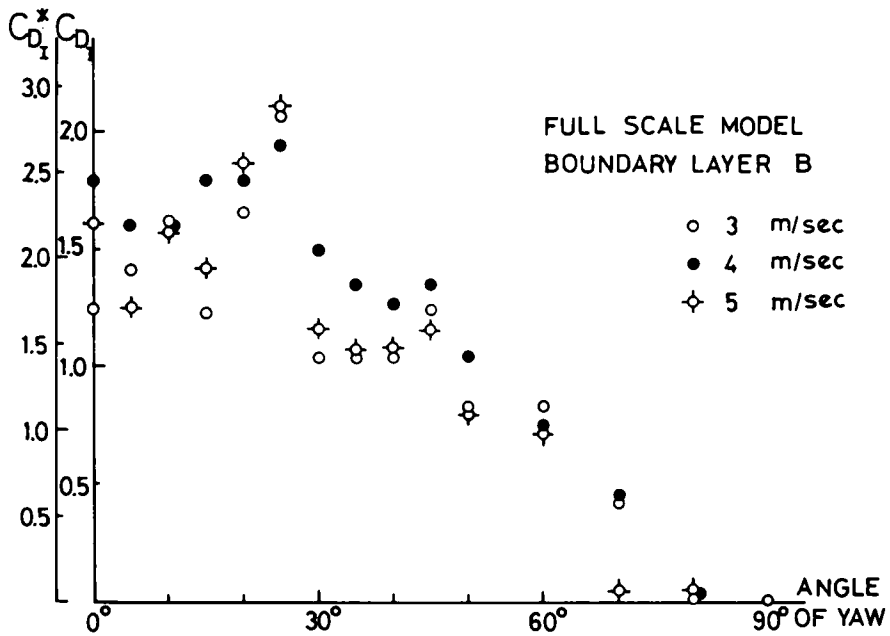


Fig. 3.9.1.8

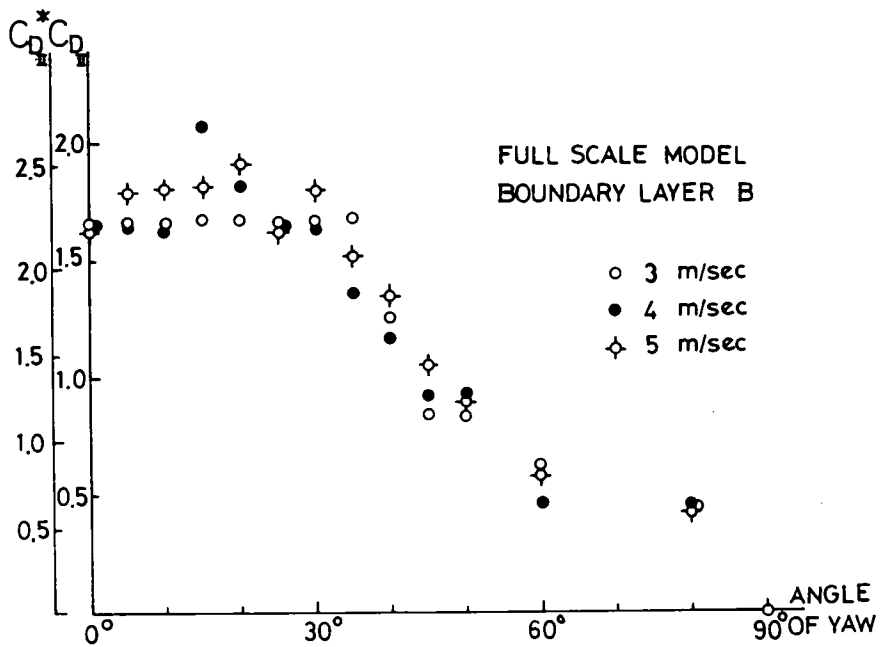


Fig. 3.9.1.9



### 3.9.2 横力係数と水平迎え角

抗力係数の場合と同様に横力係数の場合も、空気力係数を求める際の対象風速ならびに対象面積として、

(i) 境界層内の速度鉛直分布ならびに模型面積の鉛直分布をとる場合

(ii) 境界層外の速度ならびに模型全体の面積をとる場合

の2通りを考え、それぞれの場合について解析を試みた。すなわち、

(i)の場合には、

$$S = \frac{1}{2} \rho C_s^* \varphi_0 \sum_{i=1}^n U_i^2(z) \ell_i(z) \Delta z_i \quad (3.9.2.1)$$

(ii)の場合

$$S = \frac{1}{2} \rho C_s \varphi_0 \cdot A \cdot U_\infty^2 \quad (3.9.2.2)$$

なる関係式が成立する。

ただし上式中各記号は、次のとおりである。

$\rho$  : 空気密度,  $S$  : 横力,  $\varphi_0$  : 模型全体の充実率

$U_i(z)$  : 高さ  $z$ ,  $z + \Delta z$  区間における平均風速

$U_\infty$  : 境界層外の風速

$A$  : 模型の外形面積

$\ell_i(z)$  : 高さ  $z$ ,  $z + \Delta z$  区間の模型の平均長さ

$C_s^*$ ,  $C_s$  : 横力係数

境界層 A および B における部分模型  ${}_9P_9$  および全径間模型に対する上述の横力係数比  $C_s^*/C_s$  を求めれば、抗力係数の場合と同様に下表のようになる。

模 型	境 界 層	横 力 係 数 比 $C_s^*/C_s$				
		風 速 ( m/sec )				
		3	4	5	6	平均 値
部分模型 ${}_9P_9$	A	(1.0181)	1.4450	1.3791	1.3682	1.3838
	B	1.1209	1.1227	1.1154	1.1139	1.1182
全 径 間 模 型	A	(3.0788)	2.7581	2.4925	2.3496	2.5334
	B	(1.3872)	1.3784	1.3711	1.3574	1.3690

各模型に作用する横力が実験的に求まれば、式 (3.9.2.1) および (3.9.2.2) より横力係数  $C_s^*$ ,  $C_s$  を求めることができる。横軸に水平迎え角を、縦軸に横力係数を取り、プロットした結果を Fig. 3.9.2.1

から Fig. 3.9.2.5 に示す。これらの図より次の事が知られる。

部分模型  ${}_9P_9$  および  ${}_7P_9$  について

(i) 部分模型  ${}_9P_9$  がせん断流れによる境界層 B の中に置れた時

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、横力係数は 0 (0) となる。( ) 内の値は、境界層外の風速および模型全体の面積を対象にしたとき得られる横力係数  $C_x$  を示す。
2. 水平迎え角が  $55^\circ$  付近までは、水平迎え角の増加と共に横力係数も増加し、水平迎え角が  $55^\circ$  付近で最大となり、約 1.45 (1.3) となる。
3. 水平迎え角が  $55^\circ$  を越すと、水平迎え角の増加に伴い、横力係数は減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、約 0.55 (0.5) の値を示す。

(ii) 部分模型  ${}_7P_9$  がせん断流れによる境界層 B の中に置れた時

この場合は、上記の部分模型  ${}_9P_9$  の場合とほとんど同じ傾向を示している。すなわち、

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、横力係数は 0 (0) となる。
2. 水平迎え角が  $55^\circ$  付近までは、水平迎え角の増加と共に、横力係数も増加し、水平迎え角が  $55^\circ$  付近で最大となり約 1.55 (1.4) となる。
3. 水平迎え角が  $55^\circ$  を越すと、水平迎え角の増加に伴い、横力係数は減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、約 0.75 (0.7) の値を示す。

全径間模型について

(i) 一様流中におかれたとき、風上側支承部の横力係数  $C_{xI}$

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、横力係数は 0 となる。
2. 水平迎え角が  $45^\circ$  付近までは、水平迎え角の増加と共に、横力係数も増加し、水平迎え角が  $45^\circ$  付近で最大となり、約 1.25 の値を示す。
3. 水平迎え角が  $45^\circ$  を越すと、水平迎え角の増加と共に横力係数は減少するが、風速 4 m/sec の場合、水平迎え角が  $70^\circ$  付近で局所的なピークがみられ、約 1.0 の値を示している。水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、横力係数は 0 ~ 0.2 の値を示す。

(ii) 一様流中におかれたとき、風下側支承部の横力係数  $C_{xII}$

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、横力係数は 0 となる。
2. 水平迎え角が  $60^\circ$  付近までは、水平迎え角の増加と共に、横力係数も増加し、水平迎え角が  $60^\circ$  付近で最大となり、約 2.1 の値を示す。
3. 水平迎え角が  $60^\circ$  を越すと、水平迎え角の増加に伴い、横力係数は減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、約 0.9 ~ 1.2 の値を示す。

(iii) せん断流れによる境界層 A の中に置れたとき、風上側支承部の横力係数  $C_{xI}$

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、横力係数は - 0.5 ( - 0.2 ) の値を示す。
2. 水平迎え角が  $30^\circ$  付近までは、水平迎え角の増加と共に横力係数も増加し、水平迎え角が  $30^\circ$  付近で最大となり 1.8 ~ 2.3 ( 0.75 ~ 1.0 ) の値を示す。

3. 水平迎え角が $30^\circ$ 付近を越せば、水平迎え角の増加に伴い、横力係数は減少し、水平迎え角が $60^\circ$ 付近で0となる。
  4. 更に、水平迎え角が大きくなれば、横力係数は減少し、水平迎え角が $90^\circ$ のとき、約 $-2.8 \sim -4.0$  ( $-1.2 \sim -1.6$ )の値を示す。
- (Ⅳ) せん断流れによる境界層 A の中に置れた時、風下側支承部の横力係数  $C_{sI}$
1. 水平迎え角が $0^\circ$ のとき、横力係数は、 $0.8 \sim 1.3$  ( $0.3 \sim 0.5$ )を示す。
  2. 水平迎え角が $45^\circ$ 付近までは、水平迎え角の増加と共に横力係数も増加し、水平迎え角が $45^\circ$ 付近で最大となり、約 $5.2 \sim 5.6$  ( $2.15 \sim 2.30$ )の値を示す。
  3. 水平迎え角が $45^\circ$ 付近を越せば、水平迎え角の増加に伴い、横力係数は減少し、水平迎え角が $90^\circ$ のとき、約 $2.1$  ( $0.8$ )の値を示す。
- (Ⅴ) せん断流れによる境界層 B の中に置れた時、風上側支承部の横力係数  $C_{sII}$
1. 水平迎え角が $0^\circ$ のとき、横力係数は、 $0$  ( $0$ )となる。
  2. 水平迎え角が $0^\circ \sim 30^\circ$ までは、水平迎え角の増加と共に横力係数は増加し、水平迎え角が $30^\circ$ のとき約 $0.9$  ( $0.6$ )の値を示す。
  3. 水平迎え角が $30^\circ$ を越すとき、 $45^\circ$ 付近までは、水平迎え角の増加に伴い横力係数は一旦減少し、 $45^\circ$ 付近から $55^\circ \sim 60^\circ$ までは再び増加し、水平迎え角が $55^\circ \sim 60^\circ$ 付近で横力係数は最大となり、約 $1.1$  ( $0.8$ )の値を示す。
  4. 水平迎え角が $75^\circ$ 付近で再び局所的なピークがみられるが、全体的には水平迎え角の増加に伴って、横力係数は減少の傾向を示し、水平迎え角が $90^\circ$ のとき、約 $0.2$  ( $0.15$ )の値を示す。
- (Ⅵ) せん断流れによる境界層 B の中に置れた時、風下側支承部の横力係数  $C_{sI}$
1. 水平迎え角が $0^\circ$ のとき、横力係数は、 $0.35 \sim 0.6$  ( $0.25 \sim 0.4$ )の値を示す。
  2. 水平迎え角が $45^\circ$ 付近までは、水平迎え角の増加と共に、横力係数も増加し、水平迎え角が $45^\circ$ 付近で最大となり、 $2.9 \sim 3.1$  ( $2.1 \sim 2.2$ )の値を示す。
  3. 水平迎え角が $45^\circ$ 付近を越せば、水平迎え角の増加に伴い、横力係数は減少し、水平迎え角が $90^\circ$ のとき、約 $1.2$  ( $0.8$ )の値を示す。

以上述べた、各模型の水平迎え角に対する横力係数の特性を表にすれば以下の表のようになる。

模 型		空 氣 流	橫 力 係 數 $C_s, C_s^*$						
			$\alpha = 0^\circ$		最 大 值			$\alpha = 90^\circ$	
			$C_s^*$	$C_s$	$\alpha$	$C_s^*$	$C_s$	$C_s^*$	$C_s$
部分模型 $9P_9$		境界層 B	0	0	$55^\circ$	1.45	1.30	0.55	0.50
部分模型 $7P_9$		境界層 B	0	0	$55^\circ$	1.55	1.40	0.75	0.70
全 徑 間 模 型	風上測 測定点	一 樣 流	0	0	$45^\circ$	1.25	1.25	0~0.2	0~0.2
		境界層 A	-0.5	-0.2	$30^\circ$	1.8~2.3	0.75~1.0	-2.8~-4.0	-1.2~-1.6
		境界層 B	0	0	$55^\circ\sim60^\circ$	1.1	0.8	0.2	0.15
	風下側 測定点	一 樣 流	0	0	$60^\circ$	2.1	2.1	0.9~1.2	0.9~1.2
		境界層 A	0.8~1.3	0.3~0.5	$45^\circ$	5.2~5.6	2.15~2.30	2.10	0.80
		境界層 B	0.35~0.6	0.25~0.4	$45^\circ$	2.9~3.1	2.1~2.2	1.2	0.80

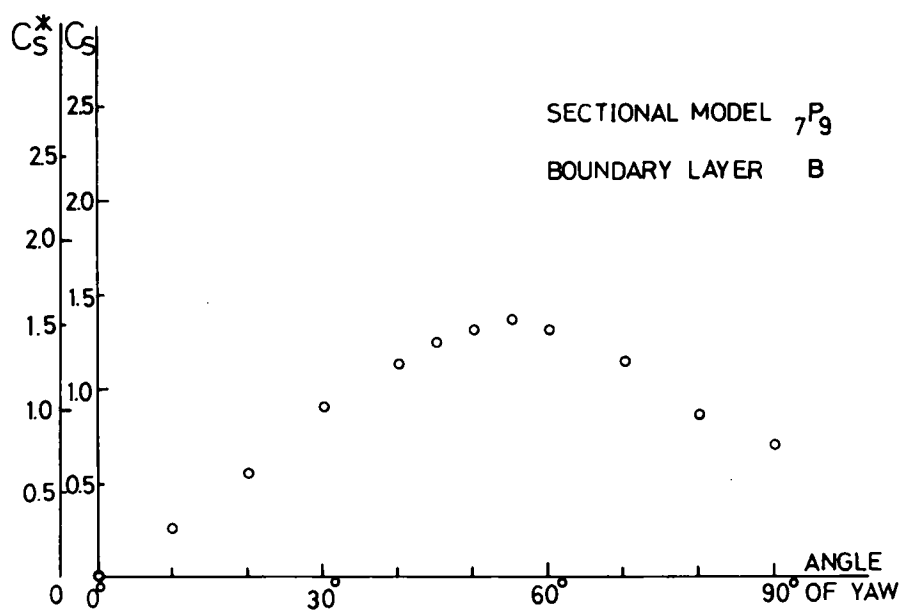


Fig. 3.9.2.1

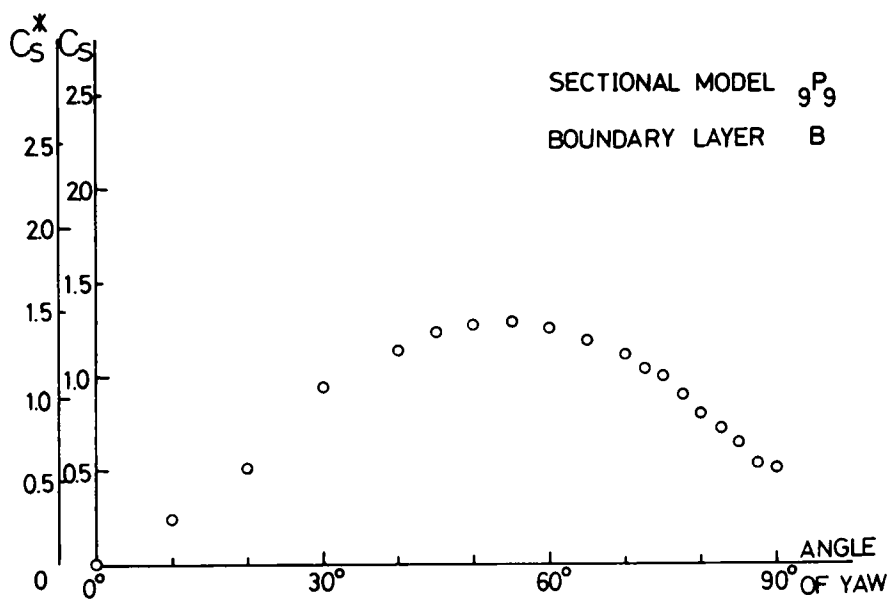


Fig. 3.9.2.2

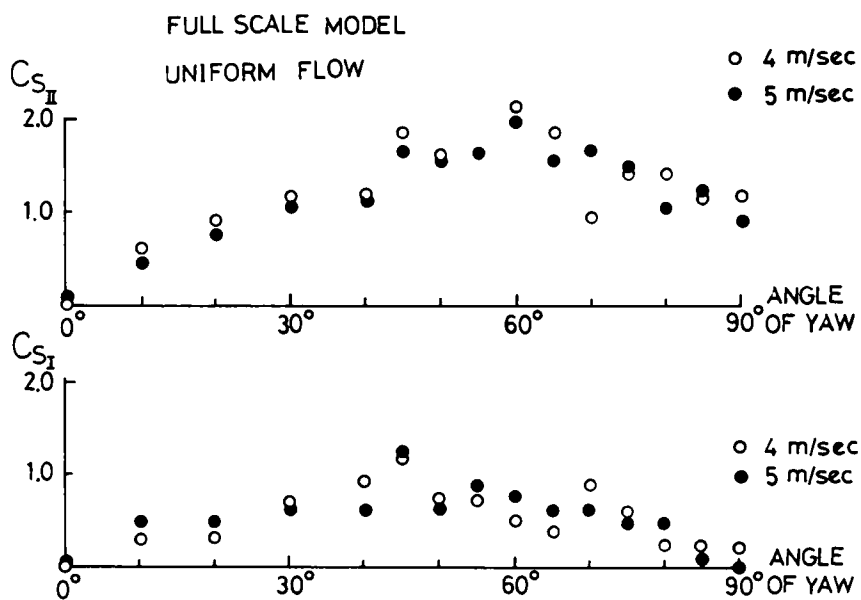


Fig. 3.9.2.3

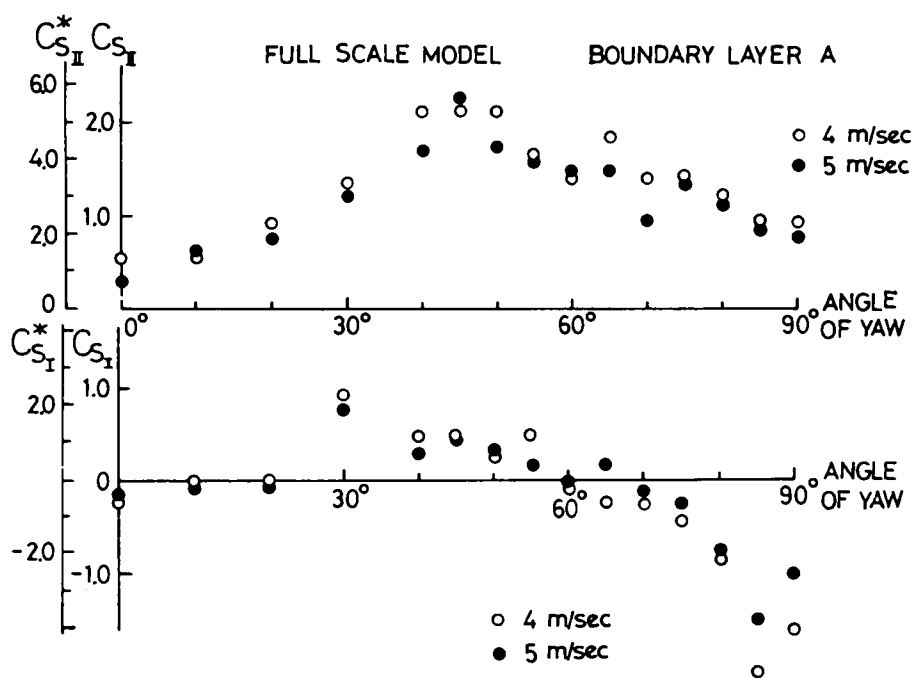


Fig. 3.9.2.4

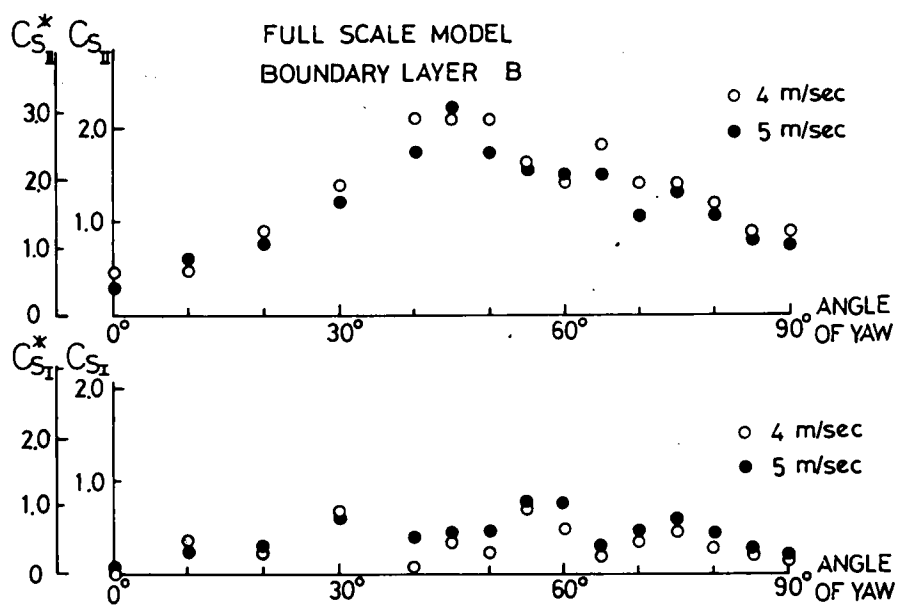
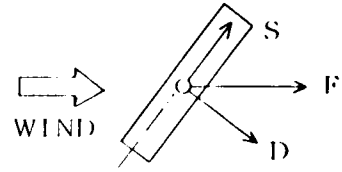


Fig. 3.9.2.5

### 3.9.3 空気流れ方向の空気力係数

右図に示すように、風方向の模型に作用する空気力を  $F$  とするとき

$$F = \frac{1}{2} \rho U^2 C_F \cdot A \cdot \varphi_0 \quad (3.9.3.1)$$



が一般に成立する。

上式において、 $\rho$ ,  $U$ ,  $A$ ,  $\varphi_0$  はそれぞれ空気密度、風速、模型外形面積、水平迎え角  $0^\circ$  の場合の充実率を表わすものとし、 $C_F$  は空気力係数を表わすものとする。

この空気力は、境界層 B 中におかれた部分模型  ${}_9P_9$  および  ${}_7P_9$  の場合と、一般流れの中におかれた部分模型  ${}_9P_9$  および  ${}_7P_9$  の場合について測定された。これらの空気力を用いて、式 (3.9.3.1) より計算される空気力係数  $C_F$  の水平迎え角に対する特性を、それぞれの場合について、横軸に水平迎え角を、縦軸に空気力係数  $C_F$  をプロットした結果を Fig. 3.9.3.1 より Fig. 3.9.3.4 に示す。なお、これらの図中、 $C_F^*$  は、対象風速として境界層内の風速の鉛直分布を考慮した風速をとり、対象面積として模型の面積の鉛直分布を考慮した場合の空気力係数を表わし、また  $C_F$  は、境界層外の風速および模型全体の面積を対象とした場合の空気力係数を表わすものとする。すなわち、空気力係数  $C_F^*$  は

$$C_F^* = \frac{2F}{\rho \varphi_0 \left\{ \sum_{i=1}^n U_i^2(z) \ell_i(z) dz_i \right\}} \quad (3.9.3.2)$$

より算出され、一方、空気力係数  $C_F$  は

$$C_F = \frac{2F}{\rho \varphi_0 A U_\infty^2} \quad (3.9.3.3)$$

より算出される。

これらの図より次の事が知られる。

(i) 部分模型  ${}_9P_9$  が一様流中にあるとき

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、空気力係数  $C_F$  は、およそ 1.75 の値を示す。
2. 水平迎え角の絶対値が  $0^\circ \sim 15^\circ$  の範囲では、水平迎え角の絶対値の増加と共に空気力係数  $C_F$  も増加しており、水平迎え角が  $15^\circ \sim 25^\circ$  および  $-15^\circ \sim -20^\circ$  の範囲にわたって、ピークがみられ、およそ 2.2 の値を示している。
3. 水平迎え角が  $25^\circ \sim 90^\circ$  および  $-25^\circ \sim -90^\circ$  の範囲では、水平迎え角の絶対値の増加に伴い、空気力係数は減少し、水平迎え角が  $\pm 90^\circ$  のとき、およそ 0.5 の値を示している。
4. 水平迎え角の正負にかかわらず、空気力係数はほぼ等しい値を示している。

(ii) 部分模型  ${}_9P_9$  がせん断流れによる境界層 B の中に置れたとき

1. 水平迎え角が  $+0^\circ$  のとき、空気力係数は、約 1.85 (1.7) の値を示している。なお、抗力係数、横力係数のときと同様、( ) 内の値は、式 (3.9.3.3) より算出される空気力係数の値を示す。

2. 水平迎え角が  $-0^\circ$  のとき、空気力係数は、約 2.05 (1.8) の値を示す。
3. 水平迎え角が  $\pm 25^\circ$  までは、水平迎え角の増加と共に空気力係数も増加している。また、水平迎え角が  $\pm 25^\circ$  付近でピークとなり、そのとき、空気力係数は、約 2.5 (2.25) の値を示している。
4. 一方、水平迎え角が負の場合には、正の場合のようにはっきりとしたピークは見られず  $-20^\circ \sim -40^\circ$  の範囲で最大となり、空気力係数は、約 2.2 (2.0) の値を示している。
5. 水平迎え角が  $\pm 25^\circ \sim +90^\circ$  および  $-40^\circ \sim -90^\circ$  の範囲では、水平迎え角の絶対値の増加に伴い、空気力係数は減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  および  $-90^\circ$  のとき共に、約 0.6 (0.55) の値を示している。
6. 全般的には、水平迎え角が正の場合の方が負の場合に比べて、空気力係数は大きな値を示している。

(iii) 部分模型  $\gamma P_9$  が一様流中にあるとき

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、空気力係数は、約 1.8 の値を示す。
2. 水平迎え角が  $0^\circ \sim +20^\circ$  および  $0^\circ \sim -20^\circ$  の範囲では、水平迎え角の絶対値の増加と共に空気力係数も増加し、水平迎え角が  $+20^\circ$  および  $-20^\circ$  で最大となり、共に、約 2.25 の値を示している。
3. 水平迎え角が  $+20^\circ \sim +90^\circ$  および  $-20^\circ \sim -90^\circ$  の範囲では、水平迎え角の絶対値の増加に伴って、空気力係数は減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  および  $-90^\circ$  のとき、共に約 0.6 の値を示している。
4. 水平迎え角の変化による空気力係数の変化特性は、水平迎え角の正負にかかわらずほぼ同じ傾向を示している。

(iv) 部分模型  $\gamma P_9$  がせん断流れによる境界層 B の中に置れたとき

1. 水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、空気力係数は、約 1.9 (1.7) となる。
2. 水平迎え角が  $20^\circ$  付近までは、水平迎え角の増加と共に空気力係数も増加し、水平迎え角が  $20^\circ \sim 30^\circ$  でピークとなり、約 2.3 (2.1) の値を示す。
3. 水平迎え角が  $30^\circ$  を越すと、水平迎え角の増加に伴って、空気力係数は減少し、水平迎え角が  $90^\circ$  のとき、0.6 (0.55) 程度の値を示す。
4. 水平迎え角が負の場合も、空気力係数の変化特性は正の場合とほぼ同じ傾向を示している。

以上の水平迎え角に対する空気力係数の特性を簡単に以下の表に示す。



模 型			部 分 模 型 $9P_9$		部 分 模 型 $7P_9$	
空 气 流			一 樣 流	境 界 層 B	一 樣 流	境 界 層 B
空 氣 力 係 數	$\alpha = -90^\circ$	$C_F^*$	0.5	0.6	0.6	0.6
		$C_F$	0.5	0.55	0.6	0.55
	最 大 值	$\alpha$	$-15^\circ \sim -20^\circ$	$-20^\circ \sim -40^\circ$	$-20^\circ$	$-20^\circ \sim -30^\circ$
		$C_F^*$	2.2	2.2	2.25	2.3
		$C_F$	2.2	2.0	2.25	2.1
	$\alpha = -0^\circ$	$C_F^*$	1.75	2.05	1.8	1.9
		$C_F$	1.75	1.8	1.8	1.7
	$\alpha = +0^\circ$	$C_F^*$	1.75	1.85	1.8	1.9
		$C_F$	1.75	1.7	1.8	1.7
	$C_F^*$ 最 大 值	$\alpha$	$15^\circ \sim 20^\circ$	$25^\circ$	$20^\circ$	$20^\circ \sim 30^\circ$
		$C_F^*$	2.2	2.5	2.25	2.3
		$C_F$	2.2	2.25	2.25	2.1
	$C_F$ $\alpha = -90^\circ$	$C_F^*$	0.5	0.6	0.6	0.6
		$C_F$	0.5	0.55	0.6	0.55

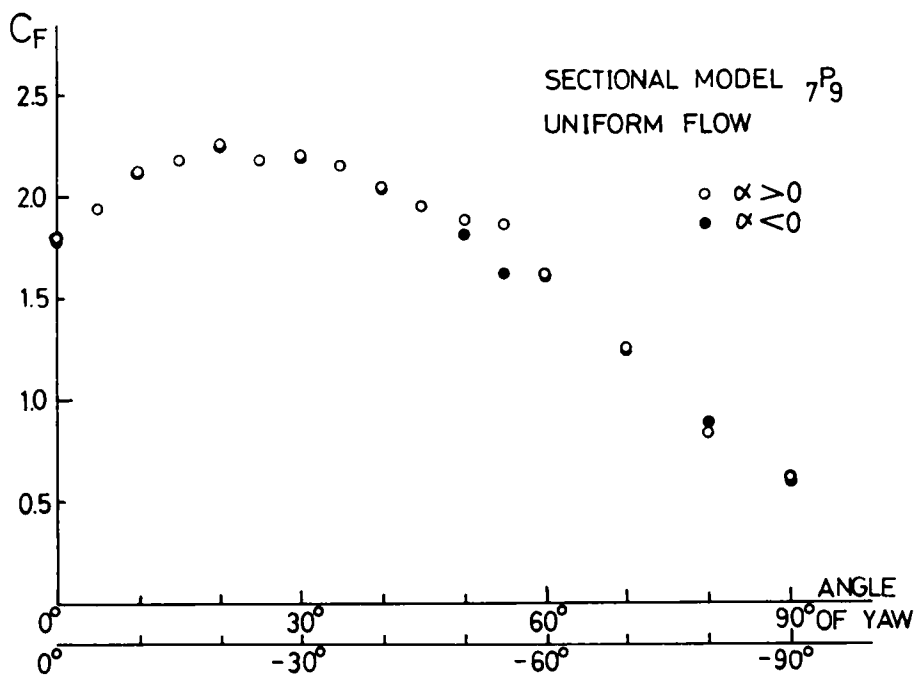


Fig. 3.9.3.1

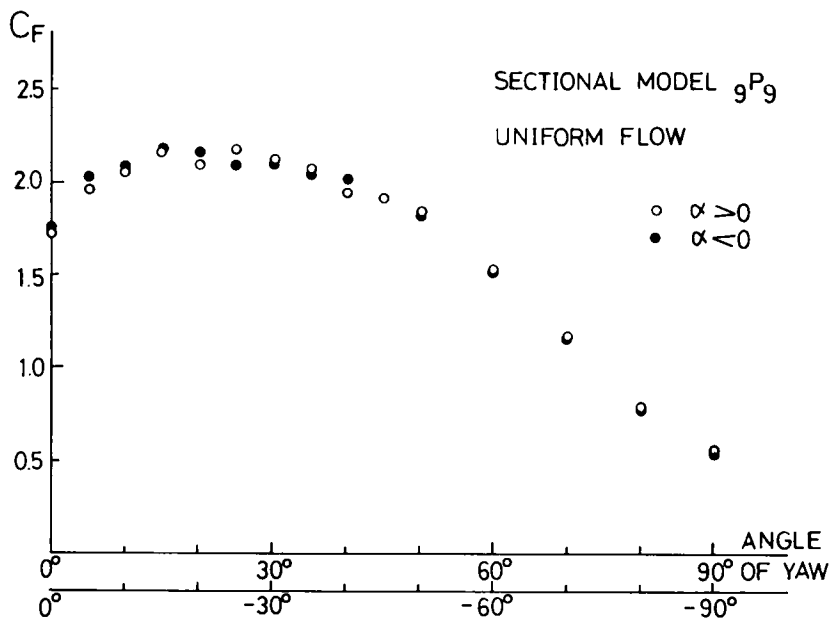


Fig. 3.9.3.2

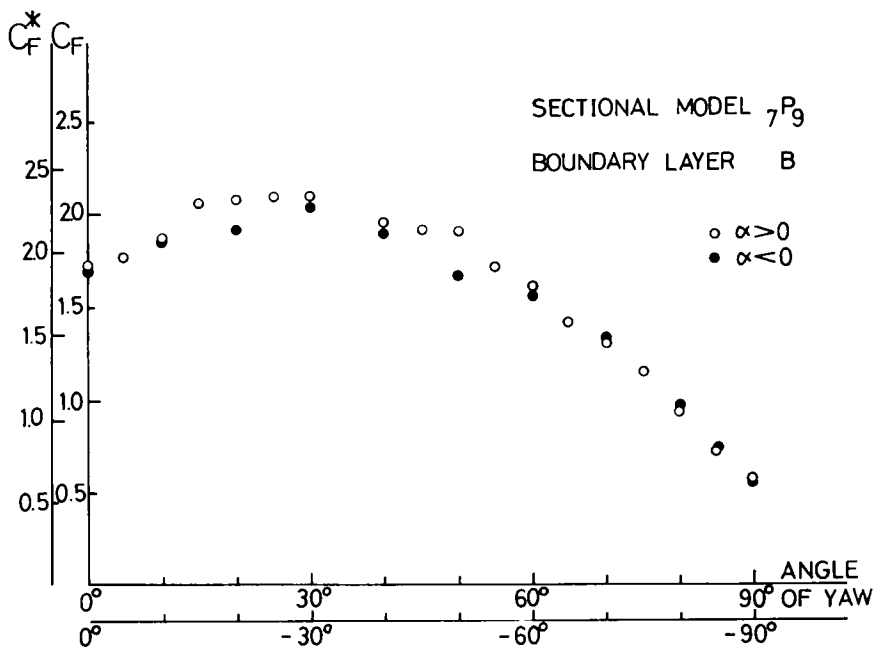


Fig. 3.9.3.3

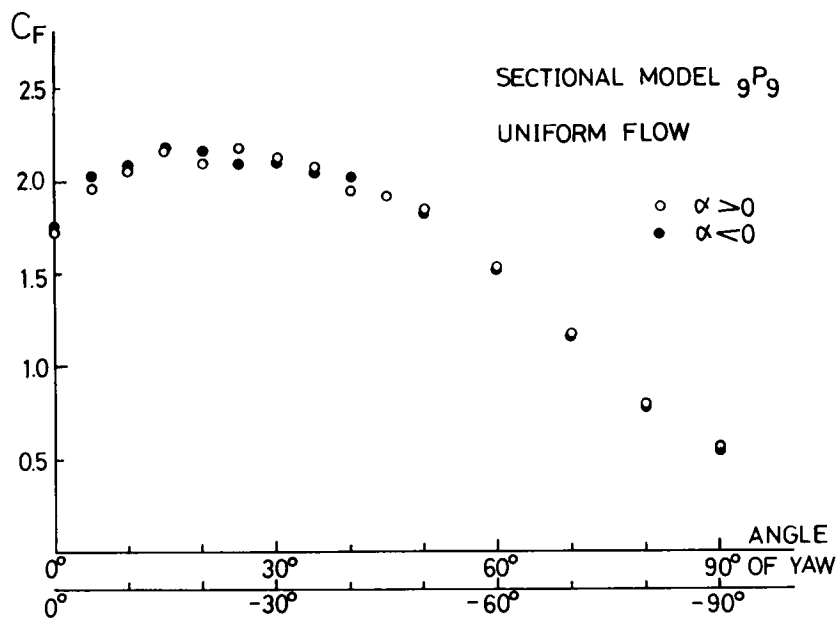


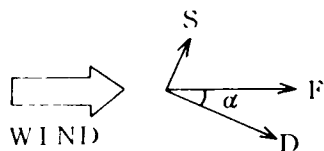
Fig. 3.9.3.4

#### 3.9.4 空気力係数 $C_F$ と抗力係数 $C_D$ および横力係数 $C_S$

前述のように、風方向の空気力  $F$  の空気力係数を  $C_F$  とするとき、抗力係数  $C_D$  および横力係数  $C_S$  と、空気力係数  $C_F$  がどのような関係にあるかは興味深い問題であろう。

今、仮に、空気力  $F$  が抗力  $D$  と横力  $S$  のベクトル和であるとすれば

$$\widetilde{F} = D \cos \alpha + S \sin \alpha \quad (3.9.4.1)$$



が成立する。なお、上式中、記号  $\alpha$  は水平迎え角を表わすものとする。

ここで、それぞれの空気力は、次式で空気力係数と関係づけられる。

$$\widetilde{F} = \frac{1}{2} \rho U^2 A \cdot \varphi_0 \cdot \widetilde{C_F}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 A \cdot \varphi_0 \cdot C_D$$

$$S = \frac{1}{2} \rho U^2 A \cdot \varphi_0 \cdot C_S$$

但し、上式中  $\rho$ ,  $U$ ,  $A$ ,  $\varphi_0$  は、それぞれ空気密度、風速、模型外形面積、充実率を表わすものとする。  
式 (3.9.4.1) を、空気力係数を用いて書き直せば

$$\widetilde{C}_F = C_D \cos \alpha + C_S \sin \alpha \quad (3.9.4.2)$$

となる。

部分模型  ${}_9P_9$  が境界層 B に置れた時の抗力係数  $C_D$ ，横力係数  $C_S$  を用いて，式 (3.9.4.2) より算出される空気力係数  $\widetilde{C}_F$  と，実験的に求められた空気力係数  $C_F$  を比較すれば次表のようになる。

部 分 模 型  ${}_9P_9$  境 界 層 B

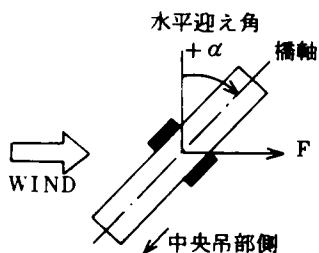
水 平 迎 え 角 $\alpha$	抗 力 係 数 $C_D$	横 力 係 数 $C_S$	空 気 力 係 数	
			$\widetilde{C}_F$	$C_F$
0°	1.79	0.00	1.79	1.85
10°	2.18	0.24	2.19	2.06
20°	2.00	0.52	2.06	2.22
30°	1.80	0.94	2.03	2.19
40°	1.51	1.14	1.89	2.13
50°	1.23	1.28	1.77	1.97
60°	0.80	1.26	1.49	1.68
70°	0.42	1.12	1.20	1.35
80°	0.15	0.81	0.82	0.92
90°	0.00	0.52	0.52	0.54

これらの結果より，式 (3.9.4.2) より求められる空気力係数  $\widetilde{C}_F$  は，実験で得られた空気力係数  $C_F$  の値よりやや小さ目に出ているが，ほぼその特性は似ており，風方向の空気力は，抗力と横力のベクトル和として考えてさしつかえがないものと思われる。

以上の各結果ならびに揚力，モーメントの各係数を，各模型について表わせば，以下に示す表のように得られる。

部分模型 7P9

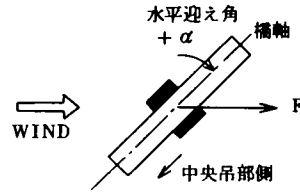
一様流



水平迎え角 degree	空気力係数 $C_F$	揚力係数 (床板なし) $C_L$	主塔下部より空気力 F 中心までの距離 $\xi_F$ (cm)
90	0.59	-0.2090	35.9
80	0.83	-0.0660	40.9
70	1.22	-0.1975	40.3
60	1.61	-0.2360	38.1
50	1.88	-0.2635	37.4
40	2.05	-0.5430	36.5
30	2.20	-0.5820	36.9
20	2.26	-0.6045	35.0
10	2.14	-1.2920	31.2
0	1.80	-1.3080	30.4
-10	2.14	-1.5350	
-20	2.26	-1.3955	
-30	2.20	-0.9825	
-40	2.05	-0.3890	
-50	1.61	-0.3685	
-60	1.61	-0.3190	
-70	1.22	-0.3075	
-80	0.87	-0.3075	
-90	0.59	-0.2090	

部分模型 9P9

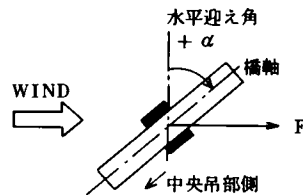
一様流



水平迎え角 degree	空気力係数 $C_F$	揚力係数		主塔下部から 空気力Fまでの 距離 $\xi_F$ (cm)
		床板なし $C_L$	床板あり $C_L$	
90	0.57	-0.1270	-0.0675	37.6
80	0.80	-0.3805	-0.0795	37.3
70	1.18	-0.5290	-0.1175	36.8
60	1.54	-0.3805	-0.1855	35.1
50	1.85	-0.5755	-0.2675	35.5
40	1.97	-0.8670	-0.3005	34.7
30	2.13	-0.8520	-0.2935	32.8
20	2.15	-0.8925	-0.3220	32.2
10	2.06	-0.9505	-0.3745	33.1
0	1.76	-0.9645	-0.3800	31.8
-10	2.08	-1.1185	-0.3745	
-20	2.15	-0.9975	-0.3390	
-30	2.10	-1.0560	-0.2965	
-40	2.02	-0.9455	-0.3110	
-50	1.81	-1.1160	-0.3110	
-60	1.51	-0.8865	-0.3280	
-70	1.18	-0.6720	-0.2880	
-80	0.77	-0.2655	-0.0660	
-90	0.57	-0.2385	-0.0795	

部分模型 9P9

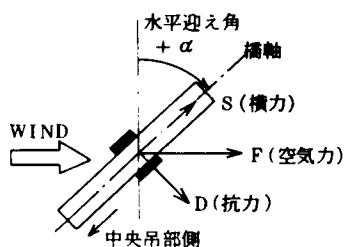
せん断流 (境界層A)



水平迎え角 degree	抗力係数 $C_D$	揚力係数 (床板なし) $C_L$	主塔下部より抗力 Dまでの距離 $\xi_D$ (cm)
0	1.380	-0.9895	32.2
10	1.560	-0.7975	34.2
20	1.590	-0.5320	36.2
30	1.430	-0.8640	35.0
40	1.210	-0.7450	31.6
50	0.950	-1.0225	31.3
60	0.590	-1.0075	28.3
70	0.350	-0.7140	13.2
80	0.180	-0.6040	—
90	0.000	-0.0465	—

部分模型  $\gamma P_9$

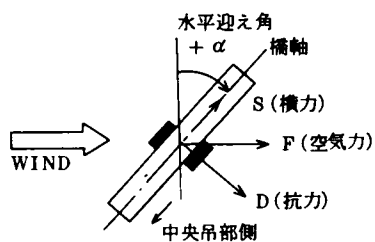
せん断流（境界層 B）



水平迎え角 degree	抗力係数 $C_D$	横力係数 $C_S$	空気係数 $C_F$	揚力係数 $C_L$	主塔下部より 抗力中心までの 距離 $\xi_D$ (cm)	主塔下部より 横力中心までの 距離 $\xi_S$ (cm)	主塔下部より 空気力中心ま での距離 $\xi_F$ (cm)
90	0.00	0.505	0.59	-0.3735	—	39.4	—
80	0.14	0.855	0.97	-0.5000	—	35.9	38.4
70	0.41	1.155	1.35	-0.4675	22.4	36.6	36.4
60	0.80	1.305	1.67	-0.5445	25.2	36.1	37.2
50	1.20	1.315	1.98	-0.3705	28.8	32.3	37.5
40	1.51	1.130	2.03	-0.4180	29.9	37.9	38.0
30	1.86	0.905	2.18	-0.6145	30.9	33.4	37.1
20	2.10	0.545	2.14	-0.3960	31.3	30.3	37.3
10	2.05	0.250	1.94	-0.7200	26.9	20.2	35.3
0	1.82	0.000	1.81	-1.2110	30.9	—	32.4
-10			1.94				
-20			1.99				
-30			2.10				
-40			1.97				
-50			1.73				
-60			1.60				
-70			1.36				
-80			0.98				
-90			0.56				

部分模型 9P9

せん断流 (境界層 B)

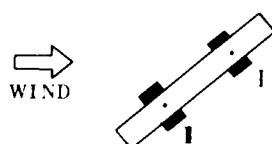


水平迎え角 degree	抗力係数 $C_D$	横力係数 $C_S$	空気力係数 $C_F$	揚力係数 (床板なし) $C_L$	主塔下部より 抗力中心までの 距離 $\xi_D$ (cm)	主塔下部より 横力中心までの 距離 $\xi_S$ (cm)	主塔下部より 空気力F中心 までの距離 $\xi_F$ (cm)
90	0.00	0.530	0.53	-0.0885	—	42.4	42.4
80	0.14	0.820	0.88	-0.1880	12.4	39.7	42.2
70	0.40	1.125	1.30	-0.2440	18.1	39.4	41.9
60	0.77	1.270	1.61	-0.5180	24.3	26.2	38.5
50	1.18	1.285	1.88	-0.6535	28.7	26.2	37.6
40	1.45	1.160	2.05	-0.9645	30.1	35.7	35.3
30	1.74	0.875	2.10	-1.1890	30.0	38.8	34.6
20	1.91	0.520	2.13	-1.1495	32.4	43.6	33.9
10	2.08	0.245	1.98	-1.0930	33.4	34.1	33.6
0	1.72	-0.005	1.71	-0.4740	33.1	—	32.8
-10			1.84	-0.7895			
-20			1.91	-0.1355			
-30			1.91	-0.5630			
-40			1.85	-0.8735			
-50			1.62	-0.6710			
-60			1.44	-0.8845			
-70			1.10	-0.6680			
-80			0.80	-0.1025			
-90			0.50	-0.0430			



全径間模型

せん断流 (境界層 A)

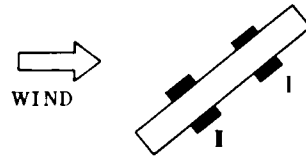


水平迎え角 degree	抗力係数 $C_{DI}$	横力係数 $C_{SI}$	揚力係数 $C_{LI}$	主塔下部から 抗力中心まで の距離 $\xi_I$ (cm)	主塔下部から 横力中心まで の距離 $\eta_I$ (cm)
0	1.335	-0.240	0.3500	1.0	—
10	1.480	-0.265	0.0450	9.2	—
20	1.580	0.000	-0.1825	3.0	—
30	1.485	1.055	-0.0050	6.6	8.5
40	1.225	0.480	0.0525	3.5	—
50	0.910	0.335	0.1500	0.2	—
60	0.960	-0.120	0.0125	1.4	—
70	0.425	-0.240	0.1100	3.1	—
80	0.335	-1.055	0.2225	—	—
90	0.000	-1.680	0.2150	—	—

水平迎え角 degree	抗力係数 $C_{DI}$	横力係数 $C_{SI}$	揚力係数 $C_{LI}$	主塔下部から 抗力中心まで の距離 $\xi_I$ (cm)	主塔下部から 横力中心まで の距離 $\eta_I$ (cm)
0	1.220	0.265	0.0275	3.7	11.4
10	1.265	1.060	-0.1050	—	-3.1
20	1.390	0.670	-0.1575	5.7	-13.4
30	1.150	1.030	0.0575	11.0	-0.3
40	0.815	1.265	-0.0500	8.2	-2.2
50	0.335	1.175	0.0250	13.5	-11.5
60	0.000	2.330	-0.0700	—	-7.2
70	0.240	2.675	0.0175	—	-9.3
80	0.240	1.835	0.0050	—	—
90	0.000	2.490	0.2525	—	—

全径間模型

せん断流（境界層 B）

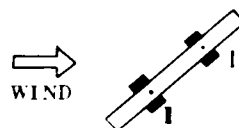


水平迎え角 degree	抗力係数 $C_{DI}$	横力係数 $C_{SI}$	揚力係数 $C_{LI}$	主塔下部から 抗力中心まで の距離 $\xi_I$ (cm)	主塔下部から 抗力中心まで の距離 $\eta_I$ (cm)
0	2.150	0.000	0.0000	— 4.2	—
10	2.060	0.360	0.0275	1.4	5.7
20	2.300	0.335	−0.0625	11.9	— 3.1
30	1.675	0.815	0.0025	— 4.0	3.1
40	1.505	0.310	−0.0250	—	6.0
50	1.170	0.425	0.3325	—	3.1
60	0.910	0.765	0.1300	—	16.0
70	0.430	0.500	−0.0475	—	— 2.4
80	0.245	0.485	0.0700	—	6.6
90	0.000	0.240	0.0950	—	—

水平迎え角 degree	抗力係数 $C_{DII}$	横力係数 $C_{SII}$	揚力係数 $C_{LII}$	主塔下部から 抗力中心まで の距離 $\xi_{II}$ (cm)	主塔下部から 抗力中心まで の距離 $\eta_{II}$ (cm)
0	2.055	0.485	−0.0425	5.0	17.7
10	2.150	0.670	0.0100	2.1	11.0
20	2.395	1.055	−0.1025	3.2	—
30	2.150	1.630	−0.0525	7.5	5.4
40	1.580	2.400	0.0625	4.6	11.8
50	1.150	2.400	0.0600	5.7	9.1
60	0.665	1.820	−0.1950	—	5.7
70	0.240	1.535	0.0375	—	5.5
80	0.000	1.390	0.1750	—	13.5
90	0.000	1.055	0.1275	5.2	—

全径間模型

一様流

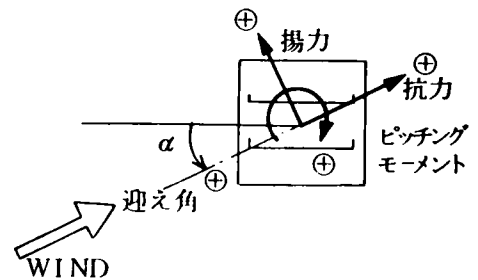


水平迎え角 degree	抗力係数 $C_{DI}$	横力係数 $C_{SI}$	揚力係数 $C_{LI}$	主塔下部から 抗力中心までの 距離 $\xi_I$ (cm)	主塔下部から 横力中心までの 距離 $\eta_I$ (cm)
0	2.490	0.000	0.0575	4.4	—
10	2.130	0.485	0.0550	11.2	9.30
20	2.300	0.485	-0.1150	11.6	-11.50
30	2.105	0.815	0.0100	12.6	-11.50
40	1.820	0.960	-0.1700	11.1	1.25
50	1.680	0.815	0.1975	7.2	1.60
60	0.790	0.765	0.0175	-1.1	5.26
70	0.790	0.960	0.0675	-7.4	13.50
80	0.375	0.425	0.3100	—	3.10
90	0.000	0.145	0.1500	—	—

水平迎え角 degree	抗力係数 $C_{DI}$	横力係数 $C_{SI}$	揚力係数 $C_{LI}$	主塔下部から 抗力中心までの 距離 $\xi_I$ (cm)	主塔下部から 抗力中心までの 距離 $\eta_I$ (cm)
0	2.540	0.000	-0.1325	14.5	—
10	2.325	0.670	0.0275	14.5	16.0
20	2.150	1.050	0.0550	14.3	5.7
30	1.990	1.390	0.2025	12.4	9.2
40	2.010	1.485	0.2500	11.3	13.5
50	0.910	1.965	0.4825	—	-1.2
60	0.670	2.540	0.4275	7.3	11.8
70	0.410	1.620	0.1575	3.1	7.4
80	0.000	1.535	0.2250	—	12.4
90	0.000	1.300	0.1850	—	6.9

### 3.9.5 吊部部分模型に作用する静的空気力と迎え角 ( angle of attack )

右図に示すように、吊部部分模型に作用する空気力として、風方向の空気力を抗力（記号Dで表わす）、これと直角方向の空気力を揚力（記号Lで表わす）、模型断面中心のモーメントをピッチングモーメント（記号Mで表わす）とする。このとき、それぞれの空気力に应ずる空気力係数として、次の各式で定義する。



$$\text{揚力係数} ; C_L = \frac{2L}{\rho U^2 \cdot B \cdot \ell} \quad (3.9.5.1)$$

$$\text{抗力係数} ; C_D = \frac{2D}{\rho U^2 \cdot A \cdot \varphi_0} \quad (3.9.5.2)$$

$$\text{モーメント係数} ; C_M = \frac{2M}{\rho U^2 \cdot B^2 \cdot \ell} \quad (3.9.5.3)$$

ただし、

$\rho$  ; 空気密度,  $U$  ; 風速,  $B$  ; 床板の幅員,  $\ell$  ; 模型スパン長,  
 $A$  ; 模型前面の外形面積,  $\varphi_0$  ; 模型前面の充実率

なお、本研究に用いられた吊部部分模型の各ディメンジョンは、次のとおりである。

$$B = 0.091 \text{ m}, \quad \ell = 0.935 \text{ m}, \quad A = 0.1244 \text{ m}^2, \quad \varphi_0 = 0.245$$

迎え角を  $-30^\circ$  から  $+30^\circ$  まで変化させたとき、南港連絡橋吊部部分模型に作用する各空気力ならびに各空気力係数を設定風速別にすれば以下の表のように表わすことができる。

設定風速 4.998 m/sec

迎 え 角	空 気 力			空 気 力 係 数		
	L (Kg)	D (Kg)	M (Kg·m)	C <sub>L</sub>	C <sub>D</sub>	C <sub>M</sub>
30°	0.1500	0.1825	0.3130	1.152	3.915	26.4212
25°	0.1075	0.1775	0.1961	0.826	3.808	16.5533
20°	0.1325	0.1475	0.1100	1.018	3.164	9.2854
15°	0.1050	0.1525	0.0906	0.807	3.271	7.6478
10°	0.0850	0.1300	0.0494	0.653	2.789	4.1700
5°	0.0575	0.1200	-0.0049	0.442	2.574	-0.4136
0°	-0.0125	0.1125	-0.0660	-0.096	2.413	-5.5712
-5°	-0.0525	0.1175	-0.0852	-0.403	2.521	-7.1920
-10°	-0.0750	0.1250	-0.1221	-0.576	2.682	-10.3068
-15°	-0.0850	0.1350	-0.1218	-0.653	2.896	-10.2815
-20°	-0.0975	0.1450	-0.1138	-0.749	3.111	-9.6062
-25°	-0.1075	0.1525	-0.1455	-0.826	3.271	-12.2821
-30°	-0.1100	0.1575	-0.1338	-0.845	3.379	-11.2944

設定風速 10.102 m/sec

迎 え 角	空 気 力			空 気 力 係 数		
	L (Kg)	D (Kg)	M (Kg·m)	C <sub>L</sub>	C <sub>D</sub>	C <sub>M</sub>
30°	0.5875	0.765	0.3466	1.105	4.017	7.1617
25°	0.5600	0.700	0.2103	1.053	3.676	4.3454
20°	0.5400	0.715	0.1326	1.015	3.755	2.7399
15°	0.4675	0.705	0.0829	0.879	3.702	1.7129
10°	0.3550	0.618	0.0558	0.668	3.243	1.1530
5°	0.1900	0.538	-0.0028	0.357	2.822	-0.0579
0°	-0.0700	0.523	-0.0956	-0.132	2.744	-1.9754
-5°	-0.2175	0.528	-0.1462	-0.409	2.770	-3.0209
-10°	-0.2950	0.560	-0.1891	-0.555	2.941	-3.9073
-15°	-0.3525	0.625	-0.2345	-0.663	3.282	-4.8454
-20°	-0.4125	0.678	-0.2517	-0.776	3.558	-5.2008
-25°	-0.4525	0.740	-0.2982	-0.851	3.886	-6.1616
-30°	-0.4500	0.778	-0.3190	-0.846	4.083	-6.5914

設定風速 15.151 m/sec

迎 え 角	空 気 力			空 気 力 係 数		
	L (Kg)	D (Kg)	M (Kg·m)	$C_L$	$C_D$	$C_M$
30°	1.3300	1.8325	0.4060	1.112	4.278	3.7295
25°	1.2350	1.7375	0.2398	1.032	4.056	2.2028
20°	1.2650	1.6800	0.1378	1.057	3.922	1.2658
15°	1.1175	1.6450	0.0933	0.934	3.840	0.8570
10°	0.8800	1.4525	0.0247	0.736	3.391	0.2269
5°	0.5250	1.2775	-0.0738	0.439	2.982	-0.6779
0°	-0.0875	1.2250	-0.1899	-0.073	2.860	-1.7444
-5°	-0.4925	1.2675	-0.2582	-0.412	2.959	-2.3718
-10°	-0.6525	1.3675	-0.3451	-0.545	3.192	-3.1692
-15°	-0.7825	1.4875	-0.4069	-0.654	3.472	-3.7377
-20°	-0.9125	1.6325	-0.4651	-0.763	3.811	-4.2723
-25°	-1.0050	1.7800	-0.5398	-0.840	4.155	-4.9585
-30°	-1.0500	1.8600	-0.5784	-0.878	4.342	-5.3131

設定風速 18.183 m/sec

迎 え 角	空 気 力			空 気 力 係 数		
	L (Kg)	D (Kg)	M (Kg·m)	$C_L$	$C_D$	$C_M$
30°	1.9225	2.8025	0.4602	1.116	4.542	2.9351
25°	1.8100	2.6775	0.2777	1.050	4.340	1.7771
20°	1.8500	2.6750	0.1580	1.074	4.336	1.0077
15°	1.5575	2.4350	0.0883	0.904	3.947	0.5632
10°	1.3450	2.1750	0.0029	0.781	3.525	0.0185
5°	0.8250	1.9075	-0.1006	0.479	3.092	-0.6416
0°	-0.0375	1.8300	-0.2493	-0.022	2.966	-1.5900
-5°	-0.6650	1.8900	-0.3348	-0.386	3.063	-2.1353
-10°	-0.9150	2.0250	-0.4642	-0.531	3.282	-2.9606
-15°	-1.0950	2.2275	-0.5503	-0.636	3.610	-3.5097
-20°	-1.2875	2.4375	-0.6423	-0.747	3.951	-4.0965
-25°	-1.4325	2.6175	-0.7530	-0.831	4.242	-4.8025
-30°	-1.4900	2.7750	-0.8148	-0.865	4.498	-5.1966

以上の表に示された各空気力係数を縦軸に、迎え角を横軸にプロットした結果を Fig. 3.9.5.1 より Fig. 3.9.5.3 に示す。

これらの表や図より次のことが知られる。

(i) 揚力係数と迎え角

1. 迎え角が  $0^\circ$  のとき、揚力係数は  $-0.1 \sim -0.02$  程度の値を示しており、模型に、小さな負の揚力（すなわち模型を上からおさえつけるような力）が作用しているものと考えられる。
2. 迎え角の絶対値が増加すれば、揚力係数の絶対値も増加している。
3. 迎え角の絶対値が等しいとき、揚力係数の絶対値は、迎え角が正の場合に、より大きくなっている。（例えば迎え角が  $-30^\circ$  のとき、 $C_L$  値が  $-0.85$  程度であるのに対して、 $30^\circ$  のとき  $C_L$  値が  $1.1$  となり、 $-30^\circ$  のときよりも大きな値を示している。）
4. 迎え角が  $-30^\circ$  から  $30^\circ$  にわたって揚力係数の負勾配現象（すなわち  $dC_L/d\alpha < 0$ ）は起っていない。このことは、南港連絡橋断面に関しては、負勾配（ $dC_L/d\alpha < 0$ ）による動的不安定現象（例えばギャロッピング振動）が起り得ないと考えられる。

(ii) 抗力係数と迎え角

1. 全般的に、風速  $4.998\text{m/sec}$  の場合に、抗力係数は小さ目に出ている。
2. 迎え角が  $0^\circ$  のとき抗力係数は、 $2.4 \sim 3.0$  の値を示している。
3. 迎え角の絶対値が大きくなると共に抗力係数の値も増加しており迎え角が  $+30^\circ$  のとき、 $3.9 \sim 4.5$  を示し、 $-30^\circ$  のとき  $3.4 \sim 4.5$  を示している。
4. 迎え角の変化による抗力係数値の変化特性は、迎え角  $0^\circ$  の軸に関してほぼ対称形となっているが、若干、迎え角正の場合に、抗力係数は大きくでている。

(iii) ピッチングモーメント係数と迎え角

風速  $4.998\text{m/sec}$  の場合、他に比べて、かなり大きな値を示しており、測定の際の何らかの誤差が含まれているものと思われる。従って、風速  $10.102\text{m/sec}$ 、 $15.151\text{m/sec}$ 、 $18.183\text{m/sec}$  の場合についてその特性を以下に述べる。

1. 迎え角が  $+5^\circ$  付近でピッチングモーメント係数は  $0$  となる。
2. 迎え角が  $+5^\circ \sim +30^\circ$  では、迎え角の増加と共に、ピッチングモーメント係数も増加し、迎え角  $30^\circ$  で  $2.9 \sim 7.2$  の値を示す。
3. 迎え角が  $-30^\circ \sim +5^\circ$  では、ピッチングモーメント係数の値は負となり、迎え角の減少と共に、ピッチングモーメント係数も減少している。迎え角  $-30^\circ$  で  $-5.2 \sim -6.6$  の値を示している。

なお、上記の各空気力係数は、設定風速の差異により、多少バラツキがあるため、それぞれの平均値を求めれば下表のようになる。

平均 值

迎 え 角	空 気 力 係 数		
	$C_L$	$C_D$	$C_M$
30°	1.1213	4.279	4.6088
25°	1.0450	4.024	2.7751
20°	1.0410	4.004	1.6711
15°	0.8810	3.830	0.8628
10°	0.7095	3.386	0.4661
5°	0.4293	2.965	-0.4589
0°	-0.0808	2.857	-1.7699
-5°	-0.4025	2.931	-2.5093
-10°	-0.5518	3.138	-3.5352
-15°	-0.6515	3.455	-4.0309
-20°	-0.7588	3.773	-4.5232
-25°	-0.8370	4.094	-5.3075
-30°	-0.8585	4.308	-5.7004

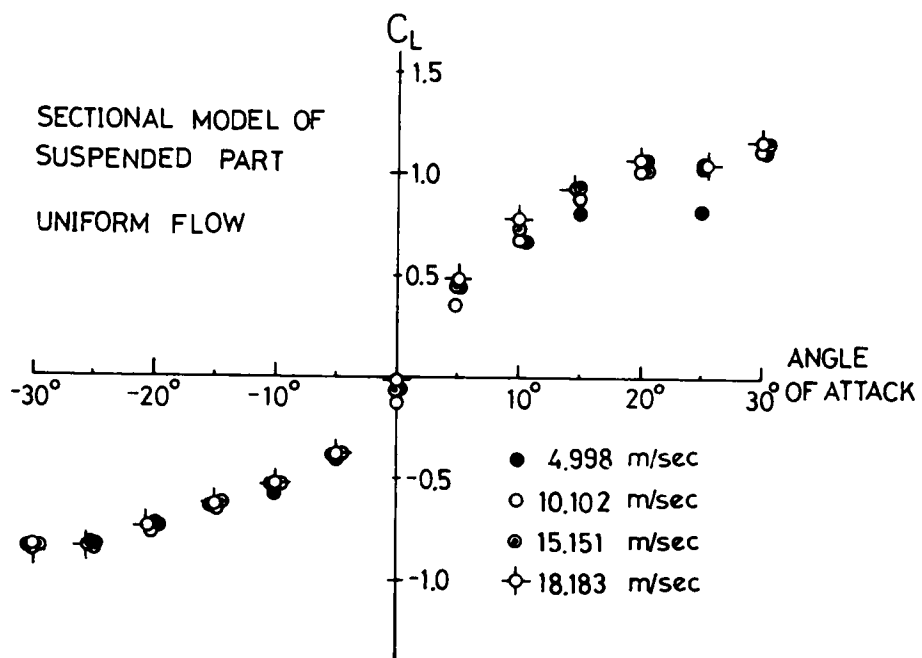


Fig. 3.9.5.1



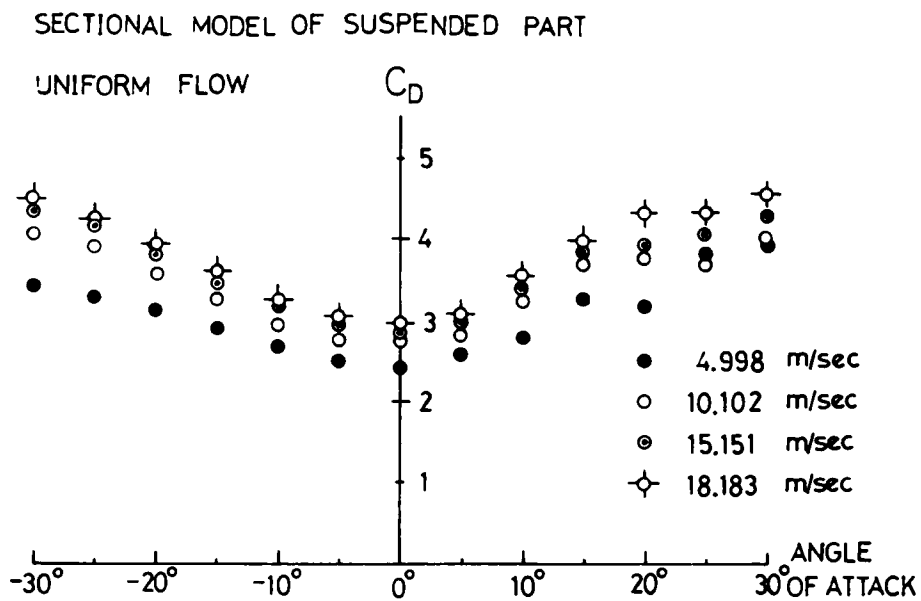


Fig. 3.9.5.2

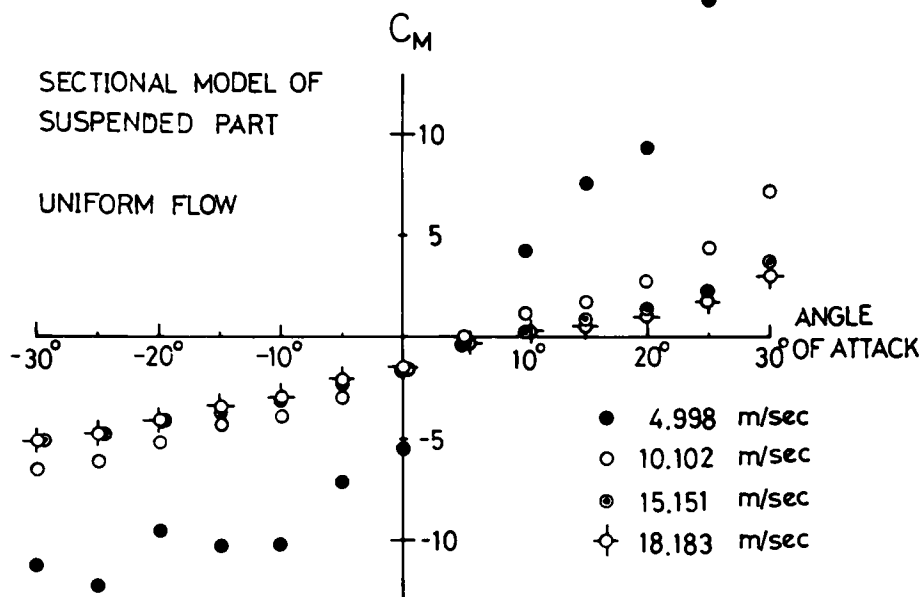


Fig. 3.9.5.3

### 3. 1 0 上流, 下流トラス面に作用する抗力の分担率

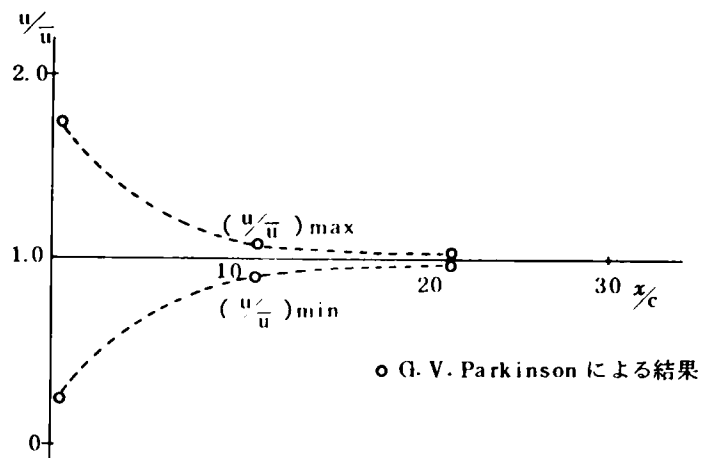
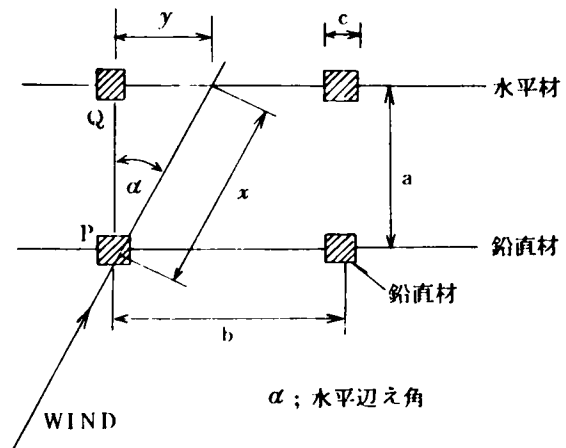
南港連絡橋は、2つのトラス面をもつため、下流トラス面である程度攪乱された空気流が作用する。従って、上流面と下流面トラスでは、等しく抗力を分担せずある程度の差が存在するものと考えられる。しかしながら、南港連絡橋のように、多数の部材の結合より形成されている場合には、前述の上流トラス面での空気流の攪乱程度は、どのようになるのかを知るのは非常に困難である。そこで本報告においては、この複雑な面を、単に、鉛直材と水平材のみより形成されている単純なトラスに置き換えて、以下の考察を進める。

上述の単純なモデル化によって、トラス面は、一つの格子面と考えることができる。幸いにして G. V. Parkinson は、格子面後の風速分布を測定し、格子材厚さと格子面後流の距離の比をパラメータとしてその結果を報告している。<sup>5)</sup> その結果を Fig. 3. 10.1 に示す。すなわち、 $x/c$  ( $x$  ; 格子面後流の距離、 $c$  ; 格子寸法) が大きくなるに従って、格子による風速変化は小さくなっている。G. V. Parkinson

の結果より、横軸に  $x/c$  を縦軸に  $u/\bar{u}$  ( $u$  は格子面後  $x$  点の風速、 $\bar{u}$  は格子前面の平均風速) の最大値および最小値をとれば図のようになる。一方、右上の図に示すように、鉛直材の一边の長さを  $c$ 、その間隔を  $b$ 、トラス面間隔を  $a$ 、水平迎え角を  $\alpha$  とすれば

$$x = a \sec \alpha$$

$$y = a \tan \alpha$$



となる。このとき、前面トラス背後の点 Q における風速比  $u/\bar{u}$  は近似的に次のように表わすことができる。

$$\frac{u}{\bar{u}} = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{0.3}{x/c} + \frac{0.474}{\sqrt{x/c}} \right) \cdot \cos \frac{2\pi y}{b}$$

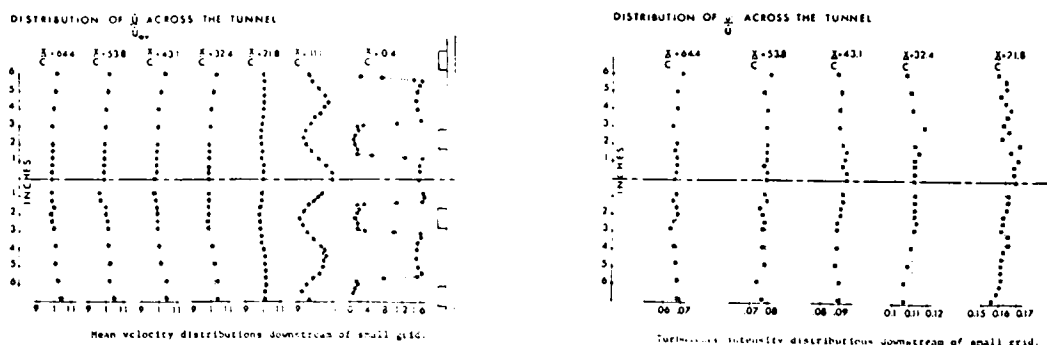


Fig. 3.10.1

鉛直材（下流トラス面の）に作用する風速は，上式より算出できる。一方，水平材（上弦材および下弦材）については， $y = 0$  として同様に算出することができる。

部分模型  $gP_9$  について行なったモデル化においては，等価鉛直材寸法  $c = 1.5 \text{ cm}$ ，鉛直材間隔  $b = 9 \text{ cm}$ ，両トラス面間隔  $a = 12 \text{ cm}$  である。このときの水平迎え角  $0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ$  に対する下流トラス面の鉛直材および水平材に作用する風速比  $u/\bar{u}$  は下表のようになる。

水平迎え角に対する下流面トラスの鉛直材および水平材の  $u/\bar{u}$  値

水平迎え角	$0^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$	$35^\circ$
鉛 直 材	.8100	.8588	.9826	1.1092	1.1693	1.1155	.9819	.8802
水 平 材	.8100	.8100	.8150	.8250	.8300	.8400	.8550	.8700

いま，片面トラスの鉛直材の実質面積を  $S_1$ ，水平材の実質面積を  $S_2$  とするとき，下記のように，各部材に各種の風速が作用する。

（前面トラス）

$\bar{u} \rightarrow$  鉛直材  $S_1$

$\bar{u} \rightarrow$  水平材  $S_2$

（後面トラス）

$u(\alpha) \rightarrow$  鉛直材  $S_1$

$u^*(\alpha) \rightarrow$  水平材  $S_2$

抗力係数  $C_D$  は，流れの中に含まれる乱れ成分には影響されないものとすれば，両面トラスに作用する抗力はそれぞれ次式で与えられる。

$$D_F = \frac{1}{2} \rho \bar{u}^2 (S_1 + S_2) \cdot C_D$$

$$D_R = \frac{1}{2} \rho (u^2 S_1 + u^{*2} S_2) \cdot C_D$$

但し  $D_F$  ; 上流トラス面に作用する抗力  
 $D_R$  ; 下流トラス面に作用する抗力  
 $\bar{u}$  ; 上流トラス面に作用する平均風速  
 $u$  ; 下流トラス面鉛直材に作用する風速  
 $u^*$  ; 下流トラス面水平材に作用する風速

全抗力を  $D_{total}$  とするとき

$$D_{total} = D_F + D_R$$

となり、上流トラス面の抗力の分担率を  $m$ 、下流トラス面のそれを  $n$  とすれば

$$m = \frac{D_F}{D_{total}} = \frac{S_1 + S_2}{S_1 + S_2 + (u/\bar{u})^2 S_1 + (u^*/\bar{u})^2 S_2}$$

$$n = \frac{D_R}{D_{total}} = 1 - m$$

で表わされる。部分模型  $9P_9$  については、 $S_1 = 600 \text{ cm}^2$ 、 $S_2 = 140 \text{ cm}^2$  (水平迎え角  $0^\circ$  において) となり、上式より各水平迎え角に対する上、下流トラス面それぞれの抗力の分担率は、次のように求められる。

水平迎え角に対する上、下流トラス面の抗力の分担率

水 平 迎 え 角 $\alpha$	$0^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$	$35^\circ$
上流トラス面分担率 $m$	.6038	.5807	.5244	.4713	.4479	.4688	.5247	.5707
下流トラス面分担率 $n$	.3962	.4193	.4756	.5287	.5521	.5312	.4753	.4293

横軸に水平迎え角を、縦軸に抗力の分担率をとれば、Fig. 3.10.2 のようになる。

以上のように、南港連絡橋の部分模型  $9P_9$  を鉛直材と水平材の結合により形成される単純なモデル化についての抗力の分担率は、上表や下図に示されるように、水平迎え角が  $0^\circ$  から  $12^\circ$  までは、上流面トラスの方が下流面トラスに比し大きな抗力を受け持ち、 $12^\circ$  から  $28^\circ$  までは逆に下流面トラスの方が大きな抗力を受け持つことがわかる。しかしながら、部分模型  $9P_9$  は、斜材、床板、横構等の各種部材が多数用いられており、このため、上記の単純なモデル化の場合よりも、上流トラス面の空気流の遮蔽効果は更に増大するために、以上に求められた分担率は、前面トラスの方がより大きくなるものと考えられる。

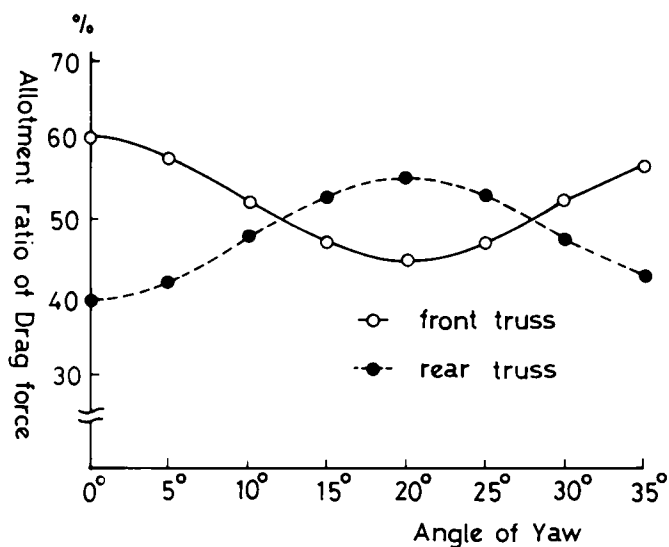


Fig. 3.10.2

#### 参 考 文 献

- 1) 岡本哲史, “応用流体力学” 誠文堂新光社, 1966.
- 2) LLOYD, A., “The Generation of Shear Flow in a Wind Tunnel”, Quarterly Jnl. of the Royal Meteorological Society, Vol.93, 1963
- 3) Counihan, J. “An Improved Method of Simulating an Atmospheric Boundary Layer in a Wind Tunnel”, Atmospheric Environment Pergamon Press, Vol.3, 1969
- 4) A. S. C. E., “Wind Forces on Structures”, Trans. ASCE, Vol.126, Part II, 1961, pp.1124
- 5) Laneville, A, & Parkinson, G. V., “Effects of Turbulence on Galloping of Bluff Cylinder”, International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures, Tokyo, Sept, 1971

## 第 4 章 動的実験

### 4.1. 実験装置

#### 1. 風洞

静的実験 (page 101) 参照

#### 2. 風速測定

ピトー管, マノメータ } 静的実験参照  
熱線風速計

#### 3. 乱流発生装置

風洞内上流側に断面  $6\text{ cm} \times 4\text{ cm}$  の角材を横材に, 断面  $3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$  の角材を縦材にして, 横  $3.5\text{ cm}$ , 縦  $4.0\text{ cm}$  の間隔で格子 (この状態を以下, 格子 C で表わすことにする。) を設置して乱流を得た。この乱流発生装置については, 後に述べる。

#### 4. 応答検出

##### A. ストレインゲージ (東京測器研究所 K 製)

スプリング端にとりつけられたストレンゲージによって, 模型の変位量すなわちスプリングの変位量を, 電気的な抵抗値の変化におきかえる。

##### B. ホイストンブリッジ (興和電気 K 製)

模型の応答は, 後に述べるように, たわみ応答とねじ応答の連成振動であるために, 上記のストレンゲージの電気的な変化量を, たわみ応答分とねじれ応答分に分離するためにホイストンブリッジ 2 個を用いた。

##### C. 動歪計 (新興通信工業 K 製)

前記のストレンゲージの電気抵抗値の変化を動歪計で増幅した。本研究に用いた DS6/MTY 型動歪計は, 入出力 6 チャンネルであり, そのうち, たわみ応答とねじれ応答の 2 チャンネルを使用した。

##### D. ローパスフィルター (新興通信工業 K 製)

たわみ応答, およびねじれ応答を次に述べるペン書きレコーダーに記録するとき, スプリングの振動, 風洞モーターによる振動やその他の電気的な雑音を除去するため, 本研究では, 3 チャンネルの入出力をもつ, LFT 型ローパスフィルターを用いた。

#### 5. 応答記録

##### A. ペン書きレコーダー (渡辺測器製作所 K 製)

上記のローパスフィルターにより高周波の雑音を除去した 2 つの応答成分 (たわみおよびねじれ) および, 前述の風の変動成分の 2 要素 (平均流方向とそれに直角方向) の合計 4 種類の出力を WTR 211 型ペン書きレコーダーに記録した。

#### B. データレコーダー (TEAC KK製)

前述の動歪計の出力2成分(たわみ応答とねじ応答)および熱線風速計演算器の出力2成分(平均流方向とそれに直角方向の風の変動成分)の合計4種類の入力をR351F型データレコーダを用いて磁気テープに記録した。

#### C. シンクロスコープ (岩崎通信KK製)

前述の2つの応答(たわみおよびねじれ)をデュアルビーム形式のSS4200M型シンクロスコープを用いてモニターすると共に、リサージュの円を映し出して、ねじれ応答とたわみ応答間の位相のずれ角を観察した。

#### D. 直流増幅器 (三栄測器KK製)

模型の応答が非常に小さいときには、他の電氣的なノイズにより応答のみを正確に測定することができない。

本研究では、6L5型直流増幅器を用いて、非常に小さな応答量を増幅して、上記のデータレコーダ、シンクロスコープ、ペン書きレコーダに記録もしくはモニターした。なお、倍率は $\times 100$ まで増幅可能である。

### 6. データ解析

#### A. エンドレスアダプター (TEAC KK製)

上記のように、応答出力2成分と風の変動成分2成分の合計4成分が記録された磁気テープより、前述のR351F型データレコーダとR351FH型データレコーダの2台を用いて、記録を16倍に高周波化し、後に述べる相関器やスペクトル解析器で解析できるようにエンドレステープにして、エンドレスアダプターを用いて解析した。

#### B. スペクトルアナライザー (SPECTRAL DYNAMIC CORPORATION製)

上記のエンドレステープに記録されている風の変動2成分ならびに応答2成分のパワースペクトル密度関数を求めるために、本研究ではSD1003-24型スペクトル解析器を用いた。その精度は、周波数 $2\text{ Hz} \sim 5\text{ KHz}$ までの解析が可能となっており、ダイナミックレンジは60 dBである。また周波数の分解能は $1.5\text{ Hz}$ となっている。

#### C. 相関確率分析器 (日本科学工業KK, Signal Analysis Industries Corporation製)

上記のエンドレステープに記録されている応答2成分の確率密度関数および確率分布関数を求めるために、SAI42型相関確率分析器を用いた。この分析器は、確率密度および分布関数の他に、ある入力 of 自己相関関数や、相互相関関数の解析にも用いることができる。

#### D. X-Yレコーダー (ヒューレット・パッカード社製)

変動風成分および応答成分のパワースペクトルを、自動的に、上記のスペクトルアナライザーのユニットであるX-Yレコーダにより図示させた。

#### E. X-Yレコーダー (島津製作所KK製)

上記の相関確率分析器によって得られる模型の応答の確率密度および分布関数をX-Yレコーダを用いることによって自動的に得た。

#### F. シンクロスコープ（岩崎通信機製）

模型応答の確率密度および分布関数をモニターするために、デュアルビーム型シンクロスコープを用いた。

#### 4.2. 格子による乱流

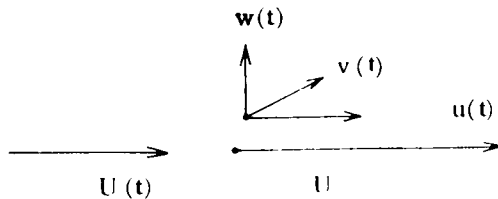
南港連絡橋吊部部分模型の動的実験は、前記のように、風洞内に設置された格子（3.5 cm × 4.0 cm；以下この状態を格子Cと呼ぶ。）により作られる乱れを含んだ空気流（乱流）の中で行なわれた。ここでは格子Cによる乱れを含む空気流の特性について以下に簡単に述べる。

一般に、乱流は次の各物理量によりその特性を表わすことができる。

(i) 平均風速； $\bar{U}$

$$\bar{U} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} U(t) dt$$

(ii) 乱流成分（又は変動成分）； $u(t)$ ,  $v(t)$ ,  $w(t)$



左図に示すように

$u(t)$ ；平均流方向の変動成分

$v(t)$ ,  $w(t)$ ；平均流と直角方向の変動成分

(iii) 乱れの強さ

流れ方向； $\frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{\bar{U}}$

但し

$$\overline{u^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) \cdot u(t) dt$$

横方向； $\frac{\sqrt{\overline{v^2}}}{\bar{U}}$

$$\overline{v^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t) \cdot v(t) dt$$

鉛直方向； $\frac{\sqrt{\overline{w^2}}}{\bar{U}}$

$$\overline{w^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} w(t) \cdot w(t) dt$$

(iv) 自己相関関数； $R_{uu}(\tau)$ ,  $R_{vv}(\tau)$ ,  $R_{ww}(\tau)$



$$R_{uu}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) \cdot u(t + \tau) dt$$

$$R_{vv}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t) \cdot v(t + \tau) dt$$

$$R_{ww}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} w(t) \cdot w(t + \tau) dt$$

(V) 相互相関関数 ;  $R_{uv}(\tau), R_{vu}(\tau), R_{vw}(\tau), R_{wv}(\tau), R_{uw}(\tau), R_{wu}(\tau)$

$$R_{uv}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) \cdot v(t + \tau) dt$$

$$R_{vu}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t) \cdot u(t + \tau) dt$$

.....

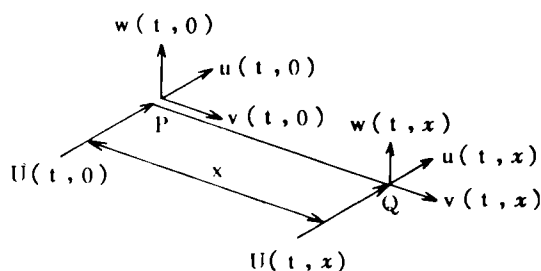
(以下略)

(VI) 空間相関関数 ;  $R_{uu}(x), R_{vv}(x), R_{ww}(x)$

$$R_{uu}(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t, 0) \cdot u(t, x) dt$$

$$R_{vv}(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v(t, 0) \cdot v(t, x) dt$$

$$R_{ww}(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} w(t, 0) \cdot w(t, x) dt$$



(vii) パワースペクトル密度関数 ;  $S_{uu}(f), S_{vv}(f), S_{ww}(f)$

$$S_{uu}(f) = 2 \int_0^{\infty} R_{uu}(\tau) e^{-2\pi f \tau} d\tau$$

$$S_{uu}(f) = 2 \int_0^{\infty} R_{vv}(\tau) e^{-2\pi f \tau i} d\tau$$

$$S_{ww}(f) = 2 \int_0^{\infty} R_{ww}(\tau) e^{-2\pi f \tau i} d\tau$$

(vii) クロススペクトル

$$\text{実数部 ( Cospectrum ) } C_{uu}(x, f) = \int_0^{\infty} \{ R_{uu}(x, \tau) + R_{uu}(x, -\tau) \} \cos 2\pi f \tau d\tau$$

$$C_{vv}(x, f) = \int_0^{\infty} \{ R_{vv}(x, \tau) + R_{vv}(x, -\tau) \} \cos 2\pi f \tau d\tau$$

$$C_{ww}(x, f) = \int_0^{\infty} \{ R_{ww}(x, \tau) + R_{ww}(x, -\tau) \} \cos 2\pi f \tau d\tau$$

虚数部 ( Quadrature spectrum )

$$Q_{uu}(x, f) = \int_0^{\infty} \{ R_{uu}(x, \tau) - R_{uu}(x, -\tau) \} \sin 2\pi f \tau d\tau$$

$$Q_{vv}(x, f) = \int_0^{\infty} \{ R_{vv}(x, \tau) - R_{vv}(x, -\tau) \} \sin 2\pi f \tau d\tau$$

$$Q_{ww}(x, f) = \int_0^{\infty} \{ R_{ww}(x, \tau) - R_{ww}(x, -\tau) \} \sin 2\pi f \tau d\tau$$

(ix) コヒーレンス ( 又はスペクトル・コリレーション )

$$\xi_{uu}(x, f) = \sqrt{\{ C_{uu}^2(x, f) + Q_{uu}^2(x, f) \} / \{ S_{uu}(x, f) \times S_{uu}(o, f) \}}$$

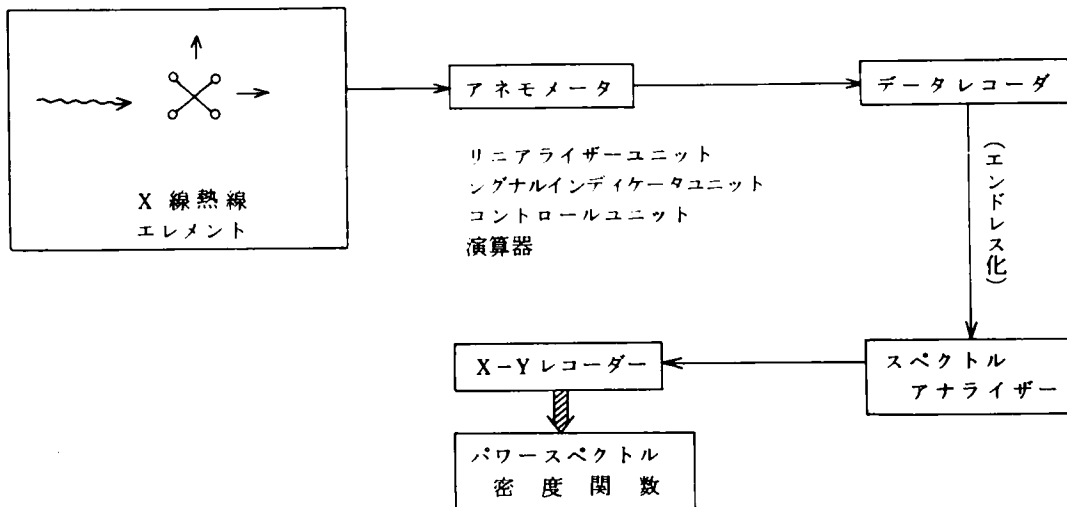
$$\xi_{vv}(x, f) = \sqrt{\{ C_{vv}^2(x, f) + Q_{vv}^2(x, f) \} / \{ S_{vv}(x, f) \times S_{vv}(o, f) \}}$$

$$\xi_{ww}(x, f) = \sqrt{\{ C_{ww}^2(x, f) + Q_{ww}^2(x, f) \} / \{ S_{ww}(x, f) \times S_{ww}(o, f) \}}$$

以上の各物理量のうち、自己相関、相互相関、パワースペクトル密度については、不規則振動方面の研究において従来より、数多く取り扱われているが、最近の土木構造物の長大化ならびに高層化に伴って、風の空間的な相関を示す、空間相関クロススペクトル、コヒーレンスが重要な factor と考えられ、我国でもこれらの結果が報告されつつある。本研究では、この方面の研究は現在進行中の段階でありこれらの結果は次の機会に待つものとする。今回の実験に用いた格子Cによる乱流については、パワースペクトルについて以下に簡単に述べる。

パワースペクトル密度関数

従来より格子により作られる乱れは等方性と考えられている。本研究では、このことを確かめることと共に、それらの周波数特性を調べることににより、実際の自然風との比較を行なうものである。その解析手順としては、以下のブロック図に示すように、磁気テープに記録された乱流2成分(平均流方向uとそれに直角鉛直方向成分v)を、スペクトル解析器によるアナログ計算で実時間にスペクトル密度を計算させ、その出力をX-Yレコーダーにより図化せしめた。



平均風速 $\bar{U}$ が 6.4 m/sec および 8.6 m/sec の場合について、風方向成分を○印で、それと直角方向を●印で示したのが Fig. 4.2.1 および Fig.

4.2.2 である。この結果をみれば平均風速が 6.4 m/sec , 8.9 m/sec の2つの場合とも、20 サイクル以下では平均流方向の変動成分のパワーの方がやや大きく出ており、20 サイクルを越えるとほぼ両者が一致している。このことより、20 サイクル以下では、やや等方性を欠いているものと思われる。一方、周波数特性としては、1 ~ 100 サイクルにわたって顕著なピークは見られず、平均流れ方向成分では1~20 サイクル、それと直角方向成分では5~20 サイクルでほぼ一定となりこの周波数範囲では、ホワイト・ノイズ的な性状を示している。一方、自然風のガスト・スペクトルは、1 サイクルよりもっと小さな周波数域でパワーは大きくなり周波数が大きくなるに従ってほぼ線型的(両対数プロットの場合)に減少し、大体  $-5/3$  乗則に従っている。<sup>(1)</sup> (次頁にその略図を示す。)この

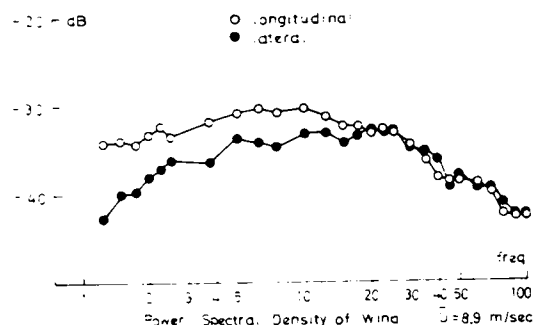


Fig. 4.2.1

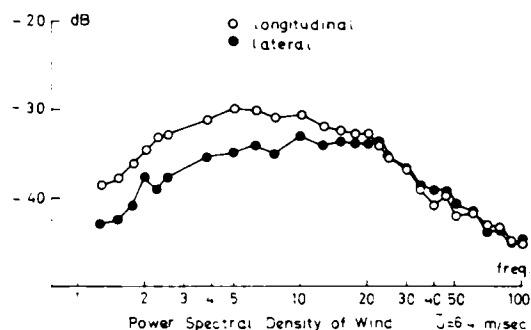
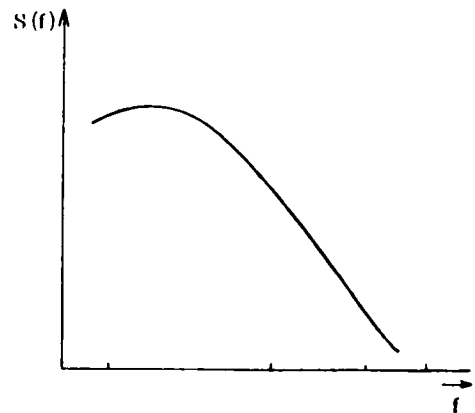


Fig. 4.2.2

ように、風洞内の格子Cによる乱流と自然風の場合のパワースペクトルは大きく異っており、風洞内における自然風のシミュレーションは、いまだむづかしいがかつ重要な問題として残っていると考えられる。

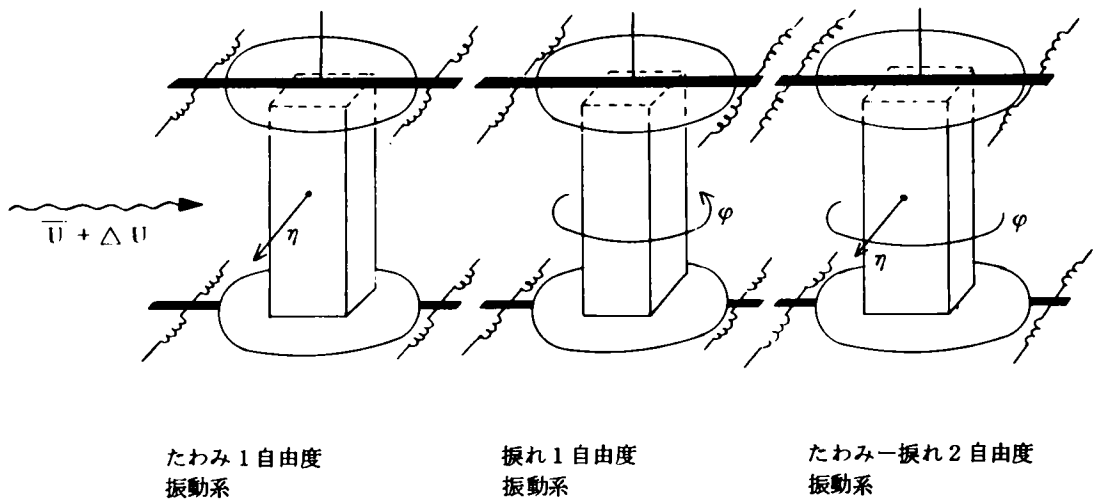


#### 4.3 南港連絡橋吊部部分模型の

##### 動的応答特性

南港連絡橋の空気力学的な動的特性を調べるため、本研究では、吊部の1/200部分模型を用いて、下図に示すようなたわみ1自由度振動実験、ねじれ1

自由度振動実験、たわみ-ねじれ2自由度振動実験を行った。実験は、いずれも風洞内に設置された格子により乱された空気流（乱流）の中で行われた。



なお、各振動系において、模型質量、模型質量慣性モーメント、円振動数、減衰比（damping ratio）は次表のとおりである。

振 動 系	質 量 m (kg・sec <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> )	質量慣性モーメント I (kg・sec <sup>2</sup> )	円 振 動 数 ω (sec <sup>-1</sup> )	減 衰 比 ζ
たわみ1自由度系	0.6147	0.02228	ω <sub>η</sub> = 4.267	ζ <sub>η</sub> = 0.002254
ねじれ1自由度系			ω <sub>η</sub> = 4.650	ζ <sub>φ</sub> = 0.001735
たわみーねじれ 2自由度系	0.6147	0.02228	ω <sub>η</sub> = 4.297 ω <sub>η</sub> = 5.630	ζ <sub>η</sub> = 0.002431 ζ <sub>φ</sub> = 0.003359

以下に各振動系の動的特性を実験結果より簡単に説明する。

(1) たわみ1自由度振動系

ねじれ振動を拘束して、たわみ振動のみ生ずるような振動系にした場合には、いくら風速を増加しても、不安定振動は生じることはなく、逆に振動系の減衰が増加する現象が見られた。Fig. 4.3.1 中、●印が示すように、横軸に換算風速（風速/（床板幅員半長×円振動数））をとれば、風速増加と共に減衰比  $\zeta_\eta$  も急激に増加している。一方、円振動数  $\omega_\eta$  は、無風状態で  $4.267 \text{ (sec}^{-1}\text{)}$  であるのに対して、換算風速が10までは風速増加に伴って  $\omega_\eta$  が減少し、換算風速が10～20までは、 $\omega_\eta$  はおよそ4.2～4.25の間にバラついている。換算風速が20付近を越せば、 $\omega_\eta$  は風速と共に増加する傾向がある。（Fig. 4.3.2 中●印参照）

(2) ねじれ1自由度振動系

たわみ振動を拘束して、ねじれ振動のみ生ずるような振動系にした場合には、たわみ1自由度振動系の場合と同様に、いくら風速をあげても不安定振動は起らなかった。横軸に換算風速をとり、縦軸に減衰比（damping ratio） $\zeta_\varphi$  をとれば、Fig. 4.3.1 中○印のような結果となる。すなわち、風速を増加すると、換算風速が10付近までは、 $\zeta_\varphi$  はやや減少するが換算風速が10付近を越せば、 $\zeta_\varphi$  は徐々に増加し、振動系としては、より安定な系になっている。このことよりたわみ1自由度系の場合にも云えることではあるが、ねじれ1自由度系の場合にも、南港連絡橋吊部断面に、振動系を安定化させるような空力減衰力が作用しており、H型断面（プレートガーダ形式の断面）にみられるようなねじれ1自由度不安定振動現象（ストール

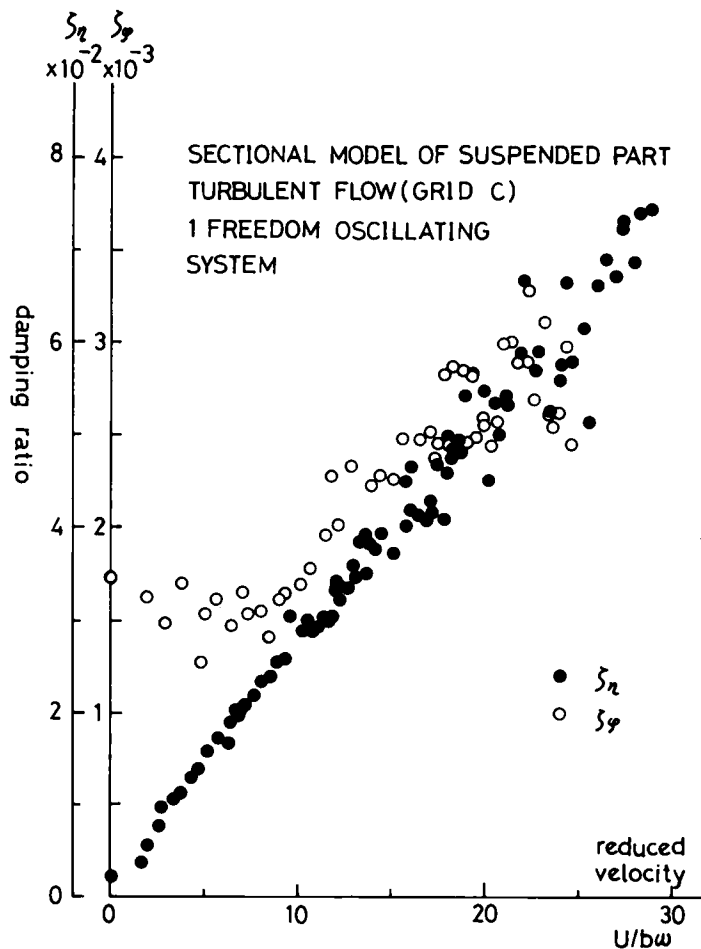


Fig. 4.3.1

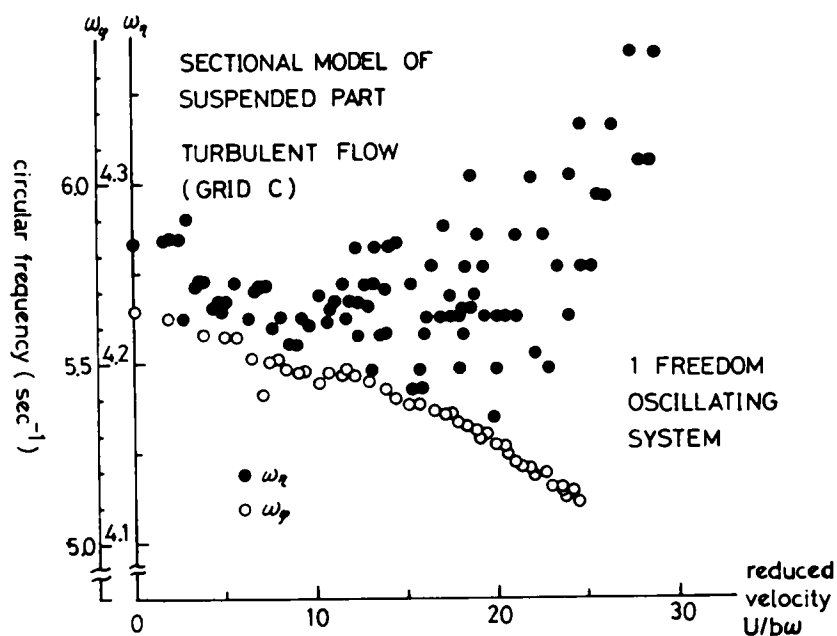


Fig. 4.3.2

ラッター現象)や正方形断面にみられるようなたわみ1自由度不安定現象(ギャロッピング現象)のような1自由度系の破壊的な不安定現象は起り得ないことを示している。一方、横軸に換算風速をとり、縦軸に円振動 $\omega_\phi$ をとってプロットすればFig. 4.3.2中の○印のようになる。このFig. 4.3.2より円振動数 $\omega_\phi$ は、風速増加により、次第に減少しており、見かけ上の振動系の質量の増加もしくは、振動系のねじれ剛性の減少効果がみられる。

### (3) たわみ-ねじれ2自由度振動系

たわみ振動とねじれ振動の2つの振動を可能とした系の場合には、平板や翼断面にみられる典型的なたわみ-ねじれ連成振動(classical flutter)現象が確認された。これは、南港連絡橋断面では上下2枚の床板が支配的な断面効果を与えているためと考えられる。横軸に風速(m/sec)をとり、縦軸にたわみおよびねじれ応答の倍振幅(cm, degree)をプロットした結果をFig. 4.3.3に示す。これらの応答と風速の関係より次のことが知られる。

- (i) 風速が4 m/secでは、たわみ応答倍振幅はおよそ1 cm、ねじれ応答倍振幅はおよそ1°となる。
- (ii) 風速が増加すれば、微小振幅は次第に大きくなり、風速14 m/secで、たわみ倍振幅およびねじれ倍振幅は、それぞれおよそ3.5 cm、3.5°となる。
- (iii) 風速が14.8 m/secになれば、連成振動は急激に大きくなり発振する。
- (iv) ここで風速を落して、14.3 m/secにセットすれば、たわみ倍振幅およびねじれ倍振幅はそれぞれ10.2 cm、20.87°の大振幅連成振動が生ずる。
- (v) 以後徐々に風速を落せば、たわみ倍振幅は次第に減少し、風速が12.62 m/secになれば連成振

動は急激に小さくなり、微小振動現象へと移行する。

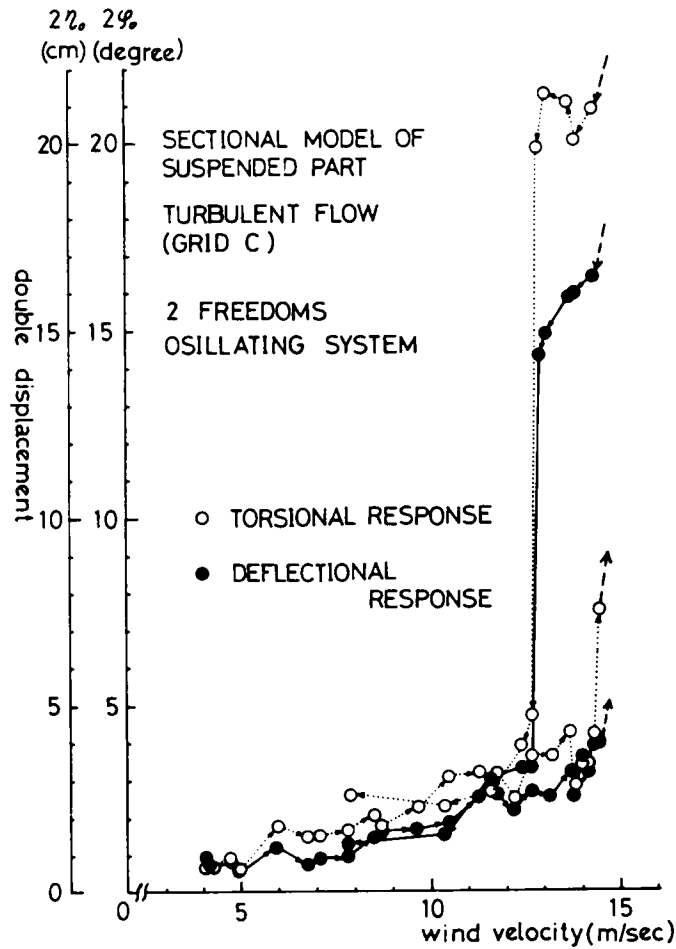
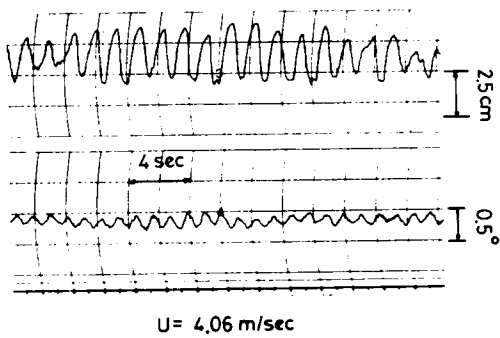


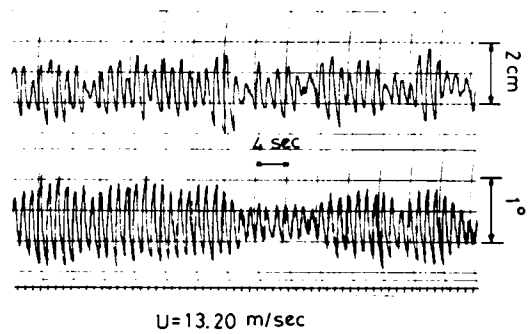
Fig. 4.3.3

(V) 風速が 12.62 m/sec 以下では、たわみおよびねじれ応答とも定常な振動はみられず、不規則な微小振動現象となっている。

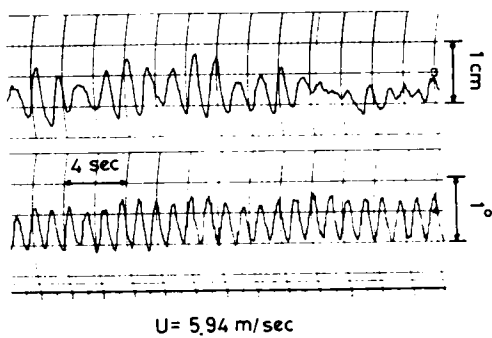
以上の応答特性より、南港連絡橋吊部部分模型の限界フラッター風速はほぼ 12.5 m/sec と考えられる。また、ペン書きレコーダの記録例を Fig. 4.3.4 (a)~(e) に示す。



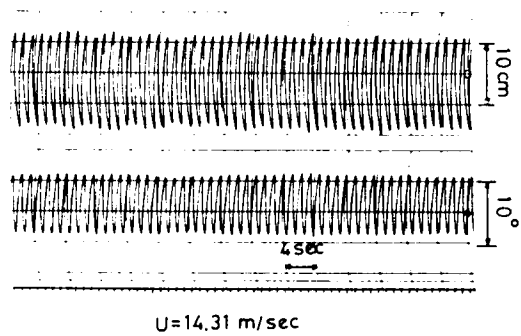
(a)



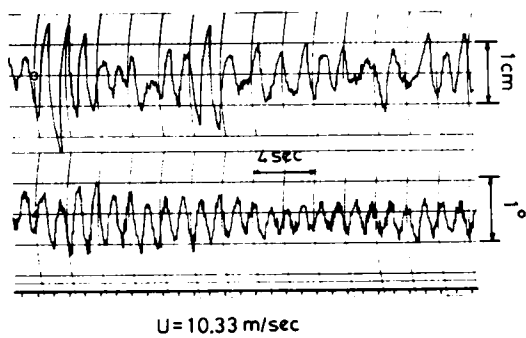
(c)



(b)



(d)



(e)

Fig. 4.3.4



#### 4.4 南港連絡橋吊部分模型の動的応答スペクトル解析

南港連絡橋吊部分模型について行ったねじれ-たわみ2自由度連成振動実験の結果得られた各平均風速におけるたわみ変位およびねじれ変位のパワースペクトルを、スペクトルアナライザーを用いて求めた。一般に、たわみ変化を $\eta$ 、ねじれ変位を $\varphi$ で表わすとき、パワースペクトルはそれぞれ次のように定義される。

$$S_{\eta\eta}(f) = 2 \int_0^{\infty} R_{\eta\eta}(\tau) e^{-2\pi f \tau} d\tau$$

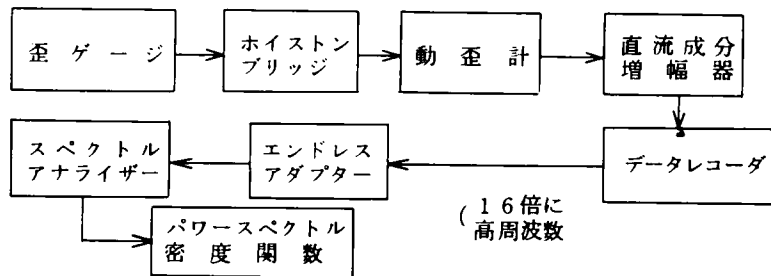
$$S_{\varphi\varphi}(f) = 2 \int_0^{\infty} R_{\varphi\varphi}(\tau) e^{-2\pi f \tau} d\tau$$

但し、

$$R_{\eta\eta}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \eta(t) \eta(t+\tau) dt$$

$$R_{\varphi\varphi}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \varphi(t) \varphi(t+\tau) dt$$

本研究において、これらの変位2成分のパワースペクトルを得るまでの過程を表わせば以下のブロック図で表わすことができる。



このような過程で得られたたわみおよびねじれ変位のパワースペクトルを平均風速  $\bar{U} = 4.06 \text{ m/sec}$ ,  $5.94 \text{ m/sec}$ ,  $13.20 \text{ m/sec}$ ,  $14.31 \text{ m/sec}$  の場合について Fig. 4.4.1より Fig. 4.4.4に示す。この4つの場合は、Fig. 4.3.4(a)より Fig. 4.3.4(c)に示される応答図（ペン書きレコーダーに記録されたもの）に対応している。なお、縦軸は、変動風の場合と同様に、デシベル (dB) 単位となっている。以下に、4種類の風速の場合の結果に対して簡単に説明する。

(i)  $\bar{U} = 4.06 \text{ m/sec}$  の場合

( Fig. 4.4.1 参 )

ねじれ応答のパワースペクトルは、ピークは、ねじれ振動の固有振動数の所にただ一つ現われており、たわみ振動固有振動数の所にピークはみられない。一方、たわみ応答のパワースペクトルについては、たわみ振動固有振動数で最も大きなパワーのピークがみられ、ついでねじれ振動固有振動数でも、ピークがみられる。このことより、ねじれ振動はたわみ振動の影響を受けにくく、逆に、たわみ振動は、ねじれ振動の影響をすでに受けているものと考えられる。

(ii)  $\bar{U} = 5.94 \text{ m/sec}$  の場合

( Fig. 4.4.2 参 )

ねじれ応答の場合は(i)の場合と同じ傾向を示しているが、たわみ応答のスペクトルは、依然として、たわみとねじれの両固有振動数の所でピークが現われており、たわみ固有振動数の所でのパワーの方が大きくでている。ただ、(i)の場合と違う点は、これら2つのピークの間の周波数領域においては、全体的にパワーが増大しており、たわみ振動は、(i)の場合より、より一層ねじれ振動の影響を大きく受けていると考えられる。

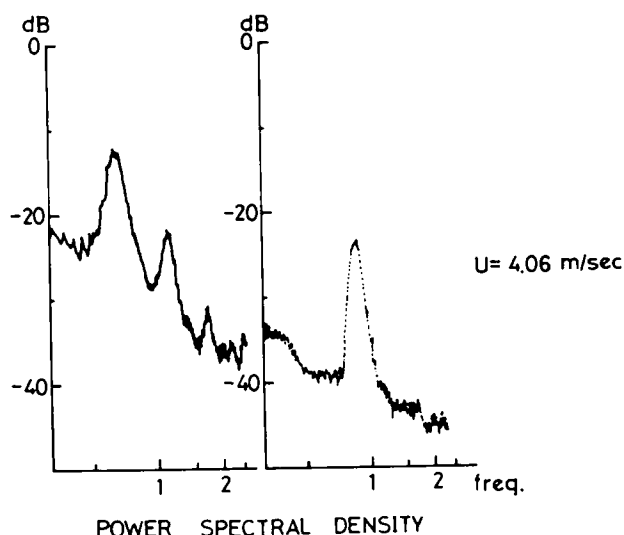


Fig. 4.4.1

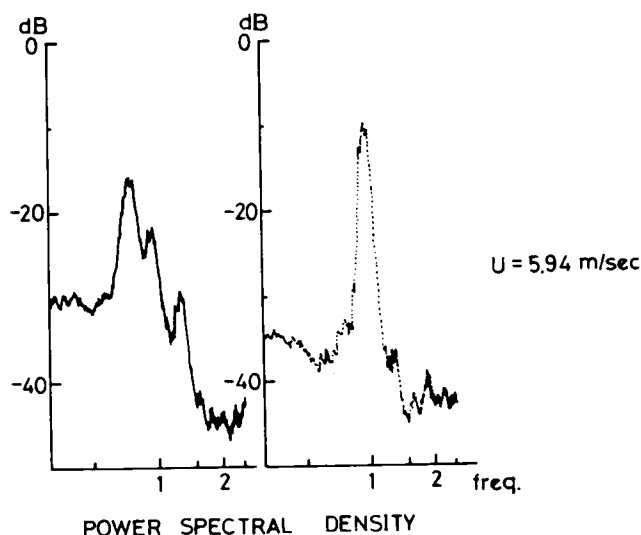


Fig. 4.4.2

(iii)  $\bar{U} = 13.20 \text{ m/sec}$  の場合

( Fig. 4.4.3 参 )

ねじれ応答のパワースペクトルは、(i),(ii)の場合と同様、ねじれ固有振動数でただ一つのピークが現われている。一方、たわみ応答のパワースペクトルは、ねじれ固有振動数で顕著なピークが見られると共に、たわみ固有振動でもピークはみられるが、これら2つのピークの間の周波数領域でもかなり大きなパワーをもっており、たわみ振動はほぼねじれ振動の振動と一致しつつあり、まさに連成振動に移行する直前の現象と考えられる。

(iv)  $\bar{U} = 14.31 \text{ m/sec}$  の場合

( Fig. 4.4.4 参 )

ねじれ応答、たわみ応答共に、ねじれ固有振動数で唯一つのピークがあらわれており、南港連絡橋吊部部分模型が、完全にねじれ振動とたわみ振動が連成状態にあることを示している。(2自由度連成フラッター振動現象)

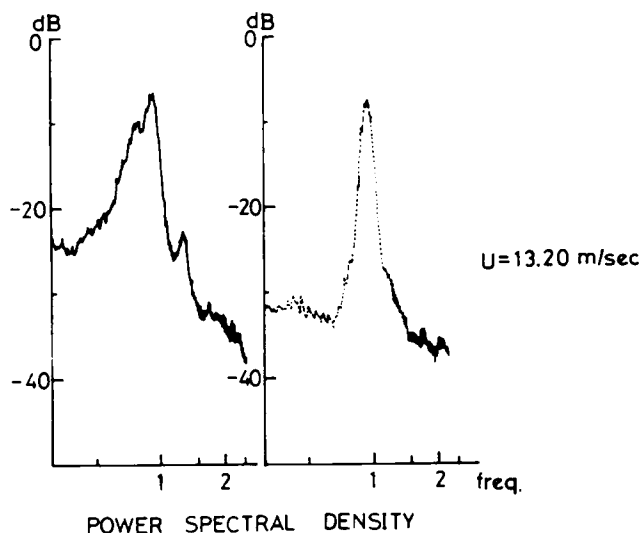


Fig. 4.4.3

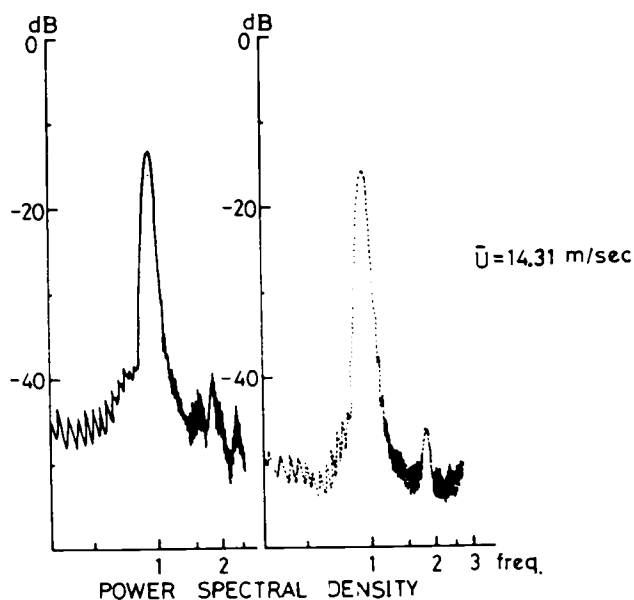
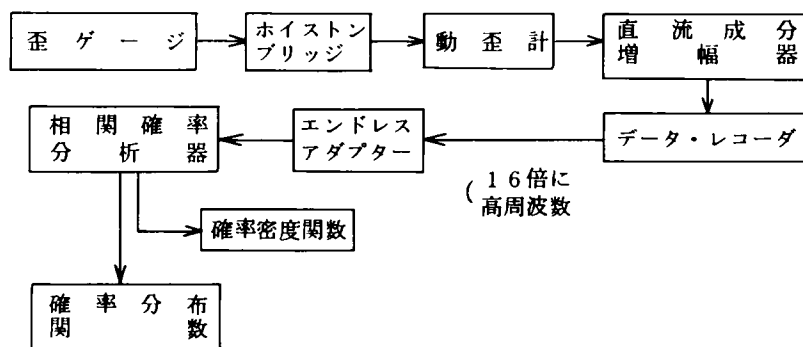


Fig. 4.4.4

#### 4.5 南港連絡橋吊部部分模型の動的応答確率密度および分布関数

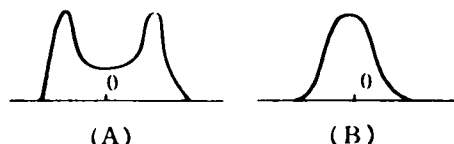
南港連絡橋吊部部分模型について行った、ねじれ-たわみ2自由度連成振動実験の結果より得られる、各風速におけるたわみ変位およびねじれ変位の確率密度関数および確率分布関数を相関確率分析器を用いて求めた。その手順を以下のブロック図に示す。



本研究では、これらの解析結果の1例として、前述の2自由度振動的応答記録で示した平均風速が 4.06 m/sec, 5.94 m/sec, 13.20 m/sec, 14.31 m/sec, 10.33 m/sec (すなわち、風速を徐々に上げてフラッター現象をとらえた後、再び風速を下げた場合の代表風速) の5つの場合の確率密度関数および確率分布関数を Fig. 4.5.1 より Fig. 4.5.5 に示す。なお、これらの図の横軸は、応答の振幅を示すものである。これらの5つの場合についてその特性を述べれば以下になる。

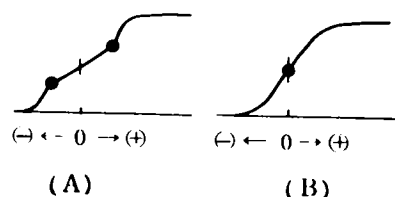
##### (i) 確率密度関数

ねじれ振動とたわみ振動とが完全に連成している状態では次頁図に示すような(A)のような結果を示している。これは、入力が正弦波となっていることを意味しており、 $\bar{U}=14.31$  m/sec の場合には、フラッター振動中における波形は、かなり定常的な正弦波を成しているものと考えられる。一方、フラッター状態でない場合(本例では、 $\bar{U}=4.06$  m/sec,  $\bar{U}=5.94$  m/sec,  $\bar{U}=13.20$  m/sec,  $\bar{U}=10.33$  m/sec)には、右上図の(B)のような、0軸に関して対称なほぼ正規分布となっており、このような状態では、振動はかなり不規則なものと考えられる。



##### (ii) 確率分布関数

上記の確率密度関数と同様に、応答がフラッター状態にある場合とそうでない場合とでは、分布関数に大きな差異が認められる。フラッター状態では、振幅0でないある振幅の所(すなわち⊕および⊖の所)で2つの変曲点をもつものに対して、フラッター状態でない場合には、振幅0の所でただ一つの変曲点を有する。



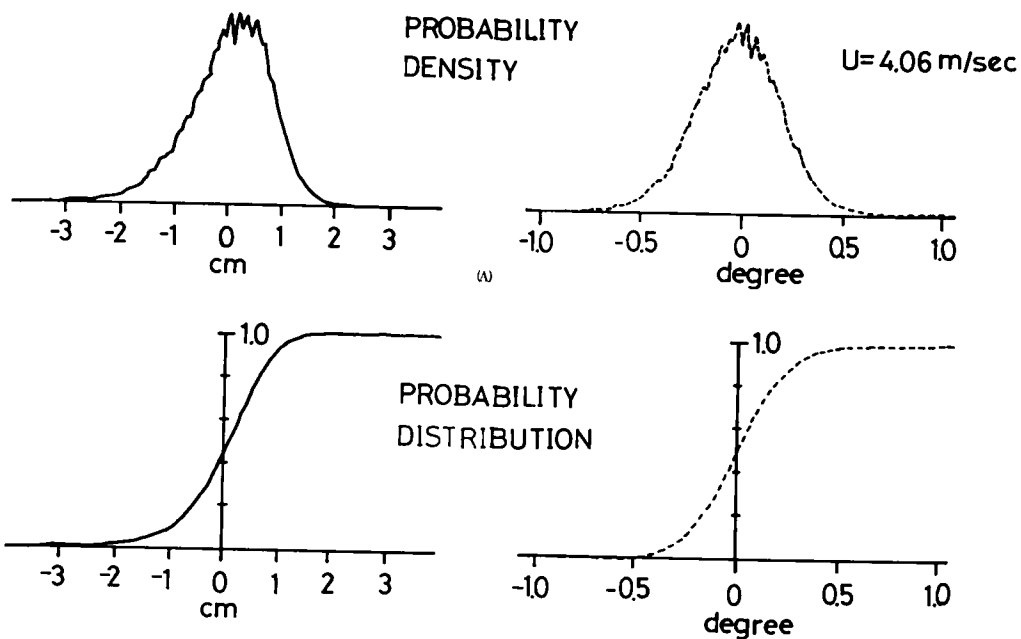


Fig. 4.5.1

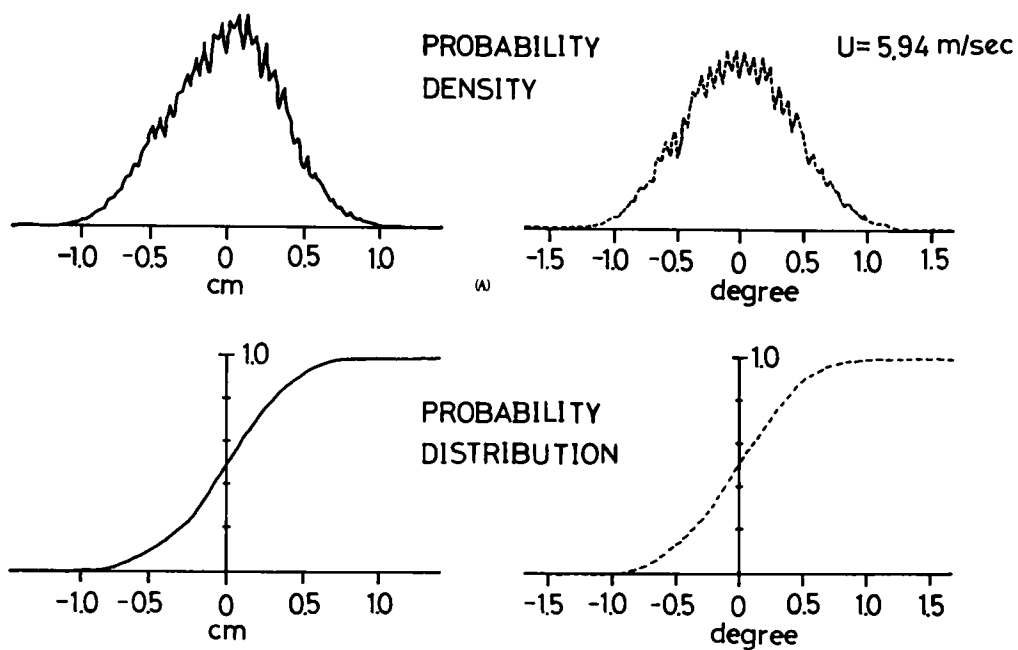


Fig. 4.5.2

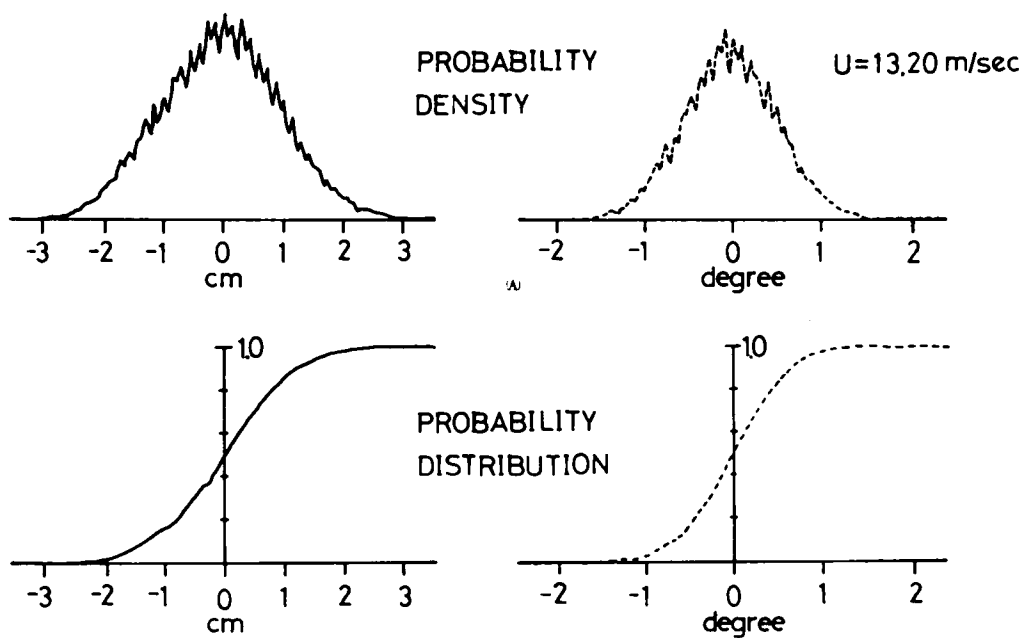


Fig. 4.5.3

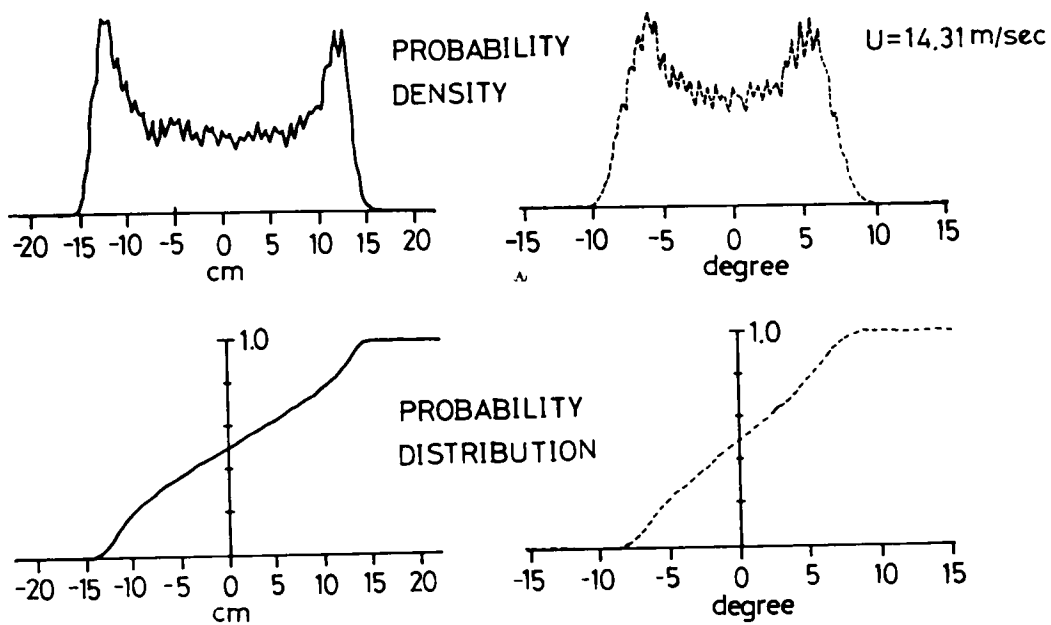


Fig. 4.5.4

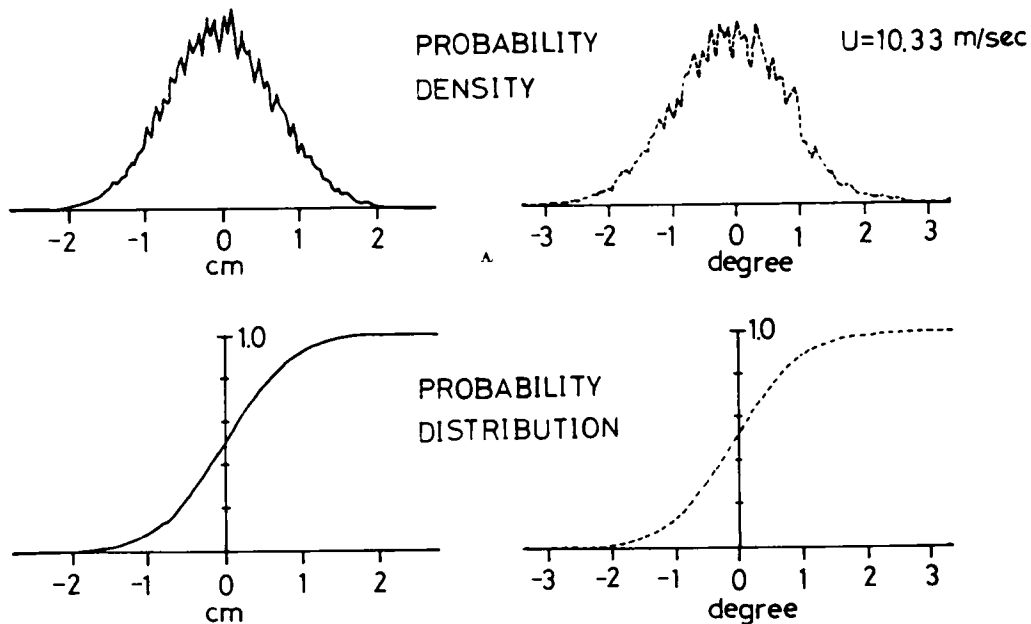


Fig. 4.5.5

#### 4.6 南港連絡橋吊部部分模型の限界フラッター

南港連絡橋吊部部分模型について、たわみ-ねじれ2自由度振動実験を行なった結果、平板や翼断面にみられる典型的な2自由度連成振動(coupled flutter)現象が確認された。ここでは、模型実験結果より、南港連絡橋の耐風的な動的安定性を評価するために、以下の解析方法<sup>2)</sup>を示すものである。

部分模型2自由度振動系の運動方程式は、その応答特性が、平板や翼形式のそれに似ていることより、次式で表わす。

$$m\ddot{\eta} + C_{\eta}\dot{\eta} + k\eta = m(H_1\dot{\eta} + H_2\dot{\varphi} + H_3\varphi) \quad (4.6.1)$$

$$I\ddot{\varphi} + C_{\varphi}\dot{\varphi} + kb\varphi = I(A_1\dot{\eta} + A_2\dot{\varphi} + H_3\varphi) \quad (4.6.2)$$

但し、上式において

- $m$  : 部分模型の単位長当りの質量
- $I$  : 部分模型の単位長当りの質量慣性モーメント
- $C_{\eta}, C_{\varphi}$  : 部分模型振動系の減衰定数
- $k$  : 振動系のバネ定数
- $b$  : 部分模型幅員の半長
- $\eta$  : たわみ変位量,  $\varphi$  : ねじれ変位量
- $H_1 \sim H_3, A_1 \sim A_3$  : 動的空気力係数

ここで、上記の動的空気力係数を擬定常空気力理論を用いて表わせば

$$\begin{aligned} H_1 &= -\frac{\rho b U}{m} \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right), & H_2 &= -\frac{\rho b^2 U}{2m} \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right), & H_3 &= -\frac{\rho b U^2}{m} \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) \\ A_1 &= \frac{\rho b^2 U}{2I} \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right), & A_2 &= -\frac{\rho b^3 U}{2I} \left( \pi - \frac{1}{2} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right), & A_3 &= \frac{\rho b^2 U^2}{2I} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \end{aligned} \quad (4.6.3)$$

となる。ここで、式(4.6.1)および式(4.6.2)の解 $(\eta, \varphi)$ が $(0, 0)$ でない安定な解が存在するためには、次の6個のRouth-Hurwitzの条件式

$$B_1 \equiv 2\zeta_\varphi \omega_\varphi + 2\zeta_\eta \omega_\eta + |H_1| + |A_2| > 0 \quad (4.6.4)_1$$

$$B_2 \equiv \omega_\varphi^2 - A_3 + \omega_\eta^2 + (2\zeta_\eta \omega_\eta + |H_1|)(2\zeta_\varphi \omega_\varphi + |A_2|) + A_1 |H_2| > 0 \quad (4.6.4)_2$$

$$B_3 \equiv (\omega_\varphi^2 - A_3)(2\zeta_\eta \omega_\eta + |H_1|) + \omega_\eta^2 (2\zeta_\eta \omega_\eta + |A_1|) + A_1 |H_3| > 0 \quad (4.6.4)_3$$

$$B_0 \equiv \omega_\eta^2 (\omega_\varphi^2 - A_3) > 0 \quad (4.6.4)_4$$

$$R \equiv B_3 B_2 B_1 - B_3^2 B_0 - B_1^2 > 0 \quad (4.6.4)_5$$

を満足しなければならない。

ただし、式(4.6.3)および式(4.6.4)において

$\zeta_{\eta, \varphi}$  ; 減衰比 (damping ratio)

$\omega_{\eta, \varphi}$  ; 円振動数

$\rho$  ; 空気密度,  $U$  ; 風速,

$C_L$  ; 揚力係数,  $\alpha$  ; 迎え角

平板形式の場合、式(4.6.4)<sub>1</sub>～式(4.6.4)<sub>5</sub>のうち、式(4.6.5)<sub>5</sub>の条件式により、安定と不安定の限界条件が決められ、最終的に、

$$\frac{B_2 B_3}{2} \sqrt{\left\{ 1 - 1 - \left( \frac{4 B_0}{B_2^2} \right) \right\}} - \{ (\omega_\alpha^2 - A_3)(2\zeta_\eta \omega_\eta + |H_1|) + \omega_\eta^2 (2\zeta_\varphi \omega_\varphi + |A_2|) \} = A_1 \cdot |H_3| \quad (4.6.5)$$

なる条件を得る。

式(4.6.5)において、オーダー比較を行い、微小項を無視すれば次の近似式を得る。

$$A_1 \cdot |H_3| = \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right)^2 \frac{\rho^2 b^3 U^3}{2mI} = \{ 2\zeta_\varphi \omega_\varphi + |A_2| \} (\omega_\varphi^2 - \omega_\eta^2) \quad (4.6.6)$$

式(4.6.6)より、2自由度連成振動の限界風速 $U_{cr}$ は、次のように2通りの方法で近似的に求めることができる。



(その1)

$$U_{cr} = K \cdot b \cdot \omega_{\varphi} \sqrt[3]{\left(\frac{I}{\rho b^4}\right) \left(\frac{m}{\rho b^2}\right) \left(1 - \frac{\omega_{\eta}^2}{\omega_{\varphi}^2}\right)} \quad (4.6.7)$$

$$\text{但し } K = \sqrt[3]{2 \{2\zeta_{\varphi} + |A_2|/\omega_{\varphi}\} \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}\right)^2} \quad (4.6.8)$$

式(4.6.7)において記号Kで表わされる物理量は、式(4.6.8)で表わされるが、白石の研究<sup>2)</sup>によれば、式(4.6.7)において、 $U_{cr}$ 、 $b$ 、 $\omega_{\varphi}$ 、 $\sqrt[3]{(I/\rho b^4)(m/\rho b^2)(1 - \omega_{\eta}^2/\omega_{\varphi}^2)}$ に実験値を代入して得られるK値は、断面特性によらずほぼ一定値となり、平板形式の動的応答特性を有する構造物の限界風速  $U_{cr}$ は

$$U_{cr} = K \cdot b \cdot \omega_{\varphi} \sqrt[3]{\left(\frac{I}{\rho b^4}\right) \left(\frac{m}{\rho b^2}\right) \left(1 - \frac{\omega_{\eta}^2}{\omega_{\varphi}^2}\right)}$$

但し

K; 模型実験結果より得られる断面特有の空力係数

により得られる。

一方、A. Selberg によれば、限界風速  $U_{cr}$  は近似的に

$$U_{cr} = 0.417 b \cdot \omega_{\varphi} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{\eta}^2}{\omega_{\varphi}^2}\right)} \cdot \sqrt{\left(\frac{I}{\rho b^4}\right) \left(\frac{m}{\rho b^2}\right)} \quad (4.6.9)$$

で求められる。

(その2)

式(4.6.6)において、

$$|A_2| = \frac{\rho b^3}{2I} \left( \pi - \frac{1}{2} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) \cdot U$$

を代入すれば

$$a_1 U^3 - a_2 U - a_3 = 0 \quad (4.6.10)$$

ただし

$$a_1 = \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right)^2 \frac{\rho^2 b^3}{2mI}$$

$$a_2 = (\omega_{\varphi}^2 - \omega_{\eta}^2) \frac{\rho b^3}{2I} \left( \pi - \frac{1}{2} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right)$$

$$a_3 = 2\zeta_{\varphi} \omega_{\varphi} (\omega_{\varphi}^2 - \omega_{\eta}^2)$$

なる3次方程式の実根として限界風速  $U_{cr}$  が求められる。

南港連絡橋吊部部分模型について行った2自由度振動実験において、上記の各物理量は、つぎのとおりである。

$$m = 0.6147 \text{ Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2, \quad I = 0.02228 \text{ Kg} \cdot \text{sec}^2.$$

$$b = 0.0455 \text{ m} \quad \partial C_L / \partial \alpha = 4.412$$

$$\zeta_\varphi = 0.003359, \quad \zeta_\eta = 0.002431$$

$$\omega_\varphi = 5.630 \text{ sec}^{-1} \quad \omega_\eta = 4.2965 \text{ sec}^{-1}$$

$$U_{cr} = 12.5 \text{ m/sec} \quad \omega_\varphi / \omega_\eta = 1.3104$$

これらの各値を式(4.6.7)に代入して、空力係数Kを求めれば、

$$K = 0.1413$$

となる。この空力係数は、南港連絡橋断面特有の値であり、この値を用いて、実橋の動的な安定性を第5.2で評価する。

## 参 考 文 献

- (1) 本州四国連絡橋耐風設計指針解説(1967), 土木学会
- (2) 白石成人, “平板状構造物の曲げ振れフラッター特性に関する基礎的考察”, 土木学会論文報告集, No. 185, 1971, pp. 61~72

## 第 5 章 実橋の空気力学特性

### 5.1 実橋に作用する静的空気力

以上の各模型を用いた静的実験より得られた各種の静的空気力係数を用いて、次の各場合を対象とした。

- (i) 一様流が主塔左右に、中央吊部側 7 パネル、反対側 9 パネルの架設状態に作用したとき。
- (ii) せん断流（速度勾配  $1/7.5$  乗べき法則）が主塔左右に、中央吊部側 7 パネル、反対側 9 パネルの架設状態に作用したとき。
- (iii) 一様流が主塔左右に 9 パネルずつ張り出している架設状態に作用したとき。
- (iv) せん断流（速度勾配  $1/3$  乗べき法則）が主塔左右に 9 パネルずつ張り出している架設状態に作用したとき。
- (v) せん断流（速度勾配  $1/7.5$  乗べき法則）が主塔左右に 9 パネルずつ張り出している架設状態に作用したとき。
- (vi) 一様流が完成時の全径間に作用したとき。
- (vii) せん断流（速度勾配  $1/3$  乗べき法則）が完成時の全径間に作用したとき。
- (viii) せん断流（速度勾配  $1/7.5$  乗べき法則）が完成時の全径間に作用したとき。

以上の 8 ケースは今回の風洞実験においてシュミレートした一様風。境界層 A, B に対応するものであるが、このような境界層をそのまま実橋に、相似した風速分布として作用させた場合の静的空気力を求めれば以下の表ようになる。ここに風速  $60 \text{ m/sec}$  は境界層外の一様風の値であり、したがって、架設時の場合はほぼ上弦材の位置での風速に対応し、完成時については計算上、水面上  $200 \text{ m}$  での風速を対象とすることになる。また、完成時に吊部分に作用する静的空気力が、迎え角（angle of attack）と共に変化する様子も併せて以下の表に示す。なお Fig 5.1 は風洞内の境界層を実橋に適用した場合の風速の様子を示すものである。

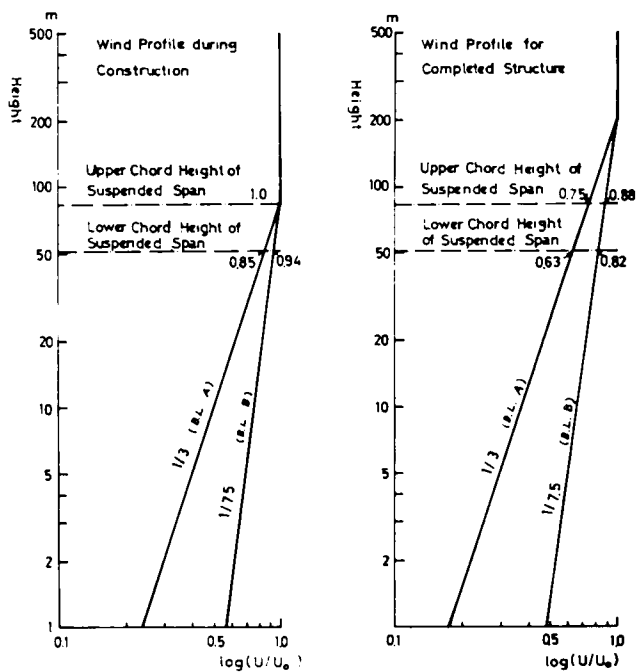


Fig. 5.1 Assumed Wind Profile for Estimation of Wind Forces

$$U_0 = 60 \text{ m/sec}$$

主塔左右 吊部側に7パネル，端側に9パネル（架設時）

一様流

水平迎え角 degree	空 気 力 F (ton)	揚 力 L (ton)	支承部モーメント M (ton・m)
90	405	- 91	27500
80	569	- 29	38700
70	837	- 86	56900
60	1,104	-103	75000
50	1,289	-115	87600
40	1,406	-238	95600
30	1,508	-255	102500
20	1,550	-264	105400
10	1,468	-565	99800
0	1,234	-572	83900
-10	1,468	-671	99800
-20	1,550	-610	105400
-30	1,509	-430	102500
-40	1,406	-170	95600
-50	1,104	-161	75000
-60	1,104	-140	75000
-70	837	-135	56900
-80	597	-135	40600
-90	405	- 91	27500

$$U_0 = 60 \text{ m/sec}$$

主塔左右 吊部側に 7 パネル，端側に 9 パネル（架設時）

せん断流 （境界層 B）

水平迎え角 degree	抗 力 D (ton)	横 力 S (ton)	空 気 力 F (ton)	揚 力 (床板なし) (ton)	ピッチング モーメント PM (ton・m)	ローリング モーメント RM (ton・m)	モーメント M (ton・m)
90	0	346	405	-163	0	23,500	27,500
80	96	586	665	-219	6,500	39,800	45,200
70	281	792	926	-205	19,100	53,800	62,900
60	549	895	1,145	-238	37,300	60,800	77,800
50	823	902	1,358	-162	55,900	61,300	92,300
40	1,036	775	1,392	-183	70,400	52,700	94,600
30	1,276	621	1,495	-269	86,700	42,200	101,600
20	1,440	374	1,468	-173	97,900	25,400	99,800
10	1,406	171	1,330	-315	95,800	11,600	90,400
0	1,248	0	1,241	-530	84,800	0	84,400
-10			1,330				90,400
-20			1,365				92,800
-30			1,440				97,900
-40			1,351				91,800
-50			1,186				80,600
-60			1,097				74,600
-70			933				63,400
-80			672				45,700
-90			384				26,100

$$U_0 = 60 \text{ m/sec}$$

主塔左右に9パネルずつの状態(架設時)

一様流

水平迎え角 degree	空 気 力 F (ton)	揚 力		モーメント M (ton・m)
		床板あり L (ton)	床板なし L (ton)	
90	426	-62	118	28,900
80	598	-187	139	40,600
70	882	-260	206	59,900
60	1,150	-187	325	78,200
50	1,382	-283	469	93,900
40	1,472	-426	526	100,100
30	1,591	-419	514	108,200
20	1,606	-439	564	109,200
10	1,539	-467	656	104,600
0	1,315	-474	666	89,400
-10	1,554	-550	656	105,600
-20	1,606	-490	594	109,200
-30	1,569	-519	519	106,700
-40	1,509	-465	545	102,600
-50	1,352	-548	545	91,900
-60	1,128	-436	575	76,700
-70	881	-330	504	59,900
-80	575	-131	116	39,100
-90	426	-117	139	29,000

$$U_0 = 60 \text{ m/sec}$$

主塔左右に9パネルずつの状態(架設時)

せん断流 (境界層A)

水平迎え角 degree	抵抗力 D (ton)	揚力 (床板なし) L (ton)	ピッチングモーメント PM (ton·m)
0	1,031	-486	70,100
10	1,165	-392	79,200
20	1,188	-261	80,800
30	1,068	-425	72,600
40	904	-366	61,500
50	710	-503	48,300
60	441	-495	30,000
70	261	-351	17,700
80	134	-297	9,100
90	0	-23	0

$$U_0 = 60 \text{ m/sec}$$

中央吊部分に作用する空気力(完成時)

一様流

迎え角 (angle of attack) degree	抵抗力 D (ton)	揚力 L (ton)	ピッチングモーメント PM (ton·m)
30	1,192	826	64,120
25	1,052	770	38,670
20	1,047	767	23,290
15	1,001	649	12,020
10	885	523	6,500
5	775	316	6,400
0	747	-60	24,670
-5	766	-297	34,970
-10	821	-406	49,130
-15	903	-480	56,180
-20	987	-559	63,040
-25	1,071	-616	73,970
-30	1,126	-632	79,440

$$U_0 = 60 \text{ m/sec}$$

主塔左右に9パネルずつの状態（架設時）

せん断流（境界層B）

水平迎え角 degree	抗 力 D (ton)	横 力 S (ton)	空 気 力 F (ton)	揚 力 (床板なし) L (ton)	ピッチング モーメント PM (ton・m)	ローリング モーメント RM (ton・m)	モーメント M (ton・m)
90	0	396	396	- 44	0	26,900	26,900
80	105	613	657	- 92	7,100	41,700	44,700
70	299	840	971	-120	20,300	57,100	66,000
60	575	949	1,203	-255	39,100	64,500	81,800
50	881	960	1,404	-321	59,900	65,300	95,400
40	1083	867	1,531	-474	73,600	58,900	104,100
30	1280	654	1,569	-584	87,000	44,500	106,700
20	1427	388	1,591	-565	97,000	26,400	108,200
10	1554	183	1,479	-537	105,600	12,400	100,500
0	1285	- 4	1,277	-233	87,400	- 300	86,800
- 10			1,374	-388			93,400
- 20			1,427	- 67			97,000
- 30			1,427	-277			97,000
- 40			1,382	-429			93,900
- 50			1,210	-330			82,300
- 60			1,076	-435			73,100
- 70			822	-328			55,900
- 80			598	- 50			40,700
- 90			374	- 21			25,400



$$U_0 = 60 \text{ m/sec}$$

全径間（完成時）

一様流

水平迎え角 degree	抵抗力 D <sub>I</sub> (ton)	横力 S <sub>I</sub> (ton)	揚力 L <sub>I</sub> (ton)	ピッチング モーメント PM <sub>I</sub> (ton・m)	ローリング モーメント RM <sub>I</sub> (ton・m)
0	2.962	0	139.7	201.357	0
10	2.534	577	133.7	172.261	39,224
20	2.736	577	- 279.5	185,993	39,224
30	2.504	970	24.3	170,222	65,941
40	2.165	1,142	- 413.1	147,177	77,633
50	1,999	970	479.9	135,892	65,941
60	940	910	42.5	63,901	61,862
70	940	1,142	164.0	63,901	77,633
80	446	506	753.3	30,319	34,398
90	0	172	364.5	0	11,693

水平迎え角 degree	抵抗力 D <sub>I</sub> (ton)	横力 S <sub>I</sub> (ton)	揚力 L <sub>I</sub> (ton)	ピッチング モーメント PM <sub>I</sub> (ton・m)	ローリング モーメント RM <sub>I</sub> (ton・m)
0	3.022	0	- 322.0	205,436	0
10	2,766	797	66.8	188,033	54,180
20	2,558	1,249	133.7	173,893	84,907
30	2,367	1,654	492.1	160,909	112,439
40	2,391	1,767	607.5	162,540	120,121
50	1,183	2,338	1,172.5	80,420	158,937
60	797	3,022	1,038.8	54,180	205,436
70	488	1,927	382.7	33,174	130,997
80	0	1,826	546.8	0	124,131
90	0	1,547	449.6	0	105,165

$$U_0 = 60 \text{ m/sec}$$

全径間（完成時）

せん断流（境界層A）

水平迎え角 degree	抗 力 $D_I$ (ton)	横 力 $S_I$ (ton)	揚 力 $L_I$ (ton)	ピッチング モーメント $PM_I$ (ton·m)	ローリング モーメント $RM_I$ (ton·m)
0	1,588	— 286	850.5	107,952	— 19,442
10	1,761	— 315	109.4	119,712	— 21,414
20	1,880	0	443.5	127,802	0
30	1,767	1,255	12.2	120,121	85,315
40	1,457	571	127.6	99,047	38,817
50	1,083	399	364.5	73,622	27,214
60	1,142	— 143	30.4	77,633	— 9,721
70	506	— 286	267.3	34,398	— 19,422
80	399	— 1,255	540.7	27,124	— 85,315
90	0	— 1,999	522.5	0	— 135,892

水平迎え角 degree	抗 力 $D_I$ (ton)	横 力 $S_I$ (ton)	揚 力 $L_I$ (ton)	ピッチング モーメント $PM_I$ (ton·m)	ローリング モーメント $RM_I$ (ton·m)
0	1,451	315	66.8	98,639	21,414
10	1,505	1,261	— 255.2	102,310	85,723
20	1,654	797	— 382.7	112,439	54,180
30	1,368	1,225	139.7	92,967	83,276
40	970	1,505	— 121.5	65,941	102,310
50	399	1,398	60.8	27,124	95,036
60	0	2,772	— 170.1	0	188,441
70	286	3,182	42.5	19,442	216,312
80	286	2,183	12.2	19,442	148,400
90	0	2,962	613.6	0	201,357

$U_0 = 60 \text{ m/sec}$

全径間 (完成時)

せん断流 (境界層B)

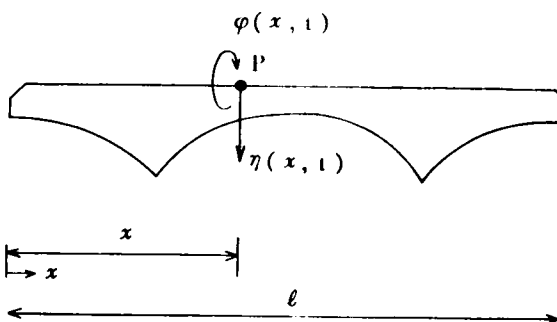
水平迎え角 degree	抗 力 D I (ton)	横 力 S I (ton)	揚 力 L I (ton)	ピッチング モーメント P M I (ton·m)	ローリング モーメント R M I (ton·m)
0	2,558	0	0.0	173.893	0
10	2,451	428	66.8	166.619	29,095
20	2,736	399	- 151.9	185,993	27,124
30	1,993	970	6.1	135,484	65,941
40	1,790	369	- 60.7	121,684	25,085
50	1,392	506	808.0	94,628	34,398
60	1,083	910	315.9	73,622	61,862
70	512	595	- 115.4	34,806	40,448
80	291	577	170.1	19,782	39,224
90	0	286	230.9	0	19,442

水平迎え角 degree	抗 力 D I (ton)	横 力 S I (ton)	揚 力 L I (ton)	ピッチング モーメント P M I (ton·m)	ローリング モーメント R M I (ton·m)
0	2,445	577	- 103.3	166,211	39,224
10	2,558	797	24.3	173,893	54,180
20	2,849	1,255	- 249.1	193,675	85,315
30	2,558	1,939	- 127.6	173,893	131,813
40	1,880	2,855	151.9	127,802	194,083
50	1,368	2,855	145.8	92,997	194,083
60	791	2,165	- 473.9	53,772	147,177
70	286	1,826	91.1	19,442	124,131
80	0	1,654	425.3	0	112,439
90	0	1,255	309.8	0	85,315

## 5.2 南港連絡橋（実橋）の限界フラッター風速

実橋を対象とする場合には、前記の模型実験の場合と比べて

- (i) 部分模型では、その変位は剛体的に発生する。  
すなわち、模型の変位（たわみ及び振れ）は橋軸上の位置には無関係で時間だけに従っている。
- (ii) 実橋の場合には、その変位（たわみ及び振れ）は橋軸上の距離と時間に従う。すなわち、たわみ変化および振れ変位のそれぞれのモードを考慮する必要がある。



以上の2点で基本的にその応答特性が異っている。いま、右上の図に示すように、橋梁1端から距離  $x$  だけ離れた1点Pのたわみ変位を  $\eta$ 、振れ変位を  $\varphi$  とすれば、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \eta(x, t) &= y(t) \Phi(x) \\ \varphi(x, t) &= \alpha(t) \bar{\Psi}(x) \end{aligned} \right\} \quad (5.2.1)$$

のように、時間の関数と位置の関数（モード関数）で表わすことができる。

一方、橋梁上の1点Pについての運動方程式は、

$$\left. \begin{aligned} m(x) \ddot{\eta}(x, t) + C_{\eta} \dot{\eta}(x, t) + k_{\eta}(x) \eta(x, t) \\ &= m(x) \{ H_1 \ddot{\eta}(x, t) + H_2 \ddot{\varphi}(x, t) + H_3 \varphi(x, t) \} \\ I(x) \ddot{\varphi}(x, t) + C_{\varphi} \dot{\varphi}(x, t) + k_{\varphi}(x) \varphi(x, t) \\ &= I(x) \{ A_1 \ddot{\eta}(x, t) + A_2 \ddot{\varphi}(x, t) + A_3 \varphi(x, t) \} \end{aligned} \right\} \quad (5.2.2)$$

のように表わすことができる。

但し、上式中

- $m(x)$  ; 橋軸方向の質量分布関数  
 $I(x)$  ; " の質量慣性モーメント分布関数  
 $k_{\eta}(x)$  ; " のたわみ剛性分布関数  
 $k_{\varphi}(x)$  ; " の回転剛性分布関数

式(5.2.1)を式(5.2.2)に代入して、

$$\begin{aligned} m(x) \Phi(x) \{ \ddot{y} + 2\zeta_{\eta} \omega_{\eta} \dot{y} + \omega_{\eta}^2 y \} &= m(x) \{ H_1 \Phi(x) \dot{y} \\ &+ H_2 \bar{\Psi}(x) \dot{\alpha} + H_3 \bar{\Psi}(x) \alpha \} \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

$$\begin{aligned} I(x) \bar{\Psi}(x) \{ \ddot{\alpha} + 2\zeta_{\varphi} \omega_{\varphi} \dot{\alpha} + \omega_{\varphi}^2 \alpha \} &= I(x) \{ A_1 \Phi(x) \dot{y} \\ &+ A_2 \bar{\Psi}(x) \dot{\alpha} + A_3 \bar{\Psi}(x) \alpha \} \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

のように書き直すことができる。

但し上式中

$\Phi(x)$  ; たわみ振動のモード関数

$\Psi(x)$  ; ねじれ振動のモード関数

$\zeta_{\eta, \varphi}$  ; 減衰比 ( damping ration )

$\omega_{\eta, \varphi}$  ; 円振動数

$H_1 \sim H_3$  ,  $A_1 \sim A_3$  ; 動的空気力係数

つぎに、式 ( 5.2.3 ) の両辺に  $\Phi(x)$  をそれぞれ掛け、その後、 $x$  について全スパンにわたって積分して次式を得る。

$$\begin{aligned} \int_0^{\ell} m(x) \Phi^2(x) dx \{ \ddot{y} + 2\zeta_{\eta} \omega_{\eta} \dot{y} + \omega_{\eta}^2 y \} = H_1 \dot{y} \int_0^{\ell} m(x) \Phi^2(x) dx \\ + H_2 \dot{\alpha} \int_0^{\ell} m(x) \Phi(x) \bar{\Psi}(x) dx + H_3 \alpha \int_0^{\ell} m(x) \Phi(x) \bar{\Psi}(x) dx \end{aligned} \quad (5.2.5)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\ell} I(x) \bar{\Psi}^2(x) dx \{ \ddot{\alpha} + 2\zeta_{\varphi} \omega_{\varphi} \dot{\alpha} + \omega_{\varphi}^2 \alpha \} = A_1 \dot{y} \int_0^{\ell} I(x) \Psi^2(x) dx \\ + A_2 \dot{\alpha} \int_0^{\ell} I(x) \Psi(x)^2 dx + A_3 \alpha \int_0^{\ell} I(x) \bar{\Psi}^2(x) dx \end{aligned} \quad (5.2.6)$$

いま、

$$m_{\eta\eta} = \int_0^{\ell} m(x) \Phi(x)^2 dx, \quad m_{\eta\varphi} = \int_0^{\ell} m(x) \Phi(x) \bar{\Psi}(x) dx \quad (5.2.7)$$

$$\mathcal{J}_{\eta\varphi} = \int_0^{\ell} I(x) \Phi(x) \bar{\Psi}(x) dx, \quad \mathcal{J}_{\varphi\varphi} = \int_0^{\ell} I(x) \bar{\Psi}^2(x) dx$$

と置けば、式 ( 5.2.5 ) および式 ( 5.2.6 ) はそれぞれ次のように変形することができる。

$$\ddot{y} + 2\zeta_{\eta} \omega_{\eta} \dot{y} + \omega_{\eta}^2 y = H_1 \dot{y} + \frac{m_{\eta\varphi}}{m_{\eta\eta}} H_2 \dot{\alpha} + \frac{\mathcal{J}_{\eta\varphi}}{\mathcal{J}_{\eta\eta}} H_3 \alpha \quad (5.2.8)$$

$$\ddot{\alpha} + 2\zeta_{\varphi} \omega_{\varphi} \dot{\alpha} + \omega_{\varphi}^2 \alpha = \frac{\mathcal{J}_{\eta\varphi}}{\mathcal{J}_{\varphi\varphi}} \cdot A_1 \dot{y} + A_2 \dot{\alpha} + A_3 \alpha \quad (5.2.9)$$

上式より、前節の部分模型で説明した Routh-Hurwitz の安定条件式より、限界フラッター風速は近似的に次式で求めることができる。

(i) 白石の方法<sup>①</sup>

$$U_{cr} = 0.1413 B \omega_{\varphi}^3 \sqrt{\left(\frac{\mathcal{I}_{\varphi\varphi}}{\rho B^4}\right) \left(\frac{m_{\eta\eta}}{\rho B^2}\right) \left(1 - \frac{\omega_{\eta}^2}{\omega_{\varphi}^2}\right)} \quad (5.3.10)$$

(ii) A. Selberg の方法

$$U_{cr} = 0.417 B \omega_{\varphi} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{\eta}^2}{\omega_{\varphi}^2}\right) \left(\frac{\mathcal{I}_{\varphi\varphi}}{\rho B^4}\right) \left(\frac{m_{\eta\eta}}{\rho B^2}\right)} \quad (5.2.11)$$

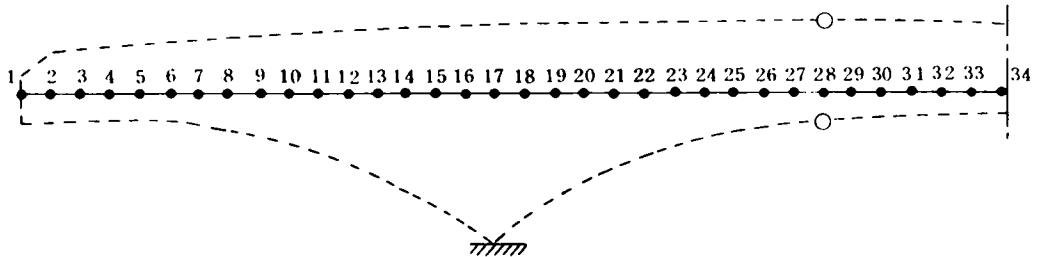
(iii) 白石の方法<sup>②</sup>

$$\left\{ \left( \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right)^2 \frac{\rho^2 B^3}{2 m_{\eta\eta} \mathcal{I}_{\varphi\varphi}} \right\} U^3 - \{ (\omega_{\varphi}^2 - \omega_{\eta}^2) \frac{\rho B^3}{2 \mathcal{I}_{\varphi\varphi}} \left( \pi - \frac{1}{2} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right) \} U - 2 \zeta_{\varphi} \omega_{\varphi} (\omega_{\varphi} - \omega_{\eta}) = 0 \quad (5.2.12)$$

実橋の計算の際には、式(5.2.7)で定義される各振動モードに応じた質量 $m$ および質量慣性モーメント $\mathcal{I}$ はそれぞれ次のように和分に置き直す。

$$\left. \begin{aligned} m_{\eta\eta} &= \sum_{i=1}^n m_i \Phi_i^2, & m_{\eta\varphi} &= \sum_{i=1}^n m_i \Phi_i \bar{\Psi}_i \\ \mathcal{I}_{\eta\varphi} &= \sum_{i=1}^n I_i \Phi_i \bar{\Psi}_i, & \mathcal{I}_{\varphi\varphi} &= \sum_{i=1}^n I_i \bar{\Psi}_i^2 \end{aligned} \right\} \quad (5.2.13)$$

本研究では、南港連絡橋主橋梁部上部工詳細設計(阪神高速道路公団)検討資料(設)No.25より、南港連絡橋半スパン長( $\ell/2$ )の合計34個の格点の単位長さ当りの質量および質量慣性モーメントを求めれば次の表のようになる。





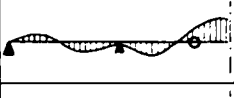
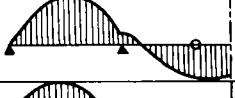


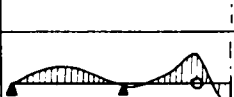

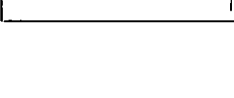
格点の単位長さ当りの質量および質量慣性モーメント

格点番号	質 量 $m_i$ ( $\text{Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2$ )	質量慣性モーメント $I_i$ ( $\text{Kg} \cdot \text{sec}^2$ )	格点番号	質 量 $m_i$ ( $\text{Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2$ )	質量慣性モーメント $I_i$ ( $\text{Kg} \cdot \text{sec}^2$ )
1	$3.403 \times 10^3$	$2.185 \times 10^5$	18	$10.053 \times 10^3$	$35.120 \times 10^5$
2	3.403	2.185	19	5.746	36.198
3	3.403	2.185	20	5.742	27.113
4	3.403	2.185	21	5.552	20.187
5	3.403	2.185	22	5.362	15.101
6	3.403	2.185	23	5.173	11.270
7	3.621	2.247	24	4.983	8.447
8	3.848	2.323	25	4.794	6.539
9	4.090	2.666	26	4.604	6.123
10	4.329	3.401	27	4.414	4.870
11	4.568	4.666	28	4.225	4.029
12	4.807	6.535	29	4.035	3.501
13	5.049	8.342	30	3.845	3.113
14	5.288	12.217	31	3.653	2.770
15	5.527	17.577	32	3.455	2.448
16	5.767	24.826	33	3.238	2.133
17	6.008	35.271	34	1.547	0.941

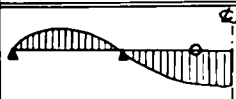

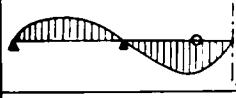

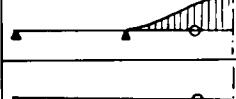
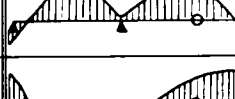
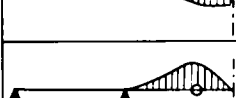
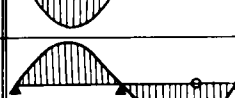
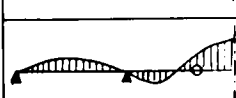
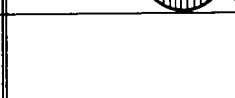
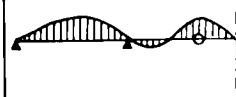
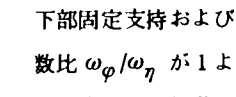
南港連絡橋主橋梁部上部工詳細設計(阪神高速道路公団)検討資料(設)No.25による。

これらの各値を用いて式(5.2.13)より、それぞれの各モードに対する質量および質量慣性モーメントを求めれば次の表ようになる。

下部固定支持

た わ み 振 動			振 れ 振 動		
モード図	円振動数 $\omega_\eta$ ( $\text{sec}^{-1}$ )	質量 $m_{\eta\eta}$ ( $\text{Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2$ )	モード図	円振動数 $\omega_\varphi$ ( $\text{sec}^{-1}$ )	質量慣性モーメント $J_{\varphi\varphi}$ ( $\text{Kg} \cdot \text{sec}^2$ )
	2.7522	$\times 10^3$ 4.1110		2.4110	$\times 10^5$ 2.753
	3.6467	3.594		3.0830	6.279
	7.3146	4.442		3.5538	4.787
	7.9736	4.286		4.3273	4.887
	10.0371	3.917			

下部弾性支持









たわみ振動			振れ振動		
モード図	円振動数 $\omega_\eta$ (sec <sup>-1</sup> )	質量 $m_{\eta\eta}$ (Kg・sec <sup>2</sup> /m)	モード図	円振動数 $\omega_\phi$ (sec <sup>-1</sup> )	質量慣性モーメント $J_{\phi\phi}$ (Kg・sec <sup>2</sup> )
	2.6444	$\times 10^3$ 3.759		2.3497	$\times 10^5$ 1.726
	2.7059	3.976		2.6523	3.923
	3.7896	3.459		3.3122	7.921
	4.9126	3.569		3.3139	8.193
	5.0630	3.788		3.5458	5.255
	5.5900	4.442			
	7.9736	4.336			

下部固定支持および下部弾性支持の場合について、たわみ振動および振れ振動の各モードのうち、円振動数比  $\omega_\phi/\omega_\eta$  が1より大きくなるようなモードを組み合わせ、これらの2つのモード（たわみとねじれのモード）の連成振動の限界風速（フラッター風速）を前記の式（5.2.10）、式（5.2.11）、式（5.2.12）より求めれば、次表のようになる。ただし、式（5.2.12）の3次方程式の根として得られる限界風速は、ねじれ振動における減衰比  $\zeta_\phi$ （damping ratio）により異なるため、 $\zeta_\phi=0$ （実際にはあり得ないが特異な例として考える。）の場合と  $\zeta_\phi=0.1$  の場合について示す。

この表からもわかるように、式（5.2.10）より計算される限界風速の値と式（5.2.11）より計算される値は、かなりよく一致しており、また、実橋のねじれ振動の減衰比  $\zeta_\phi$  も0.1の間の値を示すものと考えられるため、これらの表の示す限界風速は、一応の信頼性があるものと考えられる。

いくつかのモードの組合せの場合の限界風速  $U_{cr}$  値は、170 m/sec となり、当初予想されたように南港連絡橋は動的な耐風性は、良好と考えられる。



下部支持状態	連成モード図	円振動数 ( $\text{sec}^{-1}$ )	円振動数比 $\omega_{\varphi}/\omega_{\eta}$	質量および 質量慣性 モーメント	限界フラッター風速 $U_{cr}$		
					白石の方法 <sup>1</sup>	A. Selberg の方法	白石の方法 <sup>2</sup> $\zeta_{\varphi}=0$ $\zeta_{\varphi}=0.1$
下部固定支持	$\eta$ 	2.7521	1.288	$m_{\eta\eta} (\text{Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2)$ 4,110	169.7	169.5	275.5
	$\varphi$ 	3.5460		$\mathcal{I}_{\varphi\varphi} (\text{Kg} \cdot \text{sec}^2)$ 525,528			
	$\eta$ 	3.6467	1.187	$m_{\eta\eta} (\text{Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2)$ 3,594	173.6	167.7	343.9
	$\varphi$ 	4.3273		$\mathcal{I}_{\varphi\varphi} (\text{Kg} \cdot \text{sec}^2)$ 488,670			
下部弾性支持	$\eta$ 	2.7059	1.3104	$m_{\eta\eta} (\text{Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2)$ 3,976	170.2	172.3	338.0
	$\varphi$ 	3.5458		$\mathcal{I}_{\varphi\varphi} (\text{Kg} \cdot \text{sec}^2)$ 525,528			
	$\eta$ 	2.6444	1.2532	$m_{\eta\eta} (\text{Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^2)$ 3,759	172.82	165.46	340.8
	$\varphi$ 	3.3139		$\mathcal{I}_{\varphi\varphi} (\text{Kg} \cdot \text{sec}^2)$ 819,254			

### 5.3 南港連絡橋の各部材の動的安定性

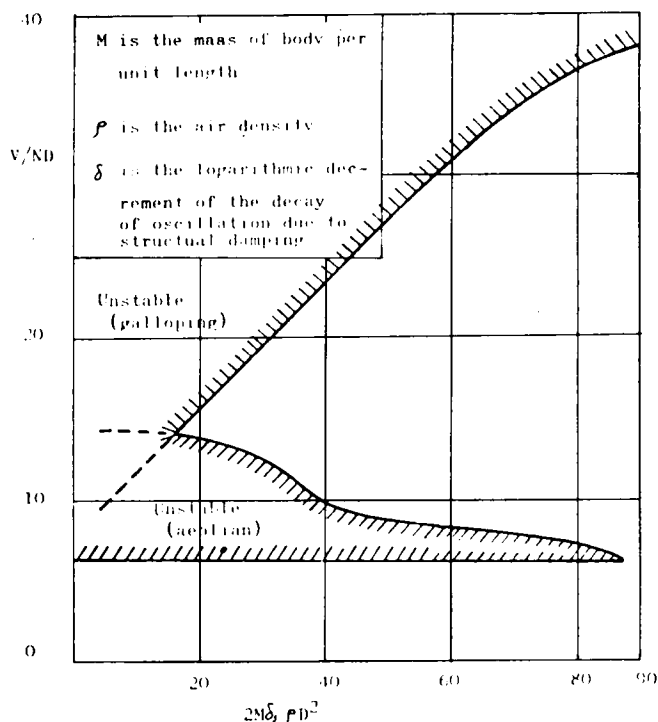
南港連絡橋の各部材の多くの断面は正方形断面に近く、また、かなり長い部材であるために、これらの各部材独自の耐風性状に検討を加えることは重要なことである。

従来より正方形断面の空気力学的特性については、すでに第1編で述べたように C. Scruton<sup>(8)</sup>や G. V. Parkinson<sup>(7)</sup>や M. Novak<sup>(13)</sup> 等により数多くの研究成果が報告されている。これらの研究成果より、正方形断面の動的不安定現象としては、

- (i) 風琴振動現象
- (ii) ギャロッピング振動現象

の2つが挙げられる。これらの振動現象は、正方形断面振動系の質量と減衰比と断面寸法と空気密度により決める無次元量（質量減衰パラメータ）と密接な関係にあり、C. Scrutonは、右図に示すような、これらの不安定現象の質量減衰パラメータと換算風速の関係を実験的に求めている。この図より知られるように、風琴振動（Aeolian Oscillation）は、質量減衰パラメータ（ $2M\delta/\rho D^2$ ）には無関係に、ある風速で生じているのに対し、ギャロッピング振動は、質量減衰パラメータの増加と共にその限界風速は、ほぼ線型的に増加している。

また、質量減衰パラメータが17以下では、風琴振動とギャロッピング現象が混在した不安定現象が生じるものと考えられる。



以下に、南港連絡橋の各部材についての風琴振動ならびにギャロッピング現象について考察を加える。

#### 1. 風琴振動に対する考察

風琴振動とは、正方形断面背後に生ずるカルマン渦の発生振動数が、正方形断面の揚力方向の固有振動数と同じときにおこる同期現象（lock-in）による振動である。一般に物体背後に生ずるカルマン渦の発生振動数は風速増加と共に線型的に増加し、その増加程度は、物体断面特有のストロハル数と断面寸法により決る。すなわち、

$$n = \frac{S U}{D} \quad (5.3.1)$$

という関係が成立する。但し、 $n$ ：周期渦の発生振動数、 $D$ ：正方形断面一辺の長さ、 $U$ ：風速、 $S$ ：ストロハル数 従って、風琴振動が生ずる限界風速（ Aeolian critical wind velocity ） $U_{AC}$  は

$$U_{AC} = \frac{n_0 D}{S} \quad (5.3.2)$$

で与えられる。但し、 $n_0$ ：部材の固有振動数

式（5.3.2）より部材の寸法 $D$ および固有振動数をパラメータにして風琴限界風速を求めれば次表のようになる。

断 面 長 D (m)	部 材 固 有 振 動 数 $n_0$	風 琴 限 界 風 速 $U_{AC}$	断 面 長 D (m)	部 材 固 有 振 動 数 $n_0$	風 琴 限 界 風 速 $U_{AC}$
1.0	cps	m/sec	2.0	cps	m/sec
	1	7.0		1	14.0
	2	14.0		2	28.0
	3	21.0		3	42.0
	4	28.0		4	56.0
	5	35.0		5	70.0
1.5	1 cps	10.5			
	2	21.0			
	3	31.5			
	4	42.0			
	5	52.5			

これらの結果より、場合によってはかなり低い風速で風琴振動が生ずる可能性がある。しかしながら、その振動がどの程度の振幅になるのかを調べなければその動的安定性を評価することができない。そのため、正方形断面の風琴振動による最大振幅については第1編の解析結果を用いて定量的に検討する。カルマン渦による流体強制揚力と正方形断面応答の位相は、丁度同期（lock-in）しているときは、 $90^\circ$ となる。このとき、正方形断面のカルマン渦による強制振動振幅を $X$ とするとき、振幅比は次式で表わされる。

$$\frac{X}{b} = \frac{\beta V^2}{2\pi \zeta S \epsilon} [ \{ 1 - F(V) \} g(\eta) - f(\eta) ] \quad (5.3.3)$$

但し

$$\zeta = \frac{\epsilon + \{ V F(V)/2 \}}{(\epsilon - 1) + \{ V G(V)/2 \}}$$

ただし、

$b$  ; 正方形断面一辺の半長,  $\beta$  ; 周期渦循環強さを表わすパラメータ

$S$  ; ストロハル数,  $\zeta$  ; ある風速における振動系の減衰比

$V$  ;  $\frac{U}{b\omega}$  ; 換算風速 ( $U$  ; 風速,  $\omega$  ; 振動系の円振動数)

$F(V)$  Theodorsen 関数の実数部

$G(V)$  " 虚数部

$\eta$  ; 断面背後の流れ方向の周期渦間隔

$f(\eta)$  ; 静的渦列関数

$g(\eta)$  ; 動的渦列関数

$\varepsilon = \frac{M}{2\pi\rho b^2}$  ; 質量パラメータ

$\bar{\varepsilon} = \frac{M}{2\pi\rho b^2}$  ; 質量減衰パラメータ

$M$  ; 質量 (単位長さ当りの),  $\zeta_0$  ; 振動系の無風時の減衰比

さて、南港連絡橋の各部材のうち、耐風安定性上最も不利である最長部材について上記の式 (5.3.3) よりその振幅比を求めてみる。いま最長部材として、主塔に最も近い斜材断面  $1400\text{ mm} \times 1300\text{ mm}$  について、上記の質量および質量パラメータを求めれば、

$$M=6.5472\text{ Kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^2$$

$$\frac{M}{\rho D^2} = 6.47 \times 10^5$$

$$\varepsilon=4.12 \times 10^5$$

となる。

更に、風琴限界換算風速  $V_e$  を 2.23 (C. Ccruton の結果より) とし、ストロハル数を 0.14 とすれば、式 (5.3.3) および式 (5.3.4) より部材振動系の減衰比をパラメータとして求めれば右表のような結果が得られる。

各部材の減衰比  $\zeta_0$  の値がどの程度の値であるか明確でないため、上記のようにパラメータとして、

最大振幅を求めたが  $\zeta_0=0.001$  のときに  $0.56\text{ mm}$  と

いう極めて小さな振幅となり、これらの結果より、南港連絡橋の各部材は風琴振動現象に対して安全であると云える。

減 衰 比 $\zeta_0$	最大振幅比 ( $X/b$ ) <sub>max</sub>	最大振幅 $X_{\text{max}}(\text{mm})$
0.001	0.0008	0.56
0.005	0.00016	0.112
0.010	0.00008	0.056
0.050	0.000016	0.0112
0.100	0.000008	0.0056

## 2. ギャロッピング振動に対する考察

ギャロッピング現象とは、前述の風琴振動のような強制振動ではなく、振動することにより、より一層不安定となる振動系内部の不安定現象であり、この現象は、正方形断面の他に氷塊のついた送電線にも見られる。その原因は、これらの断面形状の静的揚力係数の勾配が迎え角が  $0^\circ$  のときに負になるものである。これらの現象については、G. V. Parkinson<sup>(7)</sup> は、非線型振動論の手法を用いて説明を行っている。（擬定常空気力理論）

すなわち、空気力を  $F$  とするとき、正方形断面振動系は、

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \quad (5.3.5)$$

のように表わされる。但し、 $m$ ；正方形断面振動系の単位長さ当りの質量、 $c$ ；減衰定数、 $k$ ；バネ剛性、 $x$ ；揚力方向の変位

式(5.3.5)を変形すれば

$$\ddot{x} + 2\zeta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = \frac{\rho U^2}{2m} \cdot D \cdot C_F \quad (5.3.6)$$

但し、 $\zeta_0$ ；減衰比、 $\omega_0$ ；固有円振動数、 $\rho$ ；空気密度、 $U$ ；風速、 $D$ ；正方形断面一辺の長さ、 $C_F$ ；静的揚力係数

ここで上記の静的揚力係数  $C_F$  は、相対迎え角 ( $\arctan \dot{x}/U$ ) の高次奇関数として

$$C_F = A_1 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right) - A_3 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^3 + A_5 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^5 - A_7 \left( \frac{\dot{x}}{U} \right)^7 \quad (5.3.7)$$

と表わせる。式(5.3.7)において各係数 ( $A_1 \sim A_7$ ) の値は、第1編で述べたように

G. V. Parkinson によれば

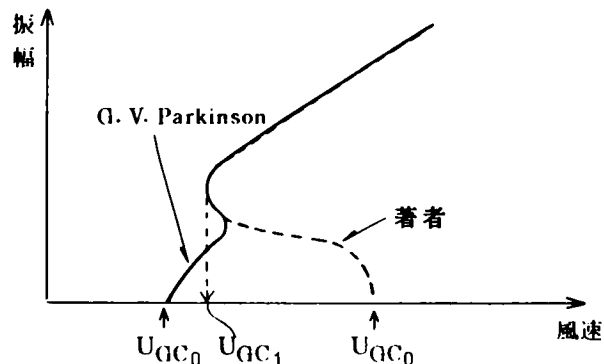
$$A_1 = 2.69, \quad A_3 = 1.68, \quad A_5 = 6.270, \quad A_7 = 59.900$$

著者によれば

$$A_1 = 0.50, \quad A_3 = -52.67, \quad A_5 = 1.7602, \quad A_7 = 44.172$$

である。

式(5.3.7)を式(5.3.6)に代入して、非線型振動方程式を解けばその解として、風速に対する応答が求められ、式(5.3.7)における各係数値として、G. V. Parkinson の値を用いたとき、著者の値を用いた場合では、右図に示すように、低い風速で応答は違うが高風速では両者にほとんど差異が認められない。なおこれらの不安定現象が



始まる限界風速  $U_{GC_0}$  は、次式 (den Hartog の条件式と一致)

$$2\zeta_0 \omega_0 - \frac{\rho U^2}{2m} \cdot D \frac{A_1}{U} = 0 \quad (5.3.8)$$

より求めることができる。すなわち、上記の質量減衰パラメータ  $\bar{\epsilon}$  ( $=m\zeta_0/2\pi\rho b^2$ ) を用いてギャロッピング限界風速を求めれば

$$U_{GC_0} = \frac{4\pi b \omega_0 \bar{\epsilon}}{A_1} = \frac{4\pi^2 D n_0}{A_1} \bar{\epsilon} \quad (5.3.9)$$

と表わすことができる。但し上式中

$n$  ; 部材の固有振動数

$\bar{\epsilon}$  ; 質量減衰パラメータ

$D$  ; 正方形断面一辺の長さ

$A_1$  ; 揚力係数の1次の係数

風琴振動解析で取り扱った断面  $1400 \text{ mm} \times 1300 \text{ mm}$  の斜材のギャロッピング限界風速を式 (5.3.9) より求めれば次表のようになる。なお、これらの部材の固有振動数  $n_0$  と減衰比  $\zeta_0$  は詳しくは知られていないため、これらの値をパラメータとした。また、 $A_1$  の値としては、G. V. Parkinson による 2.69 を用いた。

減 衰 比 $\zeta_0$	固有振動数 $n_0$ (cps)	ギャロッピング 限 界 風 速 ( m/sec )	減 衰 比 $\zeta_0$	固有振動数 $n_0$ (cps)	ギャロッピング 限 界 風 速 ( m/sec )
0.001	1	$8.47 \times 10^3$	0.050	1	$4.23 \times 10^5$
	2	$1.69 \times 10^4$		2	$8.47 \times 10^5$
	3	$2.54 \times 10^4$		3	$1.27 \times 10^6$
	4	$3.39 \times 10^4$		4	$1.69 \times 10^6$
	5	$4.24 \times 10^4$		5	$2.12 \times 10^6$
0.005	1	$4.23 \times 10^4$	0.100	1	$8.47 \times 10^5$
	2	$8.47 \times 10^4$		2	$1.69 \times 10^6$
	3	$1.27 \times 10^5$		3	$2.54 \times 10^6$
	4	$1.69 \times 10^5$		4	$3.39 \times 10^6$
	5	$2.12 \times 10^5$		5	$4.24 \times 10^6$
0.010	1	$8.47 \times 10^4$			
	2	$1.69 \times 10^5$			
	3	$2.54 \times 10^5$			
	4	$3.39 \times 10^5$			
	5	$4.24 \times 10^5$			

これらの表の結果より、対象斜材のギャロッキング限界風速は、減衰比 0.01、固有振動数 1 ( cycle /sec ) のときに、847.0 m/sec という現実には存在し得ない風速となり、南港連絡橋の各部材がギャロッキング現象を起すことはあり得ず、ギャロッキング現象に関しては全く問題のないものといえる。

## 第 6 章 結 び

以上の各解析より、南港連絡橋の耐風性に対して、次のように評価できる。

### I 静的空気力に関して

#### (i) 静的空気力と水平迎え角

従来より、長大トラス橋に作用する空気力は、抗力が中心課題とされてきたが、本研究の結果、横力（横軸方向の空気力）も、かなり大きな値を示し、静的空気力としては、横力も抗力と併せて考慮しなければならない。これらの抗力および横力は、水平迎え角（橋軸と直角方向を  $0^\circ$  と定義する。）と共に変化しており、その特性は次のようになる。

主塔左右に 9 パネルずつ張り出している状態や、中央吊部に 7 パネル、反対側に 9 パネル張り出している状態（架設時）では、橋軸と  $70^\circ \sim 80^\circ$  の角度をなす風の作用を受けた時に最も大きな抗力が生じ、また橋軸と  $30^\circ \sim 45^\circ$  の角度をなす風の作用を受けた時に最も大きな横力が生じる。

完成時には、抗力、横力の水平迎え角に対する特性は、上記の架設時の場合とほぼ同じ傾向を示すが、ただ抗力が最大となる風方向の橋軸となす角度が  $70^\circ \sim 90^\circ$  と少し広範囲となっている。このような水平迎え角に対する抗力、横力の特性は、一様流、せん断流を受けた場合共に、同じ傾向を示す。一方、揚力については、水平迎え角が  $0^\circ \sim 90^\circ$  の範囲にわたって負となる。（自重が増加した効果を与えている。）しかしその大きさは、抗力・横力に比べて極めて小さい。（本研究においては、三分力天秤の精度上、測定値にかなりのばらつきがみられた。）

#### (ii) 充実率と抗力

水平迎え角が  $0^\circ$  のとき、充実率（実質面積/外形面積）は、 $\phi_P$  模型に対して 2.15% であり、水平迎え角に対する充実率の変化特性は、抗力のそれによく似ており、充実率と抗力（係数）の間には、かなり高い相関があるものと考えられる。

#### (iii) 抗力の分担率

抗力の分担率は水平迎え角  $0^\circ \sim 35^\circ$  の範囲で検討した。その結果、水平迎え角が  $0^\circ \sim 12^\circ$  および  $28^\circ \sim 35^\circ$  の範囲では、上流トラスの方が下流トラスに比べて大きな抗力を受け持つ（水平迎え角が  $0^\circ$  のとき上流トラス 60%、下トラス 40%）のに対し、水平迎え角が  $12^\circ \sim 28^\circ$  の範囲にわたって逆に下流トラスの方が上流トラスに比べて大きな抗力を受け持つ。

#### (iv) 静的空気力に与える床板の影響

床板平面内の風（すなわち迎え角が  $0^\circ$  の状態）による静的空気力に関しては、床板の影響は、ほとんどなく、揚力の絶対値がやや大きくなる程度である。一方、迎え角（angle of attack）に対する南港連絡橋吊部断面に作用する静的空気力（抗力・揚力・ピッチングモーメント）は、平板断面の特性に似た傾向を示しており、この場合には、2 枚の床板が大きく貢献しているものと考えられる。また、迎え角が  $0^\circ$  および  $0^\circ \sim 30^\circ$  の間で、揚力係数に負勾配（つまり  $dC_L/d\alpha < 0$ ）（; negative slope）は見られず、南港連絡橋吊部断面形状は、negative slope による動的不安定現象の起り得



ない断面であることが知られる。

#### (Ⅳ) 抗力、横力の作用点

南港連絡橋に作用する抗力および横力の作用点は、主塔下支承部上、共におよそ 6.8m の点であると考えられる。

#### Ⅱ 動的安定性に関して、

(i) 南港連絡橋の各部材に対する動的耐風性上については、その断面が正方形断面に近いため、風琴振動 ( Aeolian oscillation ) とギャロッピング振動 ( Galloping oscillation ) について解析を行った。その結果、耐風安定上、最も不利と考えられる斜材 ( 断面 1400 mm×1300 mm ) について、風琴振動による振幅は極めて小さく ( 0.8 mm 以下 )、まずもって顕著な風琴振動は起らない。また、Galloping 現象については、限界風速は、極めて大きな値となり、現実と考えられる風速では起り得ない。これらのことより、南港連絡橋の部材独自の動的不安定現象は起り得ず、極めて安全であるといえる。

(ii) 南港連絡橋全体としての動的挙動としては、模型実験の結果、曲げ振れ 2 自由度連成フラッター形式の不安定現象を示すものと考えられるが、たわみおよびねじれの各種のモードの組み合わせに対する実橋の限界風速は、およそ 17.0 m/sec となり、南港連絡橋全体としての上記の連成フラッター現象は、現実の風速では起り得ず安全であるといえる。

以上、南港連絡橋の静的空気力に対する性状ならびに、動的安定性に考察を加えた結果を総合すれば、動的にはなんら問題はないが、静的空気力、特に抗力および横力については、かなり大きな力となるために、設計上十分に留意することが必要である。

また本研究では解析できなかったが今後の課題としては、次の各項目が考えられる。

- (i) 建設地点における自然風の現地測定を行い、風速の鉛直分布および空間 ( 水平 ) 分布特性、平均流方向とそれに直角方向 2 成分の合計 3 成分の乱れの強さ等に関する詳細な気象観測データをもとにして南港連絡橋の耐風性状を総合的に評価する。
- (ii) 南港連絡橋に作用する空気力のうち、抗力と横力は非常に大きいことは前に述べたが、この抗力による南港連絡橋の面外曲げ変形の大きさ ( 静的解析 ) と共に、自然風のガストに起因する抗力の時間的変動による動的性状に関する考察も、上記での現地自然風測定と併せて重要である。
- (iii) 耐風安定性上、余り影響がないと思われるが、上流トラスによって攪乱された空気流が下流トラス部材に作用するとき、攪乱 ( または乱れの強さ ) が風琴振動やギャロッピング振動に及ぼす影響の程度がどのようなものであるかは、正方形断面を有する構造物一般に対して重要な問題ではあるが、これについては今後の研究に待ちたい。

## 結 論

本論文において、著者は土木構造物によく用いられる正方形断面の空気力学性状を調べると共に南港連絡橋の空気力学性状について実験的な考察を加えると共にその部材の空気力学動的特性を、第1編の適用例として解析を試みた。以下にこれらの研究成果を要約して結論とする。

第1編は、正方形断面の空気力学性状について論じたものである。

第1章では、充実断面の空気力学性状に関する従来の研究を述べ、未だ解決されていない問題点を指摘すると共に、低レイノルズ数 ( $Re = 40$ ) の場合の正方形断面回りの流れの様子を Navier-Stokes 方程式の差分化から収束値を求めることによって調べたが、構造物の耐風性状を対象とする場合には、レイノルズ数が余りにも小さいことから、この結果は何ら役に立たず今後、振動系を含めた流体挙動の正確な把握の必要性を強調した。

第2章では、正方形断面に作用する静的空気力(揚力・抗力)を実験的に求め、従来の研究と比較した。その結果、抗力係数に差が認められたが、これはレイノルズ数、断面表面の状態、断面寸法、風洞特性、模型のアスペクト比等に起因しているものと考えられるが、これらの因子がどの程度の影響を及ぼすものかについては今後の研究に待ちたい。

第3章では、2次元定常流れの中での質量および減衰の小さな正方形断面振動系の動的特性を実験的に求めた。その結果、従来より円柱や長方形の各断面について報告されている風速増加に伴う振動系の減衰の増加現象が確認されると共に、風と直角方向に著しい不安定振動現象が認められた。また風方向に作用する動的空気力係数を求め従来より円柱および垂直平板に関して報告されている結果と比較した結果、正方形断面は円柱と垂直平板の中間的な特性を示すものと言えよう。

第4章では、正方形断面およびその回りの流体系にモデル化を行ない、Karman & Sears の薄翼に作用する非定常揚力の理論を応用して、振動中の正方形断面に作用する非定常揚力を誘導した。その結果、非定常揚力は薄平板に対して用いられる Theodorsen 関数と充実断面背後に生ずる周期渦に基づく渦列関数により表わすことができる。

第5章では、第4章で誘導された非定常揚力を用いて、正方形断面の揚力方向の振動系の諸物理量が、風速増加に伴ってどのように変化するかを、振動系の質量および減衰をパラメータとして数値計算を行ない解析を試みた。その結果、質量減衰パラメータが小さい程、振動系の減衰は、風速増加に伴い、増大する傾向を示し、質量減衰パラメータが大きくなるに従ってこの傾向は小さくなることが明らかになった。また、振動系の振動数は、風速の変化にかかわらずほとんど変化せず、C. Scruton の報告結果と一致している。また、断面背後に生ずるカルマン渦による風琴振動時の応答振幅は、振動系の質量減衰パラメータの  $(m\zeta_0/2\pi\rho b^2)$  の値によって大きく支配され、質量減衰パラメータが小さい程応答量は大きくなり、また、質量パラメータ  $(m/2\pi\rho b^2)$  が大きい程、振動系が応答を示す風速領域は小さくなることが判明した。

第6章では、正方形断面の不安定振動現象を説明するものとして、G. V. Parkinson によって提案さ

れている擬定常空気力理論について説明を加え、本研究において実験的に得られた空気力係数値を用いた場合と、G. V. Parkinson による結果を用いた場合のそれぞれについて、振動系の質量減衰パラメータを媒介変数として数値計算を行なった。その結果、両者ともに、非線型応答を示すが、振幅の小さなところでの応答特性にはかなりの差異が認められるが振幅が大きくなれば、風速の増加に伴って応答振幅は線型的に増加し、その大きさは両者の間にそれ程大きな差異は認められず、また、限界風速についても、大きな差異は認められなかった。

第7章では、動の実験より得られた結果と、数値計算より得られた結果を比較し検討を加えた。その結果、振動系の減衰特性、振動数特性については、両者は良く一致している。一方、風速増加に伴う不安定振動現象の応答特性を第5章で述べた風琴振動、同期振動および第6章で述べたギャロッピング振動と順次移行して行くものと考えれば実験値とよく一致する。従って、質量および減衰の小さな正方形断面振動系の不安定現象としては、C. Scruton の報告によるような単に、風琴振動とギャロッピング振動現象だけではなく、その間の風速領域に同期現象が生じていると考えた方が妥当であるものと思われる。

これら一連の結果を要約すれば、流体中に置れた断面に作用する空気力を評価する場合には、測定された各種の状況の違いによる特性の変化を十分考慮することが必要である。また、動的には、正方形断面の挙動は、振動系の質量と減衰によって極めて大きな影響を受けるため、対象構造物の質量および減衰を正確に知ることが非常に重要と考えられる。

第2編では、その部材の多くが、正方形断面に近い形状をもつゲルバートラス形式の南港連絡橋の耐風性状に、実験を主体として総合的な評価を加えた。

第1章および第2章では、長大トラス橋の耐風性を考慮する場合の問題点を従来の研究と対応させつつ提起し、また、吊橋や斜張橋等の他形式の橋梁と比較して、その空気力学性状についての研究の方向づけを行なった。

第3章では、各種部分模型を用いて行なわれた静的実験の結果について述べた。その結果、模型に作用する空気力は、水平迎え角 (angle of yaw) によって大きく影響されると共に、風速および乱れの強さ (風の変動成分の2乗平均/平均風速) の鉛直分布特性によっても影響を受けることが明らかになった。また、従来より長大トラス橋に作用する空気力としては、抗力のみが重要視されていたが、本実験の結果、橋軸方向の空気力である横力もかなり大きな値を示し、そのため、横力についても、設計上十分考慮されなければならない。一方、従来より報告されているように、トラス橋の場合には、充実率 (実質面積 / 外形面積) と抗力の間には極めて高い相関が認められた。さらに、2面のトラスが受け持つ抗力の分担率については、模型断面を鉛直材と水平材のみに単純化し、その断面について、G. V. Parkinson によって報告されている格子背後の風速変化特性の結果を用いて概略計算により求めた。その結果、この分担率は水平迎え角によって変化し、水平迎え角が  $12^{\circ} \sim 28^{\circ}$  では、下流側トラス面の方が、上流面に比べて大きな抗力を受け持つような結果を得た。

第4章では、吊部模型を用いて格子によって乱された空気流の中で動の実験を行なった。その結果、たわみまたは振れの1自由度振動系では、不安定現象は生じず、たわみ振れ2自由度振動系で顕著な連成振動が生じた。これは、模型断面の2枚の床板が支配断面となり、そのために連成振動が生じたものと考え

られる。さらに、連成振動前後の応答のパワースペクトル、確率密度関数等を求めたが、これらの結果を用いて直接、安定性の評価には至っておらず、この問題に関しては今後研究を進めたい。

第5章では、第3章および第4章の実験結果を用いて、実橋（架設中および完成時）に作用する静的空気力を求めると共に、連成フラッター限界風速を、実橋の各モードの組み合わせに対して、白石や Selberg の方法を用いて解析した。その結果、限界風速については、いずれもおおよそ  $17.0\text{ m/sec}$  となり、現実の風に対しては、動的には安全といえる。一方、実橋の部材の空気力学動的安定性については、最長部材について、第1編の解析方法を用いてその風琴振動およびギャロッピング振動の各現象に対して考察を加えた。その結果、これらの不安定現象については、絶対に安全であることが判明した。

これら一連の結果を要約すれば、南港連絡橋の耐風性状としては、動的にはなんら問題はないが、静的空気力については十分な配慮が払われねばならない。

最後に、本論文の作成にあたり、終始御指導、御鞭撻をいただいた京都大学工学部小西一郎教授に心からの感謝の意を表するとともに、研究の全過程にわたって御指導御教示をいただいた京都大学工学部白石成人助教授に深く感謝する次第である。

また、実験、数値計算ならびに図面作成に際して多くの御助力をいただいた京都大学院学院工学研究課修士課程斉藤通氏、桑島均氏、酒井甚一郎氏、竹居重男氏、小前繁氏に厚く感謝の意を表する。